BURHAN

Systèmes mécaniques oscillants : exercices, application

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/systemes-mecaniques-oscillants/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Systèmes mécaniques oscillants	Application	8

Exercice 1

Raideur du ressort d'un peson de pêcheur

Un pêcheur pèse ses prises avec un peson : un ressort vertical, de masse négligeable, au bout duquel il accroche le poisson. On prend $g = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Un poisson de masse $m = 1{,}2\,\mathrm{kg}$, immobile, allonge le ressort de $\Delta\ell_0 = 4{,}0\,\mathrm{cm}$.

1.

Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le poisson immobile, puis calculer la valeur F de la force de rappel du ressort.

INDICE

Outil : un solide immobile dans le référentiel terrestre, supposé galiléen, subit des forces dont la somme est nulle.

CORRIGÉ

Bilan. Le poisson subit son poids $\vec{P}$, vertical vers le bas, et la force de rappel $\vec{F}$ du ressort, verticale vers le haut.

Équilibre. $\vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$, donc $F = m\,g$:

$$F = 1{,}2 \times 9{,}80$$
$$F \approx 12\,\mathrm{N}$$

Conclusion. La force de rappel vaut environ $12\,\mathrm{N}$, dirigée vers le haut.

2.

En déduire la raideur K du ressort.

INDICE

Outil : la valeur de la force de rappel est proportionnelle à l'allongement ; convertis l'allongement en mètres.

CORRIGÉ

Relation. $F = K\,\Delta\ell_0$, avec $\Delta\ell_0 = 0{,}040\,\mathrm{m}$:

$$K = \frac{m\,g}{\Delta\ell_0}$$
$$K = \frac{11{,}76}{0{,}040}$$
$$K \approx 2{,}9 \times 10^{2}\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$$

Conclusion. La raideur du ressort vaut environ $2{,}9 \times 10^{2}\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$.

3.

Le pêcheur accroche ensuite une prise de $0{,}75\,\mathrm{kg}$. Calculer le nouvel allongement à l'équilibre.

INDICE

Outil : la même condition d'équilibre s'applique ; garde la valeur non arrondie de K.

CORRIGÉ

Allongement. $K\,\Delta\ell = m'\,g$:

$$\Delta\ell = \frac{m'\,g}{K}$$
$$\Delta\ell = \frac{0{,}75 \times 9{,}80}{294}$$
$$\Delta\ell \approx 2{,}5 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}$$

Conclusion. La seconde prise allonge le ressort d'environ $2{,}5\,\mathrm{cm}$: l'allongement est proportionnel à la masse suspendue.

Exercice 2

Période propre d'un chariot de jouet retenu par un ressort

Un chariot de jouet, de masse $m = 0{,}180\,\mathrm{kg}$, roule sans frottement sur un plancher horizontal. Il est relié à un mur par un ressort horizontal de raideur $K = 45\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$. Écarté de sa position d'équilibre puis lâché, il oscille.

1.

Après le lâcher, aucun dispositif n'entretient le mouvement du chariot. Comment nomme-t-on ces oscillations ? Calculer la période propre T_0 de l'oscillateur.

INDICE

Outil : la période propre d'un solide-ressort ne fait intervenir que la masse et la raideur.

CORRIGÉ

Nature. Aucun excitateur n'agit après le lâcher : le chariot oscille seul, à son propre rythme ; ce sont des oscillations libres.

Période propre.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$
$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}180}{45}}$$
$$T_0 \approx 0{,}40\,\mathrm{s}$$

Conclusion. Les oscillations sont libres, de période propre voisine de $0{,}40\,\mathrm{s}$, avec deux chiffres significatifs comme la raideur.

2.

En déduire sa fréquence propre N_0.

INDICE

Outil : la fréquence propre est l'inverse de la période propre ; utilise la valeur non arrondie de T_0.

CORRIGÉ

Fréquence.

$$N_0 = \frac{1}{T_0}$$
$$N_0 = \frac{1}{0{,}397}$$
$$N_0 \approx 2{,}5\,\mathrm{Hz}$$

Conclusion. Le chariot effectue environ $2{,}5$ oscillations par seconde.

