BURHAN

Devoir surveillé n° 2, semestre 2

2ème Année Baccalauréat · Sciences Expérimentales · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/2bac/sciences-experimentales/mathematiques/devoirs/devoir-2-semestre-2

Semestre	Durée	Barème
Semestre 2	2h	20 pts (barème indicatif BURHAN)

Durée : deux heures. Les quatre exercices sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre de votre choix. La calculatrice non programmable est autorisée. Chaque réponse doit être justifiée : la qualité de la rédaction et la précision des raisonnements comptent dans l'appréciation de la copie.

Exercice 1 — 4,5 pts

Plan défini par trois points, droite orthogonale

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On considère les points $A(1;0;1)$, $B(2;2;1)$, $C(1;2;2)$ et $D(4;-1;2)$.

1.a — 1 pts

Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, puis montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=2\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$.

1.b — 0,25 pts

En déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés.

2 — 0,75 pts

Montrer que $2x-y+2z-4=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC).

3.a — 0,75 pts

Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par D et orthogonale au plan (ABC).

3.b — 1 pts

Déterminer les coordonnées du point H, intersection de la droite (Δ) et du plan (ABC).

3.c — 0,75 pts

Calculer la distance DH. Que représente ce nombre pour le point D et le plan (ABC) ? Retrouver ce résultat à l'aide de la formule donnant la distance d'un point à un plan.

Exercice 2 — 4,75 pts

Sphère, plan sécant et plan tangent

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On considère l'ensemble (S) des points $M(x;y;z)$ de l'espace tels que $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$, et le plan (P) d'équation $x+2y-2z=0$.

1 — 0,75 pts

Montrer que (S) est la sphère de centre $\Omega(1;-2;3)$ et de rayon $R=5$.

INDICE

Écrire x^2-2x, y^2+4y et z^2-6z sous la forme d'un carré moins une constante.

2 — 0,75 pts

Calculer la distance $d\big(\Omega,(P)\big)$ du point Ω au plan (P).

3 — 0,75 pts

En déduire que le plan (P) coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ), et calculer le rayon r de ce cercle.

4 — 1 pts

On considère le point $K(2;0;1)$. Vérifier que K appartient au plan (P) et que le vecteur $\overrightarrow{\Omega K}$ est normal à (P). En déduire que K est le centre du cercle (Γ).

INDICE

Le centre du cercle de section est le projeté orthogonal du centre de la sphère sur le plan.

5 — 1 pts

Vérifier que le point $T(4;2;3)$ appartient à (S), puis déterminer une équation cartésienne du plan (Q) tangent à la sphère (S) au point T.

6 — 0,5 pts

Déterminer une équation cartésienne de la sphère (S') de centre O et tangente au plan (Q).

Exercice 3 — 5,25 pts

Tirage de jetons, probabilités conditionnelles

Un sac contient huit jetons indiscernables au toucher : cinq jetons blancs et trois jetons noirs. Les parties A et B sont indépendantes. Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

A.1 — 0,25 pts

Partie A. On tire au hasard et simultanément trois jetons du sac. Calculer le nombre de tirages possibles.

A.2.a — 0,75 pts

On considère l'événement E : « les trois jetons tirés sont blancs ». Montrer que $P(E) = \dfrac{5}{28}$.

A.2.b — 0,75 pts

On considère l'événement F : « on tire exactement un jeton noir ». Calculer $P(F)$.

A.3 — 0,5 pts

Calculer la probabilité de l'événement G : « on tire au moins un jeton noir ».

B.1 — 1 pts

Partie B. On dispose de deux urnes : l'urne U_1 contient une boule rouge et trois boules vertes, l'urne U_2 contient trois boules rouges et une boule verte. On tire au hasard un seul jeton du sac : s'il est blanc, on tire au hasard une boule de l'urne U_1 ; s'il est noir, on tire au hasard une boule de l'urne U_2. On note B l'événement « le jeton tiré est blanc », N l'événement « le jeton tiré est noir » et R l'événement « la boule tirée est rouge ». Donner $P(B)$, $P(N)$, $P_B(R)$ et $P_N(R)$, puis représenter la situation par un arbre pondéré.

B.2 — 1 pts

Montrer que $P(R) = \dfrac{7}{16}$.

INDICE

Utiliser la formule des probabilités totales avec la partition formée par B et N.

B.3 — 1 pts

On constate que la boule tirée est rouge. Quelle est la probabilité que le jeton tiré soit blanc ?

Exercice 4 5,5 pts

Variable aléatoire et loi binomiale

Une urne contient six boules indiscernables au toucher : trois boules portent le numéro 0, deux boules portent le numéro 1 et une boule porte le numéro 2. On tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne, et l'on note X la variable aléatoire qui associe à chaque tirage le total des deux numéros obtenus.

1 1,25 pts

Justifier que X prend les valeurs 0, 1, 2 et 3, puis déterminer la loi de probabilité de X. On pourra vérifier que $P(X=2)=\dfrac{4}{15}$.

2 0,5 pts

Calculer l'espérance mathématique $E(X)$.

3 0,75 pts

Calculer la variance $V(X)$, puis l'écart-type $\sigma(X)$.

4 0,5 pts

Montrer que la probabilité de l'événement « la somme obtenue est supérieure ou égale à 2 » vaut $\dfrac{2}{5}$.

5.a 0,75 pts

On répète quatre fois l'expérience précédente, en remettant chaque fois les deux boules tirées dans l'urne. On note Y le nombre de fois où la somme obtenue est supérieure ou égale à 2. Justifier que Y suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.

5.b 1 pts

Calculer $P(Y=2)$.

INDICE

Utiliser $P(Y=k)=C_n^k\,p^k\,(1-p)^{n-k}$.

5.c 0,75 pts

Calculer la probabilité que la somme obtenue soit supérieure ou égale à 2 au moins une fois au cours des quatre expériences.

SOURCES

BURHAN