BURHAN

Suites numériques : exercices, entraînement

2ème Année Baccalauréat · Sciences Économiques et Gestion · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/2bac/sciences-economiques-et-gestion/mathematiques/suites-numeriques/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Suites numériques	Entraînement	7

Exercice 1

Récurrence, sens de variation, convergence

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n - \dfrac{u_n^2}{4}$.

1.

Calculer u_1 et u_2.

INDICE

Outil : applique la relation de récurrence deux fois de suite.

CORRIGÉ

Calcul de u_1. On applique la relation avec $n = 0$:

$$u_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

Calcul de u_2. On l'applique avec $n = 1$:

$$\begin{aligned} u_2 &= \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \times \frac{9}{16} \\ &= \frac{48}{64} - \frac{9}{64} \\ &= \frac{39}{64}. \end{aligned}$$

Conclusion. $u_1 = \dfrac{3}{4}$ et $u_2 = \dfrac{39}{64}$.

2.

Montrer par récurrence que $0 \leq u_n \leq 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

INDICE

Début : écris $u_{n+1} = u_n \left(1 - \dfrac{u_n}{4}\right)$. **Point délicat :** pour majorer, compare u_{n+1} à u_n.

CORRIGÉ

Initialisation. $u_0 = 1$ et $0 \leq 1 \leq 1$: l'encadrement est vrai pour $n = 0$.

Hérédité. Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $0 \leq u_n \leq 1$.

Pour la minoration, on factorise : $u_{n+1} = u_n \left(1 - \dfrac{u_n}{4}\right)$. Comme $u_n \leq 1$, on a $1 - \dfrac{u_n}{4} \geq \dfrac{3}{4} > 0$. Produit de deux réels positifs, u_{n+1} est positif : $u_{n+1} \geq 0$.

Pour la majoration, $\dfrac{u_n^2}{4} \geq 0$, donc :

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= u_n - \frac{u_n^2}{4} \\ &\leq u_n \leq 1. \end{aligned}$$

Ainsi $0 \leq u_{n+1} \leq 1$.

Conclusion. Par récurrence, $0 \leq u_n \leq 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

3.

Étudier le sens de variation de (u_n).

INDICE

Outil : le signe de $u_{n+1} - u_n$.

CORRIGÉ

Soit $n \in \mathbb{N}$. D'après la relation de récurrence :

$$u_{n+1} - u_n = -\frac{u_n^2}{4}.$$

Un carré est positif ou nul, donc $u_{n+1} - u_n \leq 0$.

Conclusion. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} \leq u_n$: la suite (u_n) est décroissante.

4.

Justifier que (u_n) converge vers un réel ℓ et que $\ell \geq 0$.

INDICE

Outil : le théorème des suites monotones. **Ensuite :** un minorant reste un minorant de la limite.

CORRIGÉ

Convergence. La suite (u_n) est décroissante (question 3) et minorée par 0 (question 2). D'après le théorème des suites monotones, une suite décroissante et minorée converge : (u_n) admet une limite réelle ℓ.

Signe de la limite. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \geq 0$. Par passage à la limite dans cette inégalité, $\ell \geq 0$.

Conclusion. La suite (u_n) converge vers un réel ℓ, et $\ell \geq 0$.

Exercice 2

Une suite affine qui oscille autour de sa limite

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 10$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = -0{,}5\,u_n + 6$.

1.

Calculer u_1 et u_2. La suite (u_n) est-elle monotone ?

INDICE

Outil : applique la relation deux fois, puis compare les termes obtenus.

CORRIGÉ

Termes. On applique la relation avec $n = 0$, puis avec $n = 1$:

$$\begin{aligned} u_1 &= -0{,}5 \times 10 + 6 \\ &= -5 + 6 = 1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_2 &= -0{,}5 \times 1 + 6 \\ &= -0{,}5 + 6 = 5{,}5. \end{aligned}$$

Comparaison. On a $u_1 < u_0$, donc la suite n'est pas croissante. On a $u_2 > u_1$, donc elle n'est pas décroissante.

Conclusion. $u_1 = 1$, $u_2 = 5{,}5$, et la suite (u_n) n'est pas monotone.

2.

Déterminer le réel ℓ tel que $\ell = -0{,}5\,\ell + 6$. On pose $v_n = u_n - \ell$; montrer que (v_n) est géométrique.

INDICE

Début : $1{,}5\,\ell = 6$. **Ensuite :** exprime v_{n+1} en fonction de u_n, puis de v_n.

CORRIGÉ

Réel fixe. L'égalité $\ell = -0{,}5\,\ell + 6$ équivaut à $1{,}5\,\ell = 6$, soit $\ell = 4$.

Suite auxiliaire. Soit $n \in \mathbb{N}$. On remplace u_{n+1}, puis on factorise par $-0{,}5$, en utilisant $-0{,}5 \times (-4) = 2$:

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - 4 \\ &= -0{,}5\,u_n + 6 - 4 \\ &= -0{,}5\,u_n + 2 \\ &= -0{,}5\,(u_n - 4) \\ &= -0{,}5\,v_n. \end{aligned}$$

Conclusion. $\ell = 4$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = -0{,}5\,v_n$: la suite (v_n) est géométrique de raison $-0{,}5$.

3.

Exprimer v_n, puis u_n, en fonction de n. En déduire la limite de (u_n).

INDICE

Outil : le terme général d'une suite géométrique. **Point délicat :** la raison est négative ; place-la par rapport à -1 et 1.

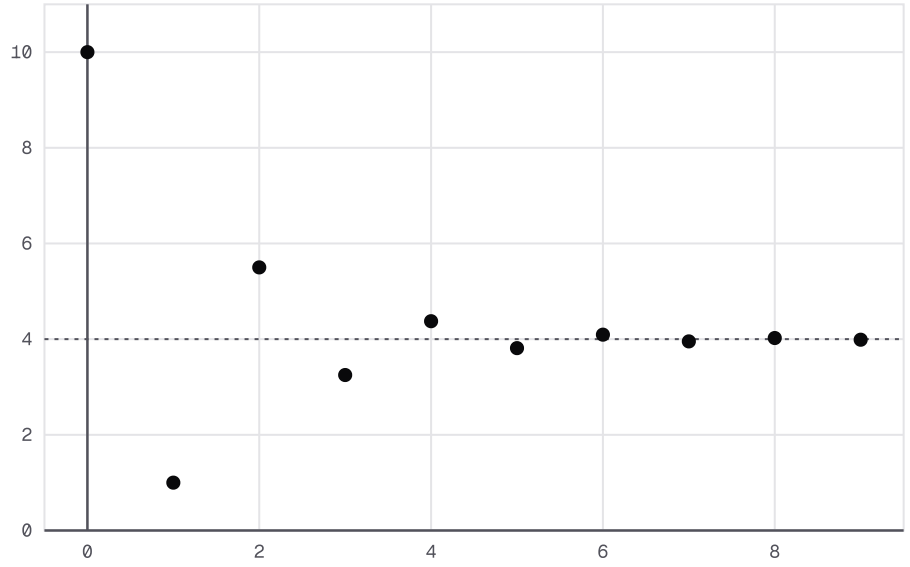
CORRIGÉ

Suite (v_n). Son premier terme vaut $v_0 = u_0 - 4 = 10 - 4 = 6$. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = 6 \times (-0{,}5)^n$.

Suite (u_n). Comme $u_n = v_n + 4$, on obtient, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 4 + 6 \times (-0{,}5)^n$.

Limite. Comme $-1 < -0{,}5 < 1$, $\lim\limits_{n \to +\infty} (-0{,}5)^n = 0$. Par produit et somme, la suite (u_n) a pour limite 4.

Conclusion. La suite (u_n) converge vers 4. Comme $(-0{,}5)^n$ change de signe à chaque rang, ses termes passent alternativement au-dessus et au-dessous de 4.



Les termes de la suite définie par u_0 = 10 et u_{n+1} = −0,5u_n + 6 passent alternativement au-dessus et au-dessous de la droite d'équation y = 4, de plus en plus près d'elle : la suite converge vers 4 sans être monotone.

Exercice 3

Une suite homographique et sa suite auxiliaire

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \dfrac{4}{4 - u_n}$.

1.

Montrer par récurrence que $0 \leq u_n < 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. En déduire que (u_n) est bien définie.

INDICE

Début : encadre d'abord $4 - u_n$. **Point délicat :** passer à l'inverse de nombres strictement positifs change le sens.

CORRIGÉ

Initialisation. $u_0 = 0$ et $0 \leq 0 < 2$: l'encadrement est vrai pour $n = 0$.