3.

On charge le chariot pour que sa période propre double. Quelle doit être sa masse totale ?

INDICE

Point délicat : la période propre est proportionnelle à la racine carrée de la masse, pas à la masse.

CORRIGÉ

Rapport. $\dfrac{T_0'}{T_0} = \sqrt{\dfrac{m'}{m}} = 2$, donc $m' = 4\,m$.

Masse. $m' = 4 \times 0{,}180 = 0{,}720\,\mathrm{kg}$.

Conclusion. La masse totale doit être de $0{,}720\,\mathrm{kg}$, soit quatre fois la masse du chariot seul.

Exercice 3

Amplitude et phase d'un accéléromètre selon le départ

Dans un accéléromètre de laboratoire, une petite masse glisse sans frottement le long d'un axe horizontal $(O;\vec{i})$, retenue par un ressort. L'origine O est sa position d'équilibre, et sa période propre vaut $T_0 = 0{,}25\,\text{s}$. Son abscisse s'écrit :

$$x(t) = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}\,t + \varphi\right)$$

1.

À $t = 0$, la masse est lâchée sans vitesse à l'abscisse $x_0 = -1{,}2\,\text{cm}$. Déterminer x_m et φ.

INDICE

Début : écris $x(0)$ et $v_x(0)$ à partir de l'équation horaire ; une vitesse initiale nulle impose $\sin\varphi = 0$.

CORRIGÉ

Vitesse initiale nulle. $v_x(0) = -\dfrac{2\pi}{T_0}\,x_m \sin\varphi = 0$, donc $\varphi = 0$ ou $\varphi = \pi$.

Position initiale. $x(0) = x_m\cos\varphi = -1{,}2\,\text{cm}$ est négative, avec $x_m > 0$: $\cos\varphi = -1$.

Conclusion. L'amplitude vaut $x_m = 1{,}2\,\text{cm}$ et la phase à l'origine $\varphi = \pi$.

2.

On recommence : à $t = 0$, la masse passe par O avec la vitesse $v_0 = 0{,}15\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, dans le sens de $\vec{i}$. Déterminer x_m et φ.

INDICE

Début : un passage par l'origine impose $\cos\varphi = 0$. **Ensuite :** le signe de v_0 choisit la valeur de φ.

CORRIGÉ

Position initiale nulle. $x_m\cos\varphi = 0$, donc $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$ ou $\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$.

Signe. $v_0 > 0$ et $v_x(0) = -\dfrac{2\pi}{T_0}\,x_m\sin\varphi$, donc $\sin\varphi < 0$: $\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$.

Amplitude. $v_0 = \dfrac{2\pi}{T_0}\,x_m$:

$$\begin{aligned} x_m &= \frac{v_0\,T_0}{2\pi} \\ x_m &= \frac{0{,}15 \times 0{,}25}{2\pi} \\ x_m &\approx 6{,}0\times10^{-3}\,\text{m} \end{aligned}$$

Conclusion. L'amplitude vaut environ $0{,}60\,\text{cm}$ et $\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$.

3.

Écrire l'équation horaire du mouvement de la question 2, avec x en centimètres et t en secondes.

INDICE

Outil : calcule d'abord $\dfrac{2\pi}{T_0}$ avec $T_0 = 0{,}25\,\text{s}$.

CORRIGÉ

Coefficient du temps. $\dfrac{2\pi}{T_0} = \dfrac{2\pi}{0{,}25} = 8\pi\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$.

Équation horaire.

