BURHAN

Résumé : Satellites artificiels et planètes

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/satellites-et-planetes/resume

Chapitre	Semestre
Satellites artificiels et planètes	Semestre 2

Choisir le référentiel selon l'astre étudié

Définition : Référentiels héliocentrique et géocentrique

Le **référentiel héliocentrique** a pour origine le centre du Soleil et trois axes dirigés vers trois étoiles lointaines, considérées comme fixes.

Le **référentiel géocentrique** a pour origine le centre de la Terre et trois axes parallèles à ceux du référentiel héliocentrique : il est en translation par rapport à lui et ne tourne pas avec la Terre.

On étudie le mouvement des planètes dans le référentiel héliocentrique, celui de la Lune et des satellites de la Terre dans le référentiel géocentrique. Dans ce chapitre, ces deux référentiels sont supposés **galiléens** pendant les durées étudiées.

À retenir : Autour de quoi tourne l'objet ?

Regarde d'abord autour de quoi tourne l'objet. Une planète tourne autour du Soleil : référentiel héliocentrique. Un satellite artificiel ou la Lune tourne autour de la Terre : référentiel géocentrique. Une lune de Mars s'étudie dans un référentiel lié au centre de Mars, aux axes fixes par rapport aux étoiles.

Remarque : Un référentiel supposé galiléen

Rappel : la deuxième loi de Newton, $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, ne s'applique que dans un référentiel galiléen. Ici, les deux référentiels sont supposés galiléens pendant la durée de l'étude.

Ellipse, foyers et balayage des aires

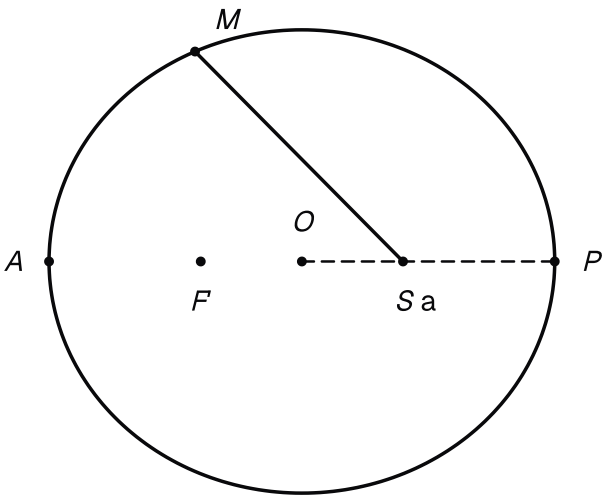
Propriété : Les trois lois de Kepler

Dans le référentiel héliocentrique, le mouvement du centre de chaque planète obéit à trois lois.

1. **Loi des orbites.** La trajectoire est une ellipse dont le Soleil occupe l'un des deux foyers.
2. **Loi des aires.** Le segment qui relie le centre du Soleil au centre de la planète balaie des aires égales pendant des durées égales.

3. **Loi des périodes.** Le carré de la période de révolution T est proportionnel au cube du demi-grand axe a de l'ellipse : $\frac{T^2}{a^3} = k$, la constante k étant la même pour toutes les planètes du Système solaire.

Ces lois s'appliquent aussi aux satellites d'un même astre, avec une constante propre à cet astre. Un cercle est une ellipse dont les deux foyers sont confondus avec le centre : pour une orbite circulaire, a est le rayon r de l'orbite et la loi des aires impose un mouvement uniforme.



Orbite elliptique : le Soleil occupe un foyer

Attention : Le Soleil occupe un foyer, pas le centre, sauf pour un cercle

Le Soleil n'est pas au centre O de l'ellipse : il est au foyer S. La distance planète-Soleil change donc au cours d'un tour. Elle est la plus courte au périhélie, la plus longue à l'aphélie. La loi des aires dit alors que la planète va plus vite au périhélie.

À retenir : Sur un cercle, la vitesse reste constante

Dans tes calculs, l'énoncé donne une orbite circulaire. Le demi-grand axe devient le rayon r et la loi des aires donne un mouvement uniforme. Sur une ellipse, tu compares seulement des vitesses, sans calcul.