Hérédité. Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $0 \leq u_n < 2$. On multiplie par -1, ce qui change le sens, puis on ajoute 4 :

$$2 < 4 - u_n \leq 4.$$

Ces nombres sont strictement positifs ; le passage à l'inverse change le sens des inégalités :

$$\frac{1}{4} \leq \frac{1}{4 - u_n} < \frac{1}{2}.$$

On multiplie par 4, qui est positif :

$$1 \leq u_{n+1} < 2.$$

A fortiori, $0 \leq u_{n+1} < 2$.

Conclusion. Par récurrence, $0 \leq u_n < 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Ainsi $4 - u_n > 2$, donc $4 - u_n \neq 0$: chaque terme est bien défini.

2.

On pose $v_n = \dfrac{1}{u_n - 2}$. Montrer que $v_{n+1} = v_n - \dfrac{1}{2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

INDICE

Début : calcule $u_{n+1} - 2$ au même dénominateur. **Ensuite :** écris $4 - u_n = 2 - (u_n - 2)$.

CORRIGÉ

Dénominateur. Soit $n \in \mathbb{N}$. D'après la question 1, $u_n < 2$, donc $u_n - 2 \neq 0$ et v_n est bien défini. On réduit $u_{n+1} - 2$ au même dénominateur :

$$\begin{aligned} u_{n+1} - 2 &= \frac{4 - 2(4 - u_n)}{4 - u_n} \\ &= \frac{2u_n - 4}{4 - u_n} \\ &= \frac{2(u_n - 2)}{4 - u_n}. \end{aligned}$$

Quotient. On prend l'inverse, puis on écrit $4 - u_n = 2 - (u_n - 2)$:

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= \frac{4 - u_n}{2(u_n - 2)} \\ &= \frac{2 - (u_n - 2)}{2(u_n - 2)} \\ &= \frac{1}{u_n - 2} - \frac{1}{2} \\ &= v_n - \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Conclusion. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = v_n - \dfrac{1}{2}$: la suite (v_n) est arithmétique de raison $-\dfrac{1}{2}$.

3.

Exprimer v_n, puis u_n, en fonction de n. En déduire la limite de (u_n).

INDICE

Outil : le terme général d'une suite arithmétique. **Ensuite :** de $v_n = \dfrac{1}{u_n - 2}$, tire $u_n = 2 + \dfrac{1}{v_n}$.

CORRIGÉ

Suite auxiliaire. Son premier terme vaut $v_0 = \dfrac{1}{0-2} = -\dfrac{1}{2}$. D'après le terme général d'une suite arithmétique, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$\begin{aligned} v_n &= -\frac{1}{2} - \frac{n}{2} \\ &= -\frac{n+1}{2}. \end{aligned}$$

Retour à (u_n). Pour tout n, $v_n \neq 0$. De $v_n = \dfrac{1}{u_n - 2}$, on tire $u_n - 2 = \dfrac{1}{v_n}$, donc :

$$\begin{aligned} u_n &= 2 + \frac{1}{v_n} \\ &= 2 - \frac{2}{n+1}. \end{aligned}$$

On retrouve $u_0 = 0$ et $u_1 = 1$.

Limite. $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{2}{n+1} = 0$. Par différence, la suite (u_n) a pour limite 2.

Conclusion. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = -\dfrac{n+1}{2}$ et $u_n = 2 - \dfrac{2}{n+1}$; la suite (u_n) converge vers 2.

Exercice 4

Les adhérents d'un club de sport

Un club de sport fictif compte 800 adhérents l'année 0. D'une année à l'autre, 75 pour cent des adhérents restent inscrits et 350 nouveaux adhérents arrivent. On note u_n le nombre d'adhérents l'année n : ainsi $u_0 = 800$ et $u_{n+1} = 0{,}75\,u_n + 350$.

1.

Calculer u_1. On pose $v_n = u_n - 1\,400$; montrer que (v_n) est géométrique de raison $0{,}75$.

INDICE

Outil : exprime v_{n+1} en fonction de u_n, puis factorise par $0{,}75$.

CORRIGÉ

Premier terme. On applique la relation avec $n = 0$:

$$\begin{aligned} u_1 &= 0{,}75 \times 800 + 350 \\ &= 950. \end{aligned}$$

Suite auxiliaire. Soit $n \in \mathbb{N}$. On remplace u_{n+1}, puis on factorise par $0{,}75$, en utilisant $0{,}75 \times 1\,400 = 1\,050$:

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - 1\,400 \\ &= 0{,}75\,u_n + 350 - 1\,400 \\ &= 0{,}75\,u_n - 1\,050 \\ &= 0{,}75\,(u_n - 1\,400) \\ &= 0{,}75\,v_n. \end{aligned}$$

Conclusion. $u_1 = 950$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 0{,}75\,v_n$: la suite (v_n) est géométrique de raison $0{,}75$.

2.

Exprimer u_n en fonction de n. Déterminer la limite de (u_n) et l'interpréter.

INDICE

Début : calcule v_0. **Ensuite :** compare la raison $0{,}75$ à 1.

CORRIGÉ

Terme général. Le premier terme vaut $v_0 = 800 - 1\,400 = -600$. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = -600 \times 0{,}75^n$. Comme $u_n = v_n + 1\,400$:

$$u_n = 1\,400 - 600 \times 0{,}75^n.$$

Limite. Comme $-1 < 0{,}75 < 1$, $\lim\limits_{n \to +\infty} 0{,}75^n = 0$. Par produit et somme, la suite (u_n) converge vers $1\,400$.

Conclusion. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 1\,400 - 600 \times 0{,}75^n$, et la limite de (u_n) vaut $1\,400$: à long terme, le club se rapproche de $1\,400$ adhérents.

3.

À l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de quelle année le club dépasse $1\,300$ adhérents.

INDICE

Début : justifie que la suite est croissante. **Point délicat :** contrôle le rang trouvé et le rang précédent.

CORRIGÉ

Sens de variation. Comme $0 < 0{,}75 < 1$, la suite $(0{,}75^n)$ est décroissante. On la multiplie par -600, qui est négatif : la suite $(-600 \times 0{,}75^n)$ est croissante. On ajoute $1\,400$: la suite (u_n) est croissante.

Calculatrice. Un tableau de valeurs donne :

$$u_6 \approx 1\,293{,}2,$$

$$u_7 \approx 1\,319{,}9.$$

Donc $u_6 < 1\,300 < u_7$. La suite étant croissante, $u_n < 1\,300$ pour $n \leq 6$ et $u_n > 1\,300$ pour $n \geq 7$.

Conclusion. Le club dépasse $1\,300$ adhérents à partir de l'année 7.

Exercice 5

Les dons d'une fondation

Une fondation fictive reçoit un premier don de $1\,000$ dirhams. Chaque don suivant vaut 60 pour cent du précédent. On note d_k le don numéro k, avec $d_0 = 1\,000$, et $T_n = d_0 + d_1 + \cdots + d_n$ le total reçu.

1.

Exprimer d_k en fonction de k et calculer d_3.

INDICE

Outil : passer d'un don au suivant revient à multiplier par $0{,}6$.

CORRIGÉ

Nature. Chaque don vaut 60 pour cent du précédent : pour tout $k \in \mathbb{N}$, $d_{k+1} = 0{,}6\, d_k$. La suite (d_k) est donc géométrique de raison $0{,}6$, de premier terme $d_0 = 1\,000$. Pour tout $k \in \mathbb{N}$, $d_k = 1\,000 \times 0{,}6^k$.

Calcul de d_3. On a $0{,}6^3 = 0{,}216$, donc :

$$d_3 = 1\,000 \times 0{,}216 = 216.$$

Conclusion. Pour tout $k \in \mathbb{N}$, $d_k = 1\,000 \times 0{,}6^k$, et le don numéro 3 vaut 216 dirhams.

2.

Montrer que $T_n = 2\,500\left(1 - 0{,}6^{\,n+1}\right)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

INDICE

Début : compte les termes de d_0 à d_n. **Point délicat :** l'exposant de la formule est $n+1$.

CORRIGÉ

Nombre de termes. Soit $n \in \mathbb{N}$. De d_0 à d_n, il y a $n+1$ termes, et la raison $0{,}6$ est différente de 1.

Somme. D'après la somme des termes consécutifs d'une suite géométrique :

$$\begin{aligned} T_n &= 1\,000 \times \frac{1 - 0{,}6^{\,n+1}}{1 - 0{,}6} \\ &= \frac{1\,000}{0{,}4}\left(1 - 0{,}6^{\,n+1}\right) \\ &= 2\,500\left(1 - 0{,}6^{\,n+1}\right). \end{aligned}$$

Conclusion. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $T_n = 2\,500\left(1 - 0{,}6^{\,n+1}\right)$.

3.

Déterminer la limite de (T_n). Le total des dons peut-il dépasser $2\,500$ dirhams ?

INDICE

Outil : la limite de $\left(0{,}6^{\,n+1}\right)$, puis les opérations.

