BURHAN

Résumé : Systèmes mécaniques oscillants

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/systemes-mecaniques-oscillants/resume

Chapitre	Semestre
Systèmes mécaniques oscillants	Semestre 2

Repères sur les oscillations libres

À retenir : Reconnaître un oscillateur mécanique

Un oscillateur possède une position d'équilibre stable et une action qui l'y ramène : la force d'un ressort, le couple d'un fil tordu ou le poids d'un pendule. Écarté puis lâché, il fait des allers et retours autour de cette position.

Définition : Mouvement oscillatoire, oscillations libres et période propre

Un système a un **mouvement oscillatoire** lorsqu'il effectue des allers et retours de part et d'autre d'une position d'équilibre stable. Ce mouvement est **périodique** s'il se reproduit identique à lui-même à intervalles de temps égaux : la plus petite de ces durées est la **période** T, en secondes, et la **fréquence** est $N = \dfrac{1}{T}$, en hertz.

Les oscillations sont **libres** lorsque le système, écarté de sa position d'équilibre puis abandonné, oscille sans aucune action extérieure qui l'entretienne. En l'absence de frottements, la période des oscillations libres est la **période propre** T_0 du système, et $N_0 = \dfrac{1}{T_0}$ est sa **fréquence propre**.

Exemple

Mesure. Une règle d'acier serrée dans un étau, écartée puis lâchée, fait 30 allers et retours en $6{,}0\,\text{s}$. Les frottements sont faibles.

Période propre. $T_0 = \dfrac{6{,}0\,\text{s}}{30} = 0{,}20\,\text{s}$.

Fréquence propre. $N_0 = \dfrac{1}{T_0} = 5{,}0\,\text{Hz}$.

À retenir : Lois de la dynamique déjà étudiées

Rappel : dans un référentiel galiléen, la deuxième loi de Newton s'écrit $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}_G$. Pour un solide qui tourne autour d'un axe fixe Δ, la relation fondamentale de la dynamique en rotation s'écrit $\sum \mathcal{M}_\Delta = J_\Delta \dfrac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$. Chaque équation du chapitre part de l'une de ces deux lois.

Solide lié à un ressort horizontal

Propriété : Force de rappel exercée par un ressort

Un ressort à spires non jointives, de masse négligeable, de raideur K et de longueur à vide ℓ_0, a la longueur ℓ ; son allongement est $\Delta\ell = \ell - \ell_0$. Il exerce sur le solide fixé à son extrémité une **force de rappel** $\vec{F}$:

- de direction l'axe du ressort ;
- de sens opposé à la déformation : elle tend à rendre au ressort sa longueur à vide ;
- de valeur $F = K\,|\Delta\ell|$, avec K en $\mathrm{N\cdot m^{-1}}$.

Sur un axe $(O;\vec{i})$ porté par le ressort, orienté dans le sens de l'allongement, d'origine O à l'extrémité du ressort à vide, l'abscisse x de cette extrémité est l'allongement et

$$\vec{F} = -K\,x\,\vec{i}.$$

Exemple

Un ressort de raideur $K = 32\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$ est allongé de $3{,}5\,\mathrm{cm}$, soit $0{,}035\,\mathrm{m}$.

$$\begin{aligned} F &= K\,|\Delta\ell| \\ F &= 32 \times 0{,}035 \\ F &\approx 1{,}1\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

La force est portée par l'axe du ressort. Le ressort est étiré : elle tire le solide vers le point d'attache.

Propriété : Équation différentielle de l'oscillateur solide-ressort horizontal

Un solide de masse m et de centre d'inertie G, fixé à un ressort horizontal de raideur K, glisse sans frottement sur un plan horizontal. L'axe $(O;\vec{i})$ est porté par l'axe du ressort, orienté dans le sens de l'allongement, et son origine O est la position de G à l'équilibre. Dans le référentiel terrestre supposé galiléen, l'abscisse x de G vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{K}{m}\,x = 0.$$

Méthode : Quatre gestes pour établir l'équation

1. **Cadre** : nomme le système, le référentiel terrestre supposé galiléen et l'axe, avec son sens et son origine à l'équilibre.
2. **Forces** : poids, réaction, force de rappel ; exprime l'allongement du ressort à l'aide de x.
3. **Loi** : applique la deuxième loi de Newton, puis projette sur l'axe.