Attraction mutuelle de deux corps

Remarque : De la valeur au vecteur

Rappel : au tronc commun, tu as calculé la valeur $F = G\,\dfrac{m_A\,m_B}{d^2}$. La forme vectorielle ajoute la direction, la droite (AB), et le sens : chaque corps est tiré vers l'autre.

Propriété : Loi de gravitation universelle sous forme vectorielle

Deux corps ponctuels A et B, de masses m_A et m_B, séparés par la distance $d = AB$, exercent l'un sur l'autre des forces **attractives**, de même droite d'action (AB) et de sens opposés : $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$, avec

$$\vec{F}_{A/B} = -G\,\frac{m_A\,m_B}{d^2}\,\vec{u}_{AB},$$

où $\vec{u}_{AB}$ est le vecteur unitaire dirigé de A vers B et $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}$ la constante de gravitation universelle. Les deux forces ont la même valeur $F = G\,\dfrac{m_A\,m_B}{d^2}$.

La loi s'applique aussi à deux corps à **répartition sphérique de masse** : d est alors la distance entre leurs centres.

Méthode : Quatre réflexes pour une force de gravitation

1. **Distance** : prends la distance entre les centres ; pour un satellite, $r = R_T + h$.
2. **Unités** : mètres et kilogrammes avant tout calcul.
3. **Flèche** : chaque force part du centre du corps qui la subit et pointe vers l'autre centre.
4. **Valeur** : un résultat en newtons, avec les chiffres significatifs des données.

Exemple

Données. Un satellite d'observation de $850\,\mathrm{kg}$ tourne à $h = 1\,200\,\mathrm{km}$.

Distance des centres. $r = 6{,}37 \times 10^{6} + 1{,}20 \times 10^{6} = 7{,}57 \times 10^{6}\,\mathrm{m}$.

Valeur de la force.

$$F = \frac{G\,M_T\,m}{r^2}$$
$$F \approx 5{,}91 \times 10^{3}\,\mathrm{N}$$

Attention : Distance de centre à centre

Avec l'altitude $h = 1{,}20 \times 10^{6}\,\mathrm{m}$ à la place de r, la force du satellite serait environ 40 fois trop grande. La loi de gravitation compte la distance d'un centre à l'autre.

Pesanteur loin du sol

Propriété : Intensité de la pesanteur en fonction de l'altitude

On assimile la Terre à un corps à répartition sphérique de masse M_T et de rayon R_T, et l'on néglige les effets de sa rotation. À l'altitude h, l'intensité de la pesanteur vaut

$$g(h) = \frac{G\,M_T}{(R_T + h)^2}.$$

Au sol, $g_0 = \dfrac{G\,M_T}{R_T^2}$, d'où

$$g(h) = g_0\,\frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}.$$

L'intensité de la pesanteur diminue quand l'altitude augmente.

Exemple

Pour le satellite à $1\,200\,\mathrm{km}$, $r = 7{,}57 \times 10^{6}\,\mathrm{m}$:

$$g(h) = \frac{G\,M_T}{r^2}$$
$$g(h) \approx 6{,}95\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

Son poids vaut $m\,g(h) \approx 5{,}91 \times 10^{3}\,\mathrm{N}$: c'est la force de gravitation calculée plus haut.

À retenir : Passer de la masse de la Terre à g0

L'égalité $G\,M_T = g_0\,R_T^2$ remplace G et M_T par deux grandeurs mesurées au sol. Elle sert dès qu'un énoncé donne g_0 au lieu de la masse de la Terre.

Vitesse sur une orbite circulaire

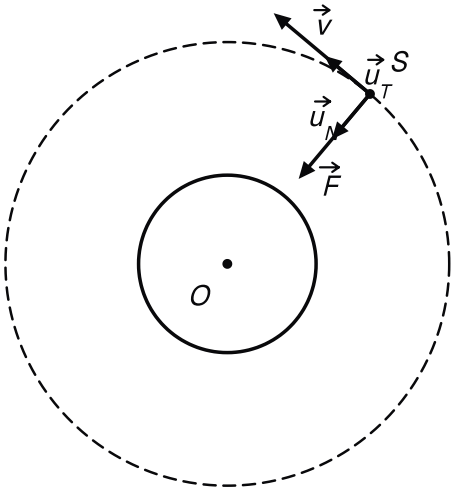
Propriété : Mