BURHAN

Calcul des probabilités : exercices, application

2ème Année Baccalauréat · Sciences Économiques et Gestion · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/2bac/sciences-economiques-et-gestion/mathematiques/calcul-des-probabilites/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Calcul des probabilités	Application	8

Exercice 1

Les livres de la vitrine d'une librairie

Une librairie dispose de 9 titres différents pour décorer sa vitrine (données fictives).

1.

La libraire choisit 4 titres, sans ordre, pour une affiche. Combien de choix différents sont possibles ?

INDICE

Outil : l'ordre des titres ne compte pas et aucun titre ne se répète : c'est un choix simultané.

2.

Elle place 3 titres différents sur un podium : une première, une deuxième et une troisième marche. Combien de podiums sont possibles ?

INDICE

Outil : l'ordre des marches compte et un titre ne peut pas occuper deux marches : on compte des arrangements.

3.

Pendant trois mois, elle met chaque mois un titre en avant ; un même titre peut revenir. Combien de programmes de trois mois sont possibles ?

INDICE

Point délicat : un titre peut être choisi plusieurs fois, donc ce ne sont plus des arrangements.

Exercice 2

Le ticket gagnant d'un concours d'entreprise

Pour son concours annuel, une entreprise tire au sort un ticket parmi 12 tickets numérotés de 1 à 12 (données fictives). On relève le numéro du ticket tiré.

1.

Décrire l'univers Ω de cette expérience et donner son cardinal.

INDICE

Outil : l'univers est l'ensemble de tous les numéros qui peuvent sortir.

2.

On considère les événements A : « le numéro est un multiple de 3 » et B : « le numéro est supérieur ou égal à 10 ». Écrire A et B sous forme d'ensembles.

INDICE

Début : pour A, écris la liste des multiples de 3 compris entre 1 et 12.

3.

Écrire les événements $\overline{A}$, $A \cap B$ et $A \cup B$.

INDICE

Point délicat : dans $A \cup B$, le numéro 12, commun aux deux événements, ne s'écrit qu'une fois.

4.

Soit C : « le numéro est inférieur ou égal à 2 ». Les événements A et C sont-ils incompatibles ? Et les événements B et $\overline{A}$?

INDICE

Outil : deux événements sont incompatibles lorsque leur intersection est vide.

Exercice 3

Les paiements à la caisse d'un supermarché

Dans un supermarché, on choisit un client au hasard à la caisse (données fictives). Il paie d'une seule façon : en espèces avec la probabilité $0{,}35$, par carte bancaire avec la probabilité $0{,}45$, ou par téléphone.

1.

Calculer la probabilité que le client paie par téléphone.

INDICE

Outil : les trois modes de paiement sont les seules issues ; leurs probabilités ont pour somme 1.

2.

Calculer la probabilité que le client ne paie pas en espèces.

INDICE

Outil : c'est l'événement contraire de « payer en espèces ».

3.

On note F : « le client achète des fruits » et G : « le client achète du pain ». On donne $p(F) = 0{,}6$, $p(G) = 0{,}5$ et $p(F \cap G) = 0{,}3$. Calculer $p(F \cup G)$.

INDICE

Point délicat : F et G ne sont pas incompatibles, il faut donc retrancher $p(F \cap G)$.

4.

En déduire la probabilité que le client n'achète ni fruits ni pain.

INDICE

Outil : « ni fruits ni pain » est le contraire de « des fruits ou du pain ».

Exercice 4

Des pots de miel prélevés dans une coopérative

Une coopérative agricole range dans une caisse 12 pots de miel : 5 pots de miel de thym et 7 pots de miel d'oranger (données fictives). Pour un contrôle, on prélève au hasard et simultanément 3 pots de la caisse.

1.

Justifier qu'il y a équiprobabilité, puis montrer que le nombre de prélèvements possibles est 220.

INDICE

Outil : un prélèvement simultané est une partie de la caisse, donc une combinaison.

2.

Calculer la probabilité que les trois pots prélevés contiennent du miel de thym.

INDICE

Début : compte les parties à 3 pots parmi les 5 pots de thym, puis divise par 220.

3.

Calculer la probabilité qu'aucun pot ne contienne du miel de thym, puis la probabilité qu'au moins un pot en contienne.

INDICE

Point délicat : « au moins un pot de thym » se calcule par son contraire, « aucun pot de thym ».

Exercice 5

Les circuits guidés d'une agence de voyage

Une agence de voyage a servi 200 clients pendant un mois (données fictives). Parmi les 120 clients qui ont voyagé au Maroc, 30 ont choisi un circuit guidé ; parmi les 80 clients qui ont voyagé à l'étranger, 50 ont choisi un circuit guidé. On choisit un client au hasard et l'on note M : « le client a voyagé au Maroc » et G : « le client a choisi un circuit guidé ».