4. **Forme finale** : sers-toi de la condition d'équilibre pour aboutir à $\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \dfrac{K}{m}\,x = 0$.

Solution sinusoïdale, amplitude et phase

Propriété : Équation horaire et période propre de l'oscillateur solide-ressort

La solution de l'équation différentielle de l'oscillateur solide-ressort s'écrit

$$x(t) = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}\,t + \varphi\right),$$

où l'amplitude $x_m > 0$, en mètres, et la phase à l'origine φ, en radians, sont fixées par les conditions initiales. La période propre vaut :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}.$$

Le mouvement de G est **rectiligne sinusoïdal**. Sa période propre ne dépend pas de l'amplitude. La vitesse $v_x = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ et l'accélération $a_x = \dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$ s'obtiennent en dérivant $x(t)$.

Exemple

Données. $m = 250\,\mathrm{g} = 0{,}250\,\mathrm{kg}$ et $K = 16\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$.

Période propre.

$$\begin{aligned} T_0 &= 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \\ T_0 &= 2\pi\sqrt{\frac{0{,}250}{16}} \\ T_0 &\approx 0{,}79\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Fréquence propre. $N_0 = \dfrac{1}{T_0} \approx 1{,}3\,\mathrm{Hz}$.

Méthode : Fixer l'amplitude et la phase au départ

1. **Deux équations** : à $t = 0$, $x(0) = x_m\cos\varphi$ et $v_x(0) = -\dfrac{2\pi}{T_0}\,x_m\sin\varphi$.
2. **Lâcher sans vitesse** : x_m est la valeur absolue de l'écart initial ; $\varphi = 0$ d'un écart positif, $\varphi = \pi$ d'un écart négatif.
3. **Départ de l'équilibre** : $x_m = \dfrac{|v_0|\,T_0}{2\pi}$; $\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$ si $v_0 > 0$, $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$ si $v_0 < 0$.
4. **Cas général** : $x_m^2 = x(0)^2 + \left(\dfrac{T_0\,v_x(0)}{2\pi}\right)^2$, puis $\cos\varphi = \dfrac{x(0)}{x_m}$.
5. **Signe** : $\sin\varphi$ est du signe contraire de $v_x(0)$.

Exemple

Un oscillateur de période propre $T_0 = 0{,}50\,\text{s}$ part de $x(0) = -1{,}5\,\text{cm}$ avec $v_x(0) = 0{,}20\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Amplitude. $\dfrac{T_0\,v_x(0)}{2\pi} = \dfrac{0{,}50 \times 0{,}20}{2\pi} \approx 0{,}0159\,\text{m}$, donc :

$$x_m^2 = 0{,}015^2 + 0{,}0159^2$$
$$x_m \approx 2{,}2 \times 10^{-2}\,\text{m}$$

Phase. $\cos\varphi = \dfrac{x(0)}{x_m} \approx -0{,}69$; $v_x(0) > 0$, donc $\sin\varphi < 0$ et $\varphi \approx -2{,}3\,\text{rad}$.

Attention : Deux phases possibles, une seule convient

Avec $x_m = 5{,}0\,\text{cm}$ et $x(0) = 3{,}0\,\text{cm}$, on obtient $\cos\varphi = 0{,}60$: φ vaut environ $0{,}93\,\text{rad}$ ou $-0{,}93\,\text{rad}$. Le solide part vers les x décroissants : $v_x(0) < 0$, donc $\sin\varphi > 0$ et $\varphi \approx 0{,}93\,\text{rad}$. L'autre valeur ferait partir la courbe dans le mauvais sens.