$$x = 0{,}60\cos\left(8\pi\,t - \frac{\pi}{2}\right)$$

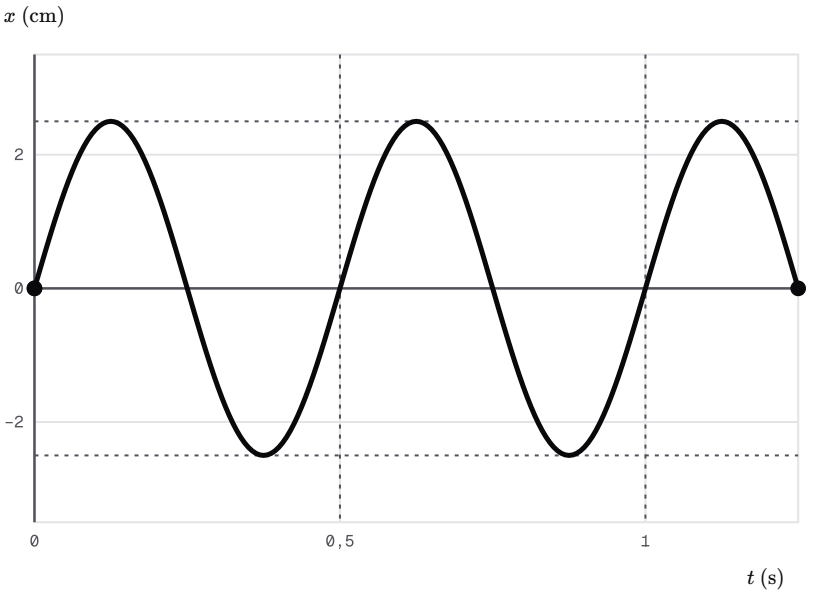
Conclusion. L'abscisse de la masse s'écrit $x(t) = 0{,}60\cos\left(8\pi\,t - \dfrac{\pi}{2}\right)$, en centimètres.

Exercice 4

Lecture de l'enregistrement d'un capteur de position

Un solide de masse $m = 0{,}450\,\text{kg}$, relié à un ressort horizontal, oscille sans frottement. Un capteur enregistre l'abscisse x de son centre d'inertie sur l'axe $(O;\vec{i})$, d'origine O à l'équilibre.

Document. Courbe $x(t)$ enregistrée ; les droites verticales marquent deux passages successifs par zéro, en montant, à $t = 0{,}50\,\text{s}$ et $t = 1{,}00\,\text{s}$.



Abscisse du solide enregistrée par le capteur

1.

Lire sur le document la période propre T_0 et l'amplitude x_m.

INDICE

Outil : repère deux instants où la courbe passe par zéro en montant ; mesurer deux périodes réduit l'erreur de lecture.

CORRIGÉ

Période. La courbe passe par zéro en montant à $t = 0$, puis à $0{,}50\,\text{s}$ et à $1{,}00\,\text{s}$: deux périodes durent $1{,}00\,\text{s}$, donc $T_0 \approx 0{,}50\,\text{s}$.

Amplitude. Les extrêmes valent $\pm 2{,}5\,\text{cm}$, donc $x_m \approx 2{,}5\,\text{cm}$.

Conclusion. On lit $T_0 \approx 0{,}50\,\text{s}$ et $x_m \approx 2{,}5\,\text{cm}$.

2.

Déterminer la phase à l'origine φ.

INDICE

Début : lis $x(0)$, puis regarde si x augmente ou diminue juste après $t = 0$.

CORRIGÉ

Position. $x(0) = 0$, donc $\cos\varphi = 0$: $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$ ou $\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$.

Sens. La courbe monte en $t = 0$: $v_x(0) > 0$, donc $\sin\varphi < 0$.

Conclusion. La phase à l'origine vaut $\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$.

3.

Calculer la raideur K du ressort.

INDICE

Outil : isole K dans l'expression de la période propre en l'élevant au carré.

CORRIGÉ

Expression. $T_0^2 = \dfrac{4\pi^2\, m}{K}$, donc :

$$K = \frac{4\pi^2\, m}{T_0^2}$$
$$K = \frac{4\pi^2 \times 0{,}450}{0{,}50^2}$$
$$K \approx 71\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$$

Conclusion. La raideur du ressort vaut environ $71\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$.

Exercice 5

Constante de torsion du fil d'un torsiomètre

Un torsiomètre de laboratoire est formé d'un disque horizontal suspendu à un fil d'acier vertical. Son moment d'inertie par rapport à l'axe du fil vaut $J_\Delta = 8{,}0 \times 10^{-4}\,\mathrm{kg\cdot m^2}$. Les frottements sont négligeables.

Un élève chronomètre 20 oscillations : elles durent $25{,}0\,\mathrm{s}$.

1.

Calculer la période propre T_0 du torsiomètre.

INDICE

Outil : une oscillation dure une période ; divise la durée mesurée par le nombre d'oscillations.

CORRIGÉ

Période. $T_0 = \dfrac{25{,}0\,\mathrm{s}}{20} = 1{,}25\,\mathrm{s}$.

Conclusion. La période propre du torsiomètre vaut $1{,}25\,\mathrm{s}$; chronométrer vingt oscillations divise l'erreur de déclenchement par vingt.

2.

En déduire la constante de torsion C du fil.

INDICE

Outil : la période propre d'un pendule de torsion fait intervenir J_Δ et C ; élève-la au carré pour isoler C.

CORRIGÉ

Expression. $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{J_\Delta}{C}}$ donne :

$$C = \frac{4\pi^2\,J_\Delta}{T_0^2}$$

$$C = \frac{4\pi^2 \times 8{,}0 \times 10^{-4}}{1{,}25^2}$$

$$C \approx 2{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{N\cdot m\cdot rad^{-1}}$$

Conclusion. La constante de torsion du fil vaut environ $2{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{N\cdot m\cdot rad^{-1}}$.

3.

Le disque est tourné de 15° à partir de sa position d'équilibre. Calculer le moment $\mathcal{M}_C$ du couple de rappel.

INDICE

Point délicat : la relation du couple de rappel exige l'angle en radians.

CORRIGÉ

Conversion. $\theta = 15 \times \dfrac{\pi}{180} \approx 0{,}262\,\text{rad}$.

Moment.

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_C &= -C\,\theta \\ \mathcal{M}_C &= -0{,}0202 \times 0{,}262 \\ \mathcal{M}_C &\approx -5{,}3 \times 10^{-3}\,\text{N}\cdot\text{m}\end{aligned}$$

Conclusion. Le moment du couple de rappel vaut environ $-5{,}3 \times 10^{-3}\,\text{N}\cdot\text{m}$: son signe, opposé à celui de θ, ramène le disque vers l'équilibre.

Exercice 6

Longueur d'une balançoire modélisée par un pendule simple

Une enfant se balance avec de petites oscillations. On modélise la balançoire et l'enfant par un pendule simple : la longueur ℓ va de l'axe de suspension au centre d'inertie de l'enfant. On prend $g = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Assise, l'enfant fait un aller et retour en $2{,}8\,\mathrm{s}$.

1.

Calculer la longueur ℓ du pendule simple modèle.

INDICE

Outil : la période propre d'un pendule simple ne dépend que de ℓ et de g ; élève-la au carré.

CORRIGÉ

Expression. $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}$ donne :

$$\ell = \frac{g\,T_0^2}{4\pi^2}$$
$$\ell = \frac{9{,}80 \times 2{,}8^2}{4\pi^2}$$
$$\ell \approx 1{,}9\,\mathrm{m}$$

Conclusion. Le pendule simple modèle a une longueur d'environ $1{,}9\,\mathrm{m}$.

2.

Debout sur le siège, l'enfant remonte son centre d'inertie : la longueur devient $\ell' = 1{,}6\,\mathrm{m}$. Calculer la nouvelle période propre.

INDICE

Outil : même expression de la période propre, avec la nouvelle longueur.

CORRIGÉ

Période.

$$T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{1{,}6}{9{,}80}}$$
$$T_0' \approx 2{,}5\,\mathrm{s}$$

Conclusion. Debout, l'enfant oscille avec une période propre plus courte, d'environ $2{,}5\,\mathrm{s}$.

3.

Un adulte, deux fois plus lourd, s'assoit à la place de l'enfant, avec le même centre d'inertie. La période propre change-t-elle ? Justifier.

INDICE

Outil : regarde quelles grandeurs figurent dans l'expression de la période propre du pendule simple.

CORRIGÉ

Expression. $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}$ ne contient pas la masse.

Conclusion. À longueur égale, la période propre reste d'environ $2{,}8\,\mathrm{s}$: la masse de la personne n'intervient pas.

