BURHAN

Calcul des probabilités : exercices, niveau examen

2ème Année Baccalauréat · Sciences Économiques et Gestion · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/2bac/sciences-economiques-et-gestion/mathematiques/calcul-des-probabilites/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Calcul des probabilités	Niveau examen	5

Exercice 1 — 4 pts

Une urne à trois couleurs

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher : 5 rouges, 3 vertes et 2 jaunes (situation fictive). On tire au hasard et simultanément 3 boules de l'urne.

1. — 0,5 pts

Montrer que le nombre de tirages possibles est 120.

INDICE

Outil : un tirage simultané est une combinaison de 3 boules parmi 10.

2. — 1 pts

On considère l'événement A : « les trois boules tirées sont de la même couleur ». Montrer que $p(A) = \dfrac{11}{120}$.

INDICE

Début : sépare les cas « trois rouges » et « trois vertes » ; il n'y a que deux boules jaunes.

3. — 1,25 pts

Calculer la probabilité de l'événement « aucune boule verte n'est tirée ». En déduire la probabilité de l'événement B : « au moins une boule verte est tirée ».

INDICE

Outil : sans boule verte, les 3 boules sont prises parmi les 7 autres ; puis $p(B) = 1 - p(\overline{B})$.

4. — 1,25 pts

On considère l'événement C : « exactement deux des boules tirées sont rouges ». Montrer que $p(C) = \dfrac{5}{12}$.

INDICE

Point délicat : la troisième boule n'est pas rouge : elle est choisie parmi les 5 boules vertes ou jaunes.

Exercice 2 5 pts

Contrôle de qualité de bouteilles d'huile

Une coopérative conditionne de l'huile d'olive sur deux chaînes. La chaîne A remplit $0{,}7$ des bouteilles et la chaîne B le reste. Une bouteille remplie par la chaîne A est mal fermée avec la probabilité $0{,}04$; une bouteille remplie par la chaîne B, avec la probabilité $0{,}1$ (données fictives). On choisit une bouteille au hasard et l'on note A : « la bouteille vient de la chaîne A », B : « la bouteille vient de la chaîne B » et D : « la bouteille est mal fermée ».

1. 1 pts

Décrire l'arbre pondéré de la situation, que tu peux tracer sur ton cahier. Montrer que $p(A \cap D) = 0{,}028$.

INDICE

Outil : sur un chemin de l'arbre, on multiplie les probabilités des branches.

2. 1 pts

Montrer que $p(D) = 0{,}058$.

INDICE

Début : A et B forment un système complet ; deux chemins mènent à D.

3. 0,5 pts

En déduire la probabilité que la bouteille choisie soit bien fermée.

INDICE

Outil : « bien fermée » est l'événement contraire de D.

4. 1,5 pts

La bouteille choisie est mal fermée. Montrer que la probabilité qu'elle vienne de la chaîne B est $\dfrac{15}{29}$.

INDICE

Point délicat : on cherche $p_D(B)$; calcule d'abord $p(B \cap D)$ sur l'arbre.

5. 1 pts

Les événements A et D sont-ils indépendants ? Justifier.

INDICE

Outil : compare $p(A \cap D)$ et $p(A) \times p(D)$.

Exercice 3 — 5 pts

La roue de la librairie

Pour attirer des clients, une librairie propose un jeu (données fictives). Le joueur paie 20 dirhams pour jouer (c'est la mise), puis fait tourner une roue partagée en 10 secteurs de même taille. Un secteur fait gagner un bon de 100 dirhams, trois secteurs un bon de 20 dirhams, et les six autres ne font rien gagner. On note X le gain net du joueur, en dirhams : valeur du bon, moins la mise.

1. — 0,5 pts

Montrer que X prend les valeurs -20, 0 et 80.

INDICE

Outil : retranche la mise de 20 dirhams à la valeur du bon obtenu.

2. — 1 pts

Déterminer la loi de probabilité de X.

INDICE

Début : les 10 secteurs ont la même probabilité $\dfrac{1}{10}$; compte les secteurs qui donnent chaque valeur.

3. — 1,25 pts

Montrer que $E(X) = -4$ et interpréter ce résultat.

INDICE

Outil : $E(X)$ est la somme des produits $x_i\,p(X = x_i)$; traduis ensuite son signe pour le joueur.

4. — 1,25 pts

Montrer que $V(X) = 864$, puis en déduire une valeur approchée de $\sigma(X)$ à $0{,}01$ près.

INDICE

Point délicat : calcule $E(X^2)$ avec les carrés 400, 0 et $6\,400$, puis retranche $(-4)^2 = 16$.

5. — 1 pts

La librairie veut rendre le jeu équitable, c'est-à-dire tel que l'espérance du gain net soit nulle, sans changer les bons. Quelle mise doit-elle demander ?

INDICE

Outil : avec une mise de m dirhams, le gain net est la valeur du bon moins m ; écris $E(X)$ en fonction de m.

Exercice 4 4 pts

Les repas à bord d'un autocar

Dans un autocar de voyage, chaque voyageur commande un repas à bord avec la probabilité $0{,}3$, indépendamment des autres voyageurs (données fictives). On interroge 4 voyageurs et l'on note X le nombre de voyageurs qui commandent un repas.

1. 1 pts

Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

INDICE

Outil : une épreuve à deux issues, répétée de façon indépendante, et X qui compte les succès.

2. 0,75 pts

Montrer que $p(X = 0) = 0{,}2401$.

INDICE

Début : aucun succès : $p(X = 0) = C_4^0 \times 0{,}3^0 \times 0{,}7^4$.

3. 0,5 pts

En déduire la probabilité qu'au moins un des quatre voyageurs commande un repas.

INDICE

Outil : le contraire de « au moins un » est « aucun », c'est-à-dire $(X = 0)$.

4. 1 pts

Montrer que $p(X = 2) = 0{,}2646$.

INDICE

Point délicat : $C_4^2 = 6$: il y a six façons de placer les deux voyageurs qui commandent.

5. 0,75 pts

Calculer $E(X)$ et $V(X)$.

INDICE

Outil : pour $\mathcal{B}(n; p)$, $E(X) = np$ et $V(X) = np(1 - p)$.

Exercice 5 4 pts

Séjours à la mer et voyages d'été

Une agence de voyage a vendu 400 séjours dans l'année (données fictives). Parmi eux, 240 sont des séjours à la mer, 300 ont lieu en été, et 180 sont des séjours à la mer en été. On choisit un séjour au hasard ; on note M : « le séjour est à la mer » et E : « le séjour a lieu en été ».

1. 1 pts

Calculer le nombre de séjours à la mer hors de l'été, le nombre de séjours d'été qui ne sont pas à la mer, et le nombre de séjours qui ne sont ni à la mer ni en été.

INDICE

Outil : on retranche aux totaux l'effectif commun 180.

2. 0,5 pts

Montrer que $p(M \cap E) = 0{,}45$.

INDICE

Début : le séjour est choisi au hasard parmi 400 : il y a équiprobabilité.

3. 1 pts

Montrer que les événements M et E sont indépendants.

INDICE

Outil : calcule $p(M)$ et $p(E)$, puis compare leur produit à $p(M \cap E)$.

4. 0,75 pts

Calculer $p(M \cup E)$.

INDICE

Point délicat : M et E ne sont pas incompatibles ; il faut retrancher $p(M \cap E)$.

5. 0,75 pts

En déduire la probabilité que le séjour choisi ne soit ni à la mer ni en été, et contrôler ce résultat avec la question 1.

INDICE

Outil : « ni à la mer ni en été » est le contraire de $M \cup E$.