CORRIGÉ

Limite. Comme $-1 < 0{,}6 < 1$, $\lim\limits_{n\to+\infty} 0{,}6^{\,n+1} = 0$. Par différence puis produit, la suite (T_n) converge vers $2\,500$.

Comparaison. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0{,}6^{\,n+1} > 0$, donc $1 - 0{,}6^{\,n+1} < 1$, puis $T_n < 2\,500$.

Conclusion. Le total des dons ne peut pas dépasser $2\,500$ dirhams : il s'en approche sans jamais les atteindre.

Exercice 6

Une suite récurrente et son point fixe

Soit f la fonction définie sur $[0;3]$ par $f(x)=\dfrac{x^2+12}{7}$, et (u_n) la suite définie par $u_0=0$ et $u_{n+1}=f(u_n)$ pour tout $n\in\mathbb{N}$.

1.

Étudier les variations de f sur $[0;3]$. Montrer que $f(x)$ appartient à $[0;3]$ pour tout x de $[0;3]$.

INDICE

Outil : le signe de $f'(x)=\dfrac{2x}{7}$. **Ensuite :** calcule $f(0)$ et $f(3)$.

CORRIGÉ

Variations. La fonction f est dérivable sur $[0;3]$ et, pour tout $x\in[0;3]$, $f'(x)=\dfrac{2x}{7}$. Comme $x\geq 0$, on a $f'(x)\geq 0$: f est croissante sur $[0;3]$.

Valeurs aux bornes. On a $f(0)=\dfrac{12}{7}$ et $f(3)=3$, car $3^2+12=21$.

Stabilité. Pour $0\leq x\leq 3$, la croissance de f donne $f(0)\leq f(x)\leq f(3)$, c'est-à-dire :

$$\frac{12}{7}\leq f(x)\leq 3.$$

Comme $\dfrac{12}{7}\geq 0$, on en déduit $0\leq f(x)\leq 3$.

Conclusion. La fonction f est croissante sur $[0;3]$ et, pour tout $x\in[0;3]$, $f(x)\in[0;3]$.

2.

Montrer par récurrence que $0 \leq u_n \leq 3$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, puis que (u_n) est croissante.

INDICE

Début : utilise la question 1 pour l'hérédité. **Ensuite :** factorise $u_{n+1} - u_n = \dfrac{u_n^2 - 7u_n + 12}{7}$.

CORRIGÉ

Initialisation. $u_0 = 0$, donc $0 \leq u_0 \leq 3$.

Hérédité. Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $0 \leq u_n \leq 3$. D'après la question 1, $u_{n+1} = f(u_n) \in [0; 3]$, c'est-à-dire $0 \leq u_{n+1} \leq 3$. Par récurrence, $0 \leq u_n \leq 3$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Sens de variation. Soit $n \in \mathbb{N}$. On réduit au même dénominateur, puis on factorise, en vérifiant que $(u_n - 3)(u_n - 4) = u_n^2 - 7u_n + 12$:

$$\begin{aligned} & u_{n+1} - u_n \\ &= \frac{u_n^2 + 12}{7} - u_n \\ &= \frac{u_n^2 - 7u_n + 12}{7} \\ &= \frac{(u_n - 3)(u_n - 4)}{7}. \end{aligned}$$

Comme $u_n \leq 3$, on a $u_n - 3 \leq 0$ et $u_n - 4 < 0$: le produit est positif ou nul, donc $u_{n+1} - u_n \geq 0$.

Conclusion. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_n \leq 3$, et la suite (u_n) est croissante.

3.

En déduire que (u_n) converge, puis déterminer sa limite.

INDICE

Outil : une suite croissante et majorée converge. **Point délicat :** l'équation $x^2 - 7x + 12 = 0$, issue de $f(x) = x$, a deux solutions ; garde celle de $[0; 3]$.

CORRIGÉ

Convergence. D'après la question 2, la suite (u_n) est croissante et majorée par 3. Une suite croissante et majorée converge (théorème des suites monotones) : notons ℓ sa limite. On obtient $\ell \leq 3$ par passage à la limite dans $u_n \leq 3$.