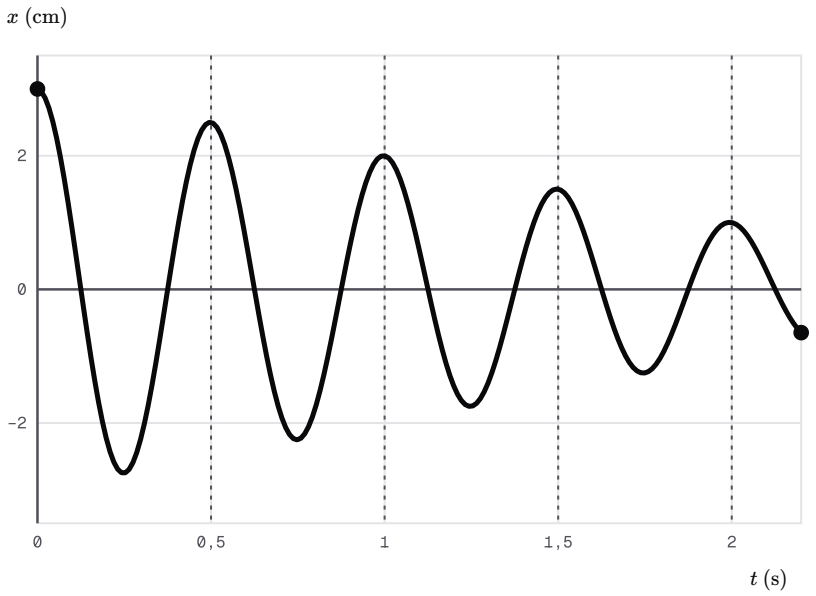
Exercice 7

Régime et frottement sur deux enregistrements amortis

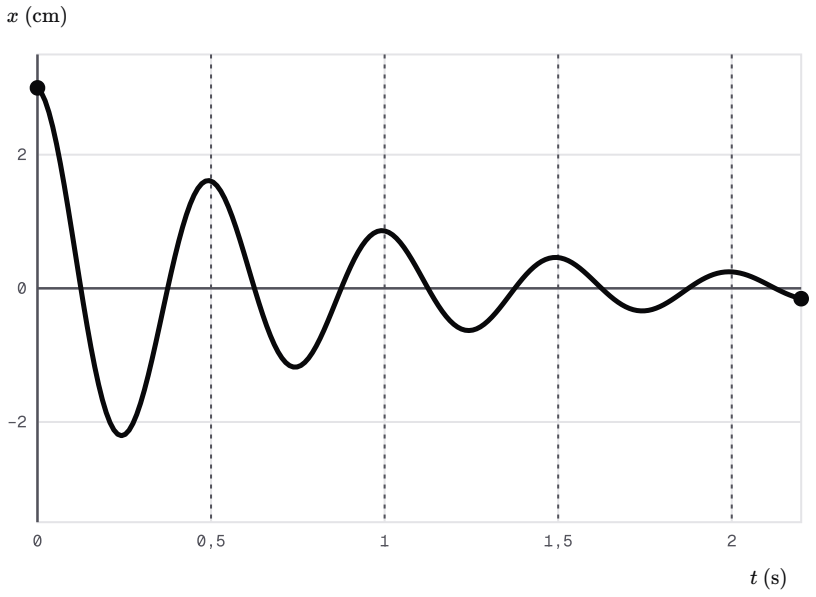
Un même solide, relié à un ressort horizontal, est écarté de $3{,}0\,\text{cm}$ puis lâché. Sans frottement, sa période propre vaut $T_0 = 0{,}49\,\text{s}$.

On le freine successivement par deux dispositifs différents, notés (a) et (b).

Documents. Enregistrements (a) et (b) de l'abscisse x du solide ; les droites verticales sont espacées de $0{,}50\,\text{s}$.



Enregistrement (a), courbe modèle d'oscillations amorties



Enregistrement (b), courbe modèle d'oscillations amorties

1.

Quel est le régime des oscillations avec chaque dispositif ? Justifier.

INDICE

Outil : regarde si la courbe traverse plusieurs fois la position d'équilibre $x = 0$.

