BURHAN

Calcul des probabilités : exercices, application

2ème Année Baccalauréat · Sciences Expérimentales · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/2bac/sciences-experimentales/mathematiques/calcul-des-probabilites/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Calcul des probabilités	Application	7

Exercice 1

Menus, podiums et grilles de QCM

Les cinq questions sont indépendantes. Pour chacune, réponds par un nombre entier et nomme le modèle de dénombrement utilisé.

1.

Le restaurant d'un internat propose chaque midi 3 entrées, 4 plats et 2 desserts. Un menu se compose d'une entrée, d'un plat et d'un dessert. Combien de menus différents peut-on composer ?

INDICE

Un menu se construit en trois choix successifs. Le nombre de possibilités d'un choix dépend-il des choix déjà faits ?

2.

Huit coureurs disputent une course, sans ex æquo possible. Les trois premiers reçoivent une médaille d'or, une d'argent et une de bronze. Combien de podiums différents sont possibles ?

INDICE

Demande-toi si échanger deux médaillés donne le même podium, et si un même coureur peut recevoir deux médailles.

3.

Après l'arrivée, un journaliste tire au sort trois des huit coureurs pour une interview collective, sans tenir compte de leur classement. Combien de groupes d'interviewés sont possibles ?

INDICE

Le groupe formé de Karim, Sara et Yassine est-il différent du groupe formé de Sara, Yassine et Karim ?

4.

Un QCM comporte 4 questions ; chacune propose 3 réponses, et l'on coche exactement une réponse par question. Combien de grilles de réponses différentes existe-t-il ?

INDICE

Pour chaque question, combien de choix as-tu ? La même réponse peut-elle être cochée à deux questions différentes ?

5.

Pour la photo de fin de course, les cinq premiers arrivés s'alignent côte à côte. De combien de façons peuvent-ils se placer ?

INDICE

Tu ranges tous les éléments d'un ensemble dans un ordre : c'est un cas particulier d'arrangement.

Exercice 2

Deux boules d'un sac jaune et bleu

Un sac opaque contient 10 boules indiscernables au toucher : 6 jaunes et 4 bleues. Sans regarder, on en extrait 2 d'un seul geste.

1.

Décris une issue de cette expérience et calcule $\mathrm{card}(\Omega)$. Explique pourquoi les issues sont équiprobables.

INDICE

Les boules sortent ensemble : une issue est un ensemble de boules, pas une liste. Cherche dans l'énoncé les mots qui garantissent qu'aucune boule n'est favorisée.

2.

Calcule la probabilité de chacun des événements J : « les deux boules sont jaunes », D : « les deux boules n'ont pas la même couleur » et B : « les deux boules sont bleues ».

INDICE

Pour D, il faut une boule de chaque couleur : choisis la jaune, puis la bleue, et multiplie les nombres de choix.

Exercice 3

Une roue de loterie aux secteurs inégaux

Une roue de loterie est partagée en 5 secteurs numérotés de 1 à 5, de tailles différentes. Quand on la fait tourner, l'aiguille s'arrête sur le secteur k avec la probabilité p_k donnée par le tableau.

Secteur k	1	2	3	4	5
p_k	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{4}$	p_5

1.

Quel est l'univers Ω ? Les issues sont-elles équiprobables ? Calcule p_5.

INDICE

Que vaut la somme des probabilités de toutes les issues d'un univers fini ?

2.

On note A l'événement « le numéro obtenu est pair » et B l'événement « le numéro obtenu est au moins égal à 4 ». Écris A, B et $\overline{A}$ comme des parties de Ω, puis calcule $P(A)$, $P(B)$ et $P(\overline{A})$.

INDICE

Liste les numéros qui réalisent chaque événement, puis additionne leurs probabilités. Pour $\overline{A}$, deux chemins sont possibles : utilise l'un et contrôle avec l'autre.

3.

Traduis $A \cap B$ par une phrase. Calcule ensuite $P(A \cap B)$ et $P(A \cup B)$.

INDICE

A et B ont une issue en commun : dans la somme $P(A) + P(B)$, elle est comptée deux fois.