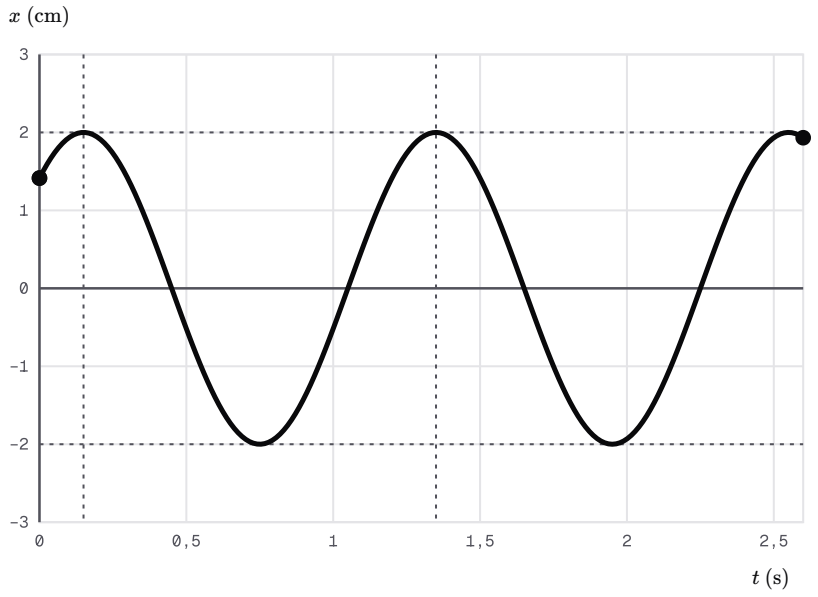
Attention : Ni g ni l'amplitude dans la période propre

Sans frottement, la période propre d'un solide-ressort ne contient que m et K. Lâcher le solide de plus loin augmente x_m sans changer T_0. Le même dispositif garde sa période propre, posé à plat ou suspendu. Quadrupler la masse double T_0.

Lire un enregistrement de la position

Méthode : Grandeurs tirées d'une courbe x(t)

1. **Période** : mesure la durée entre deux maximums successifs, ou plusieurs périodes d'un coup pour gagner en précision.
2. **Amplitude** : lis la valeur maximale de x.
3. **Phase** : lis $x(0)$ et regarde si la courbe monte ou descend en $t = 0$; ce sens donne le signe de $v_x(0)$.
4. **Vitesse et accélération** : $v_m = \dfrac{2\pi\,x_m}{T_0}$ au passage par l'équilibre ; $a_x = -\dfrac{4\pi^2}{T_0^2}\,x$, de valeur absolue maximale aux extrémités.
5. **Grandeur cachée** : K, m, C ou ℓ se tire de l'expression de la période propre.



Position du centre d'inertie d'un oscillateur au cours du temps

Exemple

Lectures. Deux maximums successifs, vers $0{,}15\,\mathrm{s}$ et $1{,}35\,\mathrm{s}$, donnent $T_0 \approx 1{,}2\,\mathrm{s}$; l'amplitude vaut $x_m \approx 2{,}0\,\mathrm{cm}$.

Phase. $x(0) \approx 1{,}4\,\mathrm{cm}$ et la courbe monte : $\cos\varphi \approx 0{,}71$ et $\sin\varphi < 0$, donc $\varphi = -\dfrac{\pi}{4}$.

Raideur, pour $m = 200\,\mathrm{g}$:

$$K = \frac{4\pi^2\, m}{T_0^2}$$
$$K = \frac{4\pi^2 \times 0{,}200}{1{,}2^2}$$
$$K \approx 5{,}5\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$$

Vitesse maximale. $v_m = \dfrac{2\pi \times 0{,}020}{1{,}2} \approx 0{,}10\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Ressort suspendu ou incliné

Propriété : Oscillateur solide-ressort incliné ou vertical

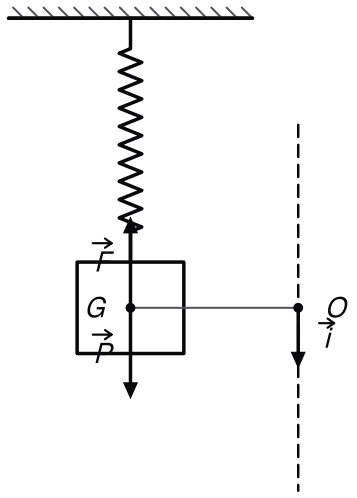
Un solide de masse m est accroché à l'extrémité inférieure d'un ressort de raideur K dont l'axe fait l'angle α avec l'horizontale ($\alpha = 90°$ pour un ressort vertical). Le solide se déplace sans frottement selon l'axe du ressort. À l'équilibre, le ressort est allongé de $\Delta\ell_0$, avec

$$K\,\Delta\ell_0 = m\,g\sin\alpha.$$

L'axe $(O;\vec{i})$ est porté par l'axe du ressort, orienté vers le bas, et son origine O est la position d'équilibre de G. L'abscisse x de G vérifie alors la même équation différentielle que pour le ressort horizontal :

$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{K}{m}\,x = 0,$$

et la période propre reste $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}$.



Jouet suspendu à un ressort, à l'équilibre

Exemple

Un jouet de masse $m = 120\,\mathrm{g}$ pend au-dessus d'un berceau, au bout d'un ressort de raideur $K = 8{,}0\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$.

Allongement à l'équilibre, avec $\sin\alpha = 1$:

$$\begin{aligned} \Delta\ell_0 &= \frac{m\,g}{K} \\ \Delta\ell_0 &= \frac{0{,}120 \times 9{,}80}{8{,}0} \\ \Delta\ell_0 &\approx 0{,}15\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Période propre. $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{0{,}120}{8{,}0}} \approx 0{,}77\,\mathrm{s}$.

Exemple

Sur un plan incliné de $\alpha = 20^\circ$, un solide de $0{,}30\,\mathrm{kg}$ tend un ressort de raideur $25\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$. À l'équilibre :

$$\begin{aligned} \Delta\ell_0 &= \frac{m\,g\sin\alpha}{K} \\ \Delta\ell_0 &= \frac{0{,}30 \times 9{,}80 \times 0{,}342}{25} \\ \Delta\ell_0 &\approx 4{,}0\times10^{-2}\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Seule la composante du poids selon l'axe du ressort intervient : l'allongement est plus faible qu'à la verticale.

Attention : Repérer x depuis l'équilibre, pas depuis la longueur à vide

Pour un ressort suspendu ou incliné, l'abscisse x se compte depuis la position d'équilibre. L'allongement à l'instant t vaut alors $\Delta\ell_0 + x$. Prendre x pour l'allongement laisse le poids dans l'équation, et l'oscillation n'a plus lieu autour de $x = 0$.

Méthode : Deux façons de mesurer la raideur

- **Statique** : suspends des masses connues, mesure chaque $\Delta\ell_0$ et trace $m\,g$ en fonction de $\Delta\ell_0$; la pente de la droite vaut K.
- **Dynamique** : chronomètre dix oscillations pour chaque masse, calcule T_0, puis trace T_0^2 en fonction de m ; la pente vaut $\dfrac{4\pi^2}{K}$.
- **Écarts** : masse du ressort, frottements, déclenchement du chronomètre.

Exemple

Avec $m = 100\,\text{g}$, dix oscillations durent $6{,}3\,\text{s}$, donc $T_0 = 0{,}63\,\text{s}$.

$$K = \frac{4\pi^2\,m}{T_0^2}$$
$$K = \frac{4\pi^2 \times 0{,}100}{0{,}63^2}$$
$$K \approx 9{,}9\,\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$$

Une seule masse suffit pour un ordre de grandeur ; la droite sur plusieurs masses donne une valeur plus sûre.

Frottements et amortissement des oscillations

Définition : Amortissement des oscillations : régimes et types de frottement

Lorsque des frottements s'exercent, l'amplitude des oscillations libres diminue au cours du temps : les oscillations sont **amorties**.