CORRIGÉ

Observation. Dans les deux enregistrements, x change de signe plusieurs fois avec des maximums de plus en plus petits.

Conclusion. Les deux régimes sont pseudo-périodiques : le solide oscille autour de l'équilibre avec une amplitude qui diminue.

2.

Relever les premiers maximums de chaque enregistrement et en déduire le type de frottement de chaque dispositif.

INDICE

Début : relève trois ou quatre maximums successifs. **Ensuite :** compare leurs différences, puis leurs rapports.

CORRIGÉ

Enregistrement (a). Maximums $\approx 3{,}0$; $2{,}5$; $2{,}0$; $1{,}5\,\mathrm{cm}$: ils diminuent de $0{,}5\,\mathrm{cm}$ à chaque oscillation et s'alignent sur une droite.

Enregistrement (b). Maximums $\approx 3{,}0$; $1{,}6$; $0{,}9\,\mathrm{cm}$: leurs rapports, $\dfrac{1{,}6}{3{,}0} \approx 0{,}53$ et $\dfrac{0{,}9}{1{,}6} \approx 0{,}56$, sont voisins.

Conclusion. Le dispositif (a) exerce un frottement solide, à écarts égaux ; le dispositif (b) un frottement fluide, à rapports constants.

3.

Mesurer la pseudo-période T et la comparer à T_0. Que peut-on en dire pour chaque dispositif ?

INDICE

Outil : les maximums successifs coïncident à peu près avec les droites verticales.

CORRIGÉ

Mesure. Les maximums se succèdent à intervalles de $0{,}50\,\mathrm{s}$ environ : $T \approx 0{,}50\,\mathrm{s}$.

Comparaison. T est voisine de $T_0 = 0{,}49\,\mathrm{s}$.

Conclusion. Avec le frottement solide (a), $T \approx T_0$ est attendu quelle que soit la valeur du frottement : la comparaison ne renseigne pas sur l'amortissement. Avec le frottement fluide (b), T voisine de T_0 indique un frottement fluide faible.

Exercice 8

Vibrations d'une machine à laver pendant l'essorage

Dans une machine à laver, la cuve est suspendue à la carrosserie par des ressorts et des amortisseurs. Sa fréquence propre vaut $N_0 = 4{,}0\,\text{Hz}$. Pendant l'essorage, le linge mal réparti dans le tambour exerce sur la cuve une action périodique, à la fréquence de rotation du tambour.

1.

Identifier l'excitateur et le résonateur.

INDICE

Outil : l'excitateur impose l'action périodique ; le résonateur est l'oscillateur qui la subit.

CORRIGÉ

Rôles. Le tambour chargé de linge, en rotation, impose l'action périodique. La cuve suspendue à ses ressorts possède une fréquence propre et subit cette action.

Conclusion. Le tambour est l'excitateur et la cuve suspendue est le résonateur.

2.

Le tambour tourne à 600 tours par minute. À quelle fréquence la cuve oscille-t-elle en régime permanent ?

INDICE

Point délicat : qui impose son rythme à la cuve en régime permanent ?

CORRIGÉ

Fréquence de l'excitateur. $N_e = \dfrac{600}{60} = 10\,\text{Hz}$.

Conclusion. En régime permanent, la cuve oscille à $10\,\text{Hz}$, la fréquence imposée par le tambour, et non à $4{,}0\,\text{Hz}$.

3.

Au démarrage de l'essorage, la machine tremble fortement pendant quelques secondes. Pour quelle vitesse de rotation du tambour, en tours par minute, ce phénomène se produit-il ?

INDICE

Outil : la résonance apparaît quand la fréquence de l'excitateur est voisine de la fréquence propre ; une fréquence en hertz compte des tours par seconde.

CORRIGÉ

Condition. La résonance se produit pour $N_e \approx N_0 = 4{,}0\,\text{Hz}$, soit $4{,}0$ tours par seconde.

Conversion. $4{,}0 \times 60 = 240$ tours par minute.

Conclusion. La machine tremble fortement quand le tambour passe par environ 240 tours par minute, en accélérant vers sa vitesse d'essorage.