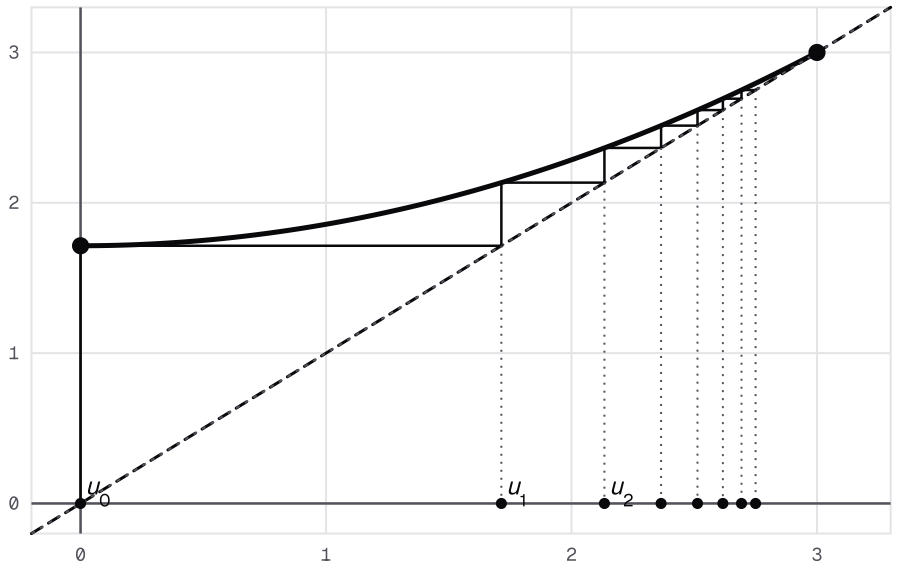
Encadrement de la limite. La suite étant croissante, $u_n \geq u_0 = 0$ pour tout n. Par passage à la limite dans cette inégalité, $\ell \geq 0$. Ainsi $\ell \in [0; 3]$.

Équation de la limite. La fonction f est continue sur $[0; 3]$, qui contient ℓ et tous les termes. La suite (u_{n+1}), égale à $(f(u_n))$, converge donc vers $f(\ell)$; comme elle converge aussi vers ℓ, on a $f(\ell) = \ell$. Ainsi $\ell^2 + 12 = 7\ell$, soit :

$$\ell^2 - 7\ell + 12 = 0.$$

Résolution. Le discriminant vaut $49 - 48 = 1$; les solutions sont 3 et 4. Comme $\ell \leq 3$, on obtient $\ell = 3$.

Conclusion. La suite (u_n) converge, et sa limite vaut 3.



L'escalier de la suite u_{n+1} = f(u_n), avec f(x) = (x² + 12)/7 et u_0 = 0 : les marches montent entre la courbe de f et la droite d'équation y = x, et se resserrent vers le point fixe 3.

Exercice 7

Limites infinies par comparaison

1.

On pose $u_n = n^2 + 3n \times (-1)^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Montrer que $u_n \geq n(n-3)$, puis déterminer la limite de (u_n).

INDICE

Début : $3n \times (-1)^n \geq -3n$, car $n \geq 0$. **Ensuite :** le théorème de comparaison.

CORRIGÉ

Minoration. Soit $n \in \mathbb{N}$. Comme $(-1)^n \geq -1$ et $3n \geq 0$, on a $3n \times (-1)^n \geq -3n$. Donc :

$$u_n \geq n^2 - 3n = n(n-3).$$

Limite du minorant. Les suites (n) et $(n-3)$ ont pour limite $+\infty$. Par produit, $\lim\limits_{n\to+\infty} n(n-3) = +\infty$.

Conclusion. La suite (u_n) est minorée par une suite de limite $+\infty$. D'après le théorème de comparaison, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$.

2.

On pose $v_n = \sqrt{n} + (-1)^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Déterminer la limite de (v_n).

INDICE

Outil : minore v_n par une suite de limite $+\infty$.

CORRIGÉ

Minoration. Soit $n \in \mathbb{N}$. Comme $(-1)^n \geq -1$, on a $v_n \geq \sqrt{n} - 1$.

Limite du minorant. $\lim\limits_{n\to+\infty} (\sqrt{n} - 1) = +\infty$.

Conclusion. D'après le théorème de comparaison, $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$.

3.

On pose $w_n = -2n + 5 \times (-1)^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Déterminer la limite de (w_n).

INDICE

Point délicat : pour une limite $-\infty$, il faut majorer, et non minorer.

CORRIGÉ

Majoration. Soit $n \in \mathbb{N}$. Comme $(-1)^n \leq 1$, on a $5 \times (-1)^n \leq 5$, donc $w_n \leq -2n + 5$.

Limite du majorant. $\lim\limits_{n\to+\infty} (-2n + 5) = -\infty$.

Conclusion. La suite (w_n) est majorée par une suite de limite $-\infty$. D'après le théorème de comparaison, $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = -\infty$.