- **Régime pseudo-périodique** : le système oscille avec une amplitude décroissante. La durée qui sépare deux maximums successifs est la **pseudo-période** T. Pour un amortissement faible, elle est voisine de la période propre : $T \approx T_0$.
- **Régime apériodique** : pour un amortissement important, le système revient à sa position d'équilibre sans osciller. Le **régime critique** sépare les deux régimes.

- **Frottement solide** (contact entre deux solides) : l'amplitude diminue de la même valeur à chaque oscillation ; les maximums de la courbe s'alignent sur une droite et le mouvement s'arrête après un nombre fini d'oscillations.
- **Frottement fluide** (air, eau, huile) : l'amplitude diminue de moins en moins vite ; les maximums s'alignent sur une courbe qui décroît en se rapprochant de zéro.

Méthode : Lire le type de frottement sur les maximums

1. **Régime** : la courbe repasse par $x = 0$, le régime est pseudo-périodique ; elle rejoint l'équilibre sans osciller autour, il est apériodique.
2. **Écarts entre maximums** : des écarts égaux entre maximums successifs signalent un frottement solide.
3. **Rapports entre maximums** : un rapport à peu près constant d'un maximum au suivant signale un frottement fluide.
4. **Pseudo-période** : mesure-la entre deux maximums et compare-la à T_0.

Exemple

Relevé 1. Maximums de $5{,}0$; $4{,}0$; $3{,}0$; $2{,}0\,\mathrm{cm}$: ils baissent de $1{,}0\,\mathrm{cm}$ à chaque oscillation. Le frottement est solide, et le mouvement cessera après quelques oscillations.

Relevé 2. Maximums de $4{,}0$; $2{,}0$; $1{,}0\,\mathrm{cm}$: chacun vaut la moitié du précédent. Le frottement est fluide.

Attention : Pseudo-période voisine, non égale, de la période propre

L'écriture $T \approx T_0$ n'est qu'une approximation, valable pour un amortissement faible. Quand un frottement fluide augmente, T s'écarte de T_0. En régime apériodique, aucune pseudo-période ne se mesure.

Oscillations de torsion autour d'un fil

Propriété : Couple de rappel exercé par un fil de torsion

Un fil de torsion vertical, de constante de torsion C, est fixé par son extrémité supérieure ; un solide est fixé à son extrémité inférieure. Quand le solide tourne d'un angle θ (en radians) à partir de la position où le fil n'est pas tordu, le fil exerce sur lui un **couple de rappel** dont le moment par rapport à l'axe Δ du fil vaut

$$\mathcal{M}_C = -C\,\theta,$$

avec C en $\mathrm{N \cdot m \cdot rad^{-1}}$. Ce couple tend à ramener le solide vers la position où le fil n'est pas tordu, quel que soit le sens de la torsion.

Propriété : Équation différentielle et période propre du pendule de torsion

Un pendule de torsion est formé d'un solide de moment d'inertie J_Δ par rapport à l'axe Δ d'un fil de torsion vertical de constante C. Les frottements sont négligeables. Dans le référentiel terrestre supposé galiléen, l'abscisse angulaire θ du solide, nulle à l'équilibre, vérifie :

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} + \frac{C}{J_\Delta}\,\theta = 0.$$

Sa solution s'écrit $\theta(t) = \theta_m \cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}\,t + \varphi\right)$, avec $\theta_m > 0$ et φ fixées par les conditions initiales, et la période propre vaut :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}.$$

Exemple

Un disque de moment d'inertie $J_\Delta = 2{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg\cdot m^2}$ est suspendu à un fil de constante $C = 5{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{N\cdot m\cdot rad^{-1}}$.

Couple pour $\theta = 0{,}20\,\mathrm{rad}$: $\mathcal{M}_C = -C\,\theta = -1{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{N\cdot m}$.