Exercice 4

Romans et bandes dessinées

Le fonds d'une petite médiathèque compte 120 ouvrages : 70 romans et 50 bandes dessinées. Parmi les romans, 28 sont écrits en arabe ; parmi les bandes dessinées, 15 le sont. Un lecteur emprunte un ouvrage choisi au hasard dans tout le fonds. On note R l'événement « l'ouvrage est un roman » et L l'événement « l'ouvrage est écrit en arabe ».

1.

Calcule $P(R)$, $P(L)$ et $P(R \cap L)$.

INDICE

« Au hasard » : chaque probabilité est un quotient d'effectifs par 120. L'événement $R \cap L$ désigne les romans écrits en arabe.

2.

L'ouvrage emprunté est un roman. Quelle est alors la probabilité qu'il soit écrit en arabe ? Calcule-la de deux façons.

INDICE

La condition est R. Vérifie que $P(R) \neq 0$, puis divise $P(R \cap L)$ par $P(R)$. Autre voie : ne garde que les romans.

3.

L'ouvrage emprunté est écrit en arabe. Quelle est alors la probabilité que ce soit un roman ? Compare avec le résultat de la question 2.

INDICE

La condition est maintenant L : c'est par $P(L)$ que tu divises.

Exercice 5

Ateliers du lycée : indépendants ou incompatibles ?

Les 80 élèves inscrits aux ateliers d'un lycée suivent chacun **un seul** atelier : théâtre ou musique. Le tableau donne leur répartition selon leur régime.

	Internes	Externes	Total
Théâtre	12	20	32
Musique	18	30	48
Total	30	50	80

On interroge un élève choisi au hasard parmi ces 80. On note T : « l'élève suit l'atelier théâtre », M : « l'élève suit l'atelier musique » et I : « l'élève est interne ».

1.

Calcule $P(T)$, $P(I)$ et $P(T \cap I)$. Les événements T et I sont-ils indépendants ?

INDICE

L'indépendance se démontre par un calcul : compare $P(T \cap I)$ au produit $P(T) \times P(I)$.

2.

Les événements T et M sont-ils incompatibles ? Sont-ils indépendants ?

INDICE

Incompatibles : ils ne peuvent pas se produire en même temps. Indépendants : une égalité entre probabilités. Teste les deux définitions l'une après l'autre.

Exercice 6

Le plus grand de deux numéros

Une boîte contient 5 cartons numérotés de 1 à 5, de même format et indiscernables au toucher. On en prend 2 au hasard, simultanément, et l'on note X le plus grand des deux numéros obtenus.

1.

Combien y a-t-il de tirages possibles ? Quelles valeurs la variable aléatoire X peut-elle prendre ?

INDICE

Le plus petit maximum possible s'obtient avec les deux plus petits numéros ; le plus grand, dès que le carton 5 est tiré.

2.

Détermine la loi de probabilité de X et présente-la dans un tableau.

INDICE

Pour que $X = k$, le carton k doit être tiré. Combien de choix reste-t-il alors pour l'autre carton ?

3.

Calcule $P(X \geq 4)$.

INDICE

Additionne les probabilités des valeurs concernées, lues dans le tableau.

Exercice 7

Cinq graines semées

Un sachet de graines de tomate indique que chaque graine germe avec la probabilité $\frac{4}{5}$. On sème 5 graines du sachet, et l'on admet que la germination de l'une n'a aucune influence sur celle des autres. On note X le nombre de graines qui germent.

1.

Justifie que X suit une loi binomiale et donne ses paramètres.

INDICE

Retrouve dans l'énoncé chacune des quatre conditions : épreuves identiques, indépendantes, à deux issues, et X compte les succès.

2.

Calcule la probabilité que les cinq graines germent, puis celle qu'exactement quatre graines germent.

INDICE

Applique la formule de la loi binomiale avec $k = 5$, puis avec $k = 4$, sans oublier le coefficient C_5^k.

3.

Calcule la probabilité qu'au plus trois graines germent. Calcule ensuite $E(X)$ et interprète ce nombre.

INDICE

« Au plus 3 » est le contraire de « 4 ou 5 ». Pour l'espérance d'une loi binomiale, une formule directe existe.