1.

Calculer $p(M)$, $p(G)$ et $p(M \cap G)$.

INDICE

Outil : le client est choisi au hasard, donc chaque probabilité est un effectif divisé par 200.

2.

Calculer $p_M(G)$ et traduire ce nombre par une phrase.

INDICE

Outil : $p_M(G) = \dfrac{p(M \cap G)}{p(M)}$, avec $p(M) \neq 0$.

3.

Calculer $p_G(M)$.

INDICE

Point délicat : cette fois, on sait que le client a choisi un circuit guidé : on se restreint aux 80 clients de G.

Exercice 6

Deux machines dans une usine de textile

Une usine de textile fabrique des serviettes sur deux machines. La machine M_1 fabrique $0{,}6$ des serviettes et la machine M_2 le reste. Une serviette de M_1 est défectueuse avec la probabilité $0{,}05$; une serviette de M_2, avec la probabilité $0{,}1$ (données fictives). On choisit une serviette au hasard ; on note encore M_1 l'événement « la serviette vient de M_1 », M_2 l'événement « la serviette vient de M_2 », et D : « la serviette est défectueuse ».

1.

Donner $p(M_2)$, $p_{M_1}(\overline{D})$ et $p_{M_2}(\overline{D})$. Décrire l'arbre pondéré de la situation ; tu peux le tracer sur ton cahier.

INDICE

Outil : sur les branches issues d'un même nœud, les probabilités ont pour somme 1.

2.

Calculer la probabilité que la serviette vienne de M_1 et soit défectueuse.

INDICE

Outil : une intersection se lit sur un chemin de l'arbre : on multiplie les probabilités de ses branches.

3.

Justifier que M_1 et M_2 forment un système complet d'événements.

INDICE

Outil : chaque serviette sort d'une machine, et d'une seule.

4.

En déduire $p(D)$.

INDICE

Début : deux chemins de l'arbre mènent à D : celui qui passe par M_1 et celui qui passe par M_2.

Exercice 7

Les départs d'une ligne d'autocar

Une compagnie de transport en autocar étudie la ligne qui relie deux villes (données fictives). Pour un voyage choisi au hasard, on note H : « l'autocar part à l'heure » et K : « l'autocar est complet ». On donne $p(H) = 0{,}9$, $p(K) = 0{,}3$ et $p(H \cap K) = 0{,}25$.

1.

Les événements H et K sont-ils indépendants ?

INDICE

Outil : compare $p(H \cap K)$ au produit $p(H) \times p(K)$.

2.

Un voyageur prend cet autocar 4 jours de suite. On admet que les départs de ces quatre jours sont indépendants et que, chaque jour, l'autocar part en retard avec la probabilité $0{,}1$. On note X le nombre de jours où l'autocar part en retard. Justifier que X suit une loi binomiale et donner ses paramètres.

INDICE

Outil : repère l'épreuve, ses deux issues, le nombre de répétitions et ce que compte X.

3.

Calculer la probabilité que l'autocar parte en retard exactement un jour sur les quatre.

INDICE

Début : il s'agit de $p(X = 1) = C_4^1 \times 0{,}1^1 \times 0{,}9^3$.

4.

Calculer l'espérance de X et l'interpréter.

INDICE

Outil : pour une loi binomiale $\mathcal{B}(n ; p)$, l'espérance vaut np.

Exercice 8

Les colis livrés en retard

Une petite entreprise de livraison note X le nombre de colis livrés en retard au cours d'une journée choisie au hasard (données fictives). La loi de X est donnée par le tableau suivant, où a est un réel :

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	$0{,}4$	$0{,}3$	$0{,}2$	a

1.

Calculer a.

INDICE

Outil : la somme des probabilités d'une loi vaut 1.

2.

Calculer la probabilité qu'au moins deux colis soient livrés en retard au cours de la journée.

INDICE

Début : l'événement $(X \geq 2)$ est formé de $(X = 2)$ et de $(X = 3)$, qui sont incompatibles.

3.

Calculer l'espérance $E(X)$ et l'interpréter.

INDICE

Outil : $E(X)$ est la somme des produits $x_i\, p(X = x_i)$.

4.

Calculer la variance $V(X)$ et l'écart-type $\sigma(X)$.

INDICE

Point délicat : calcule d'abord $E(X^2)$ avec les carrés des valeurs, puis retranche le carré de $E(X)$.