Période propre.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}$$
$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2{,}0 \times 10^{-3}}{5{,}0 \times 10^{-2}}}$$
$$T_0 \approx 1{,}3\,\mathrm{s}$$

Quadrupler J_Δ doublerait la période propre.

Petites oscillations d'un pendule

Propriété : Pendule pesant et pendule simple : petites oscillations

Un **pendule pesant** est un solide de masse m, mobile autour d'un axe horizontal fixe Δ qui ne passe pas par son centre d'inertie G ; d est la distance de G à l'axe et J_Δ le moment d'inertie du solide par rapport à Δ. L'abscisse angulaire θ est l'angle orienté entre la verticale descendante et la droite qui joint l'axe à G. Les frottements sont négligeables. Pour de **petites oscillations**, on fait l'approximation $\sin\theta \approx \theta$, avec θ en radians ; l'abscisse angulaire vérifie alors

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} + \frac{m\,g\,d}{J_\Delta}\,\theta = 0.$$

La période propre vaut alors :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{m\,g\,d}}.$$

Le **pendule simple** de longueur ℓ (objet de petites dimensions au bout d'un fil inextensible de masse négligeable) en est le cas $J_\Delta = m\,\ell^2$ et $d = \ell$: $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}$. Le **pendule simple synchrone** d'un pendule pesant a la même période propre ; sa longueur est $\ell = \dfrac{J_\Delta}{m\,d}$.

Méthode : Écrire l'équation d'un pendule par les moments

1. **Cadre** : système, référentiel terrestre supposé galiléen, axe fixe Δ et sens positif de θ.
2. **Moments** : zéro si la droite d'action coupe Δ ou lui est parallèle ; $-C\,\theta$ pour le fil de torsion ; $-m\,g\,d\sin\theta$ pour le poids d'un pendule pesant.
3. **Loi** : la somme des moments égale $J_\Delta\,\dfrac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$.
4. **Petits angles** : $\sin\theta \approx \theta$, en radians.
5. **Identification** : le coefficient de θ vaut $\dfrac{4\pi^2}{T_0^2}$.

Exemple

Pendule simple de longueur $\ell = 0{,}90\,\mathrm{m}$:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}90}{9{,}80}}$$
$$T_0 \approx 1{,}9\,\mathrm{s}$$

Poêle suspendue par le trou de son manche : $m = 0{,}60\,\mathrm{kg}$, $d = 0{,}22\,\mathrm{m}$ et $J_\Delta = 4{,}4\times10^{-2}\,\mathrm{kg\cdot m^2}$. Son pendule simple synchrone mesure :

$$\ell = \frac{J_\Delta}{m\,d}$$
$$\ell = \frac{4{,}4\times10^{-2}}{0{,}60\times0{,}22}$$
$$\ell \approx 0{,}33\,\mathrm{m}$$

Attention : Radians obligatoires et amplitude faible

L'égalité approchée $\sin\theta \approx \theta$ suppose θ en radians et un angle petit. À 12°, soit $0{,}209\,\mathrm{rad}$, $\sin\theta = 0{,}208$: l'écart reste inférieur à $1\,\%$. À 60°, il atteint environ $21\,\%$, et l'expression de la période propre ne convient plus.

Solide et poulie couplés par un fil

Méthode : Relier translation et rotation par le fil

1. **Deux systèmes** : le solide en translation, d'abscisse x, et la poulie, d'abscisse angulaire θ.

2. **Deux lois** : la deuxième loi de Newton s'applique au solide ; la poulie, d'axe Δ, relève de la relation fondamentale de la dynamique en rotation. La tension du fil figure dans les deux.
3. **Liaison** : le fil, inextensible, ne glisse pas sur une gorge de rayon r, donc $x = r\,\theta$.
4. **Élimination** : remplace la tension par son expression tirée d'une équation, puis lis la période propre.

Exemple

Un solide de masse $m = 0{,}40\,\mathrm{kg}$ pend à un fil enroulé sur une poulie de rayon $r = 5{,}0\,\mathrm{cm}$, de moment d'inertie $J_\Delta = 6{,}0 \times 10^{-4}\,\mathrm{kg\cdot m^2}$. L'autre brin est tenu par un ressort vertical de raideur $K = 50\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$, fixé au sol.

Équation obtenue, avec $\dfrac{J_\Delta}{r^2} = 0{,}24\,\mathrm{kg}$:

$$\left(m + \frac{J_\Delta}{r^2}\right)\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + K\,x = 0$$

Période propre.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}64}{50}}$$
$$T_0 \approx 0{,}71\,\mathrm{s}$$

La poulie agit comme une masse ajoutée au solide.

Oscillations forcées d'un résonateur

Définition **: Résonance mécanique : excitateur, résonateur et conditions**

Un oscillateur mécanique de fréquence propre N_0, le **résonateur**, est soumis par un autre système, l'**excitateur**, à une action périodique de fréquence N_e. Après un régime transitoire, le résonateur oscille à la fréquence N_e imposée par l'excitateur : ses oscillations sont **forcées**.

L'amplitude des oscillations forcées dépend de N_e. Elle passe par un maximum pour une fréquence voisine de N_0 : c'est la **résonance mécanique**.

- **Amortissement faible** : la résonance est **aiguë**, le maximum d'amplitude est élevé et obtenu pour $N_e \approx N_0$.
- **Amortissement important** : la résonance est **floue**, le maximum est moins élevé et moins marqué ; pour un amortissement très fort, il n'y a plus de résonance.

Exemple

Un ventilateur dont une pale est abîmée tourne à 900 tours par minute. Ce balourd secoue son support à la fréquence de rotation, $N_e = \dfrac{900}{60} = 15\,\text{Hz}$: le ventilateur est l'excitateur, le support le résonateur. Si la fréquence propre du support est voisine de $15\,\text{Hz}$, il entre en résonance et tremble fortement.

Attention : Le résonateur suit la fréquence imposée

En régime permanent, le résonateur vibre à N_e, quelle que soit sa fréquence propre. La valeur de N_0 indique seulement où se place la résonance. Répondre N_0 à la question « à quelle fréquence oscille-t-il ? » est une confusion fréquente.

Formules et gestes des oscillateurs

Méthode : Choisir le geste selon la question

- **Établir une équation** : bilan des forces et deuxième loi pour une translation ; bilan des moments et relation en rotation pour un pendule.
- **Période ou fréquence propre** : expression de T_0 de l'oscillateur, puis $N_0 = \dfrac{1}{T_0}$.
- **Amplitude et phase** : $x(0)$ et le signe de $v_x(0)$.
- **Courbe x(t)** : T_0 entre deux maximums, puis K ou C par la période propre.
- **Ressort suspendu** : $K\,\Delta\ell_0 = m\,g\sin\alpha$ à l'équilibre.
- **Enregistrement amorti** : écarts ou rapports des maximums successifs.
- **Vibration imposée** : fréquence de l'excitateur, résonance vers N_0.

Force de rappel

$$\vec{F} = -K\,x\,\vec{i}$$

Couple de torsion

$$\mathcal{M}_C = -C\,\theta$$

Équation horaire

$$x(t) = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}\,t + \varphi\right)$$

Solide-ressort

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

Équilibre incliné

$$K\,\Delta\ell_0 = m\,g\sin\alpha$$

Pendule de torsion

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}$$

Pendule pesant

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{m\,g\,d}}$$

Pendule simple

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Pendule synchrone

$$\ell = \frac{J_\Delta}{m\,d}$$

Vitesse maximale

$$v_m = \frac{2\pi\,x_m}{T_0}$$

À retenir : Rédiger un établissement en devoir

Une équation différentielle vaut par sa rédaction : système, référentiel terrestre supposé galiléen, axe orienté avec son origine, bilan, loi appliquée, projection. Vérifie ensuite la solution proposée en la reportant dans l'équation. Chaque application numérique porte son unité et les chiffres significatifs de la donnée la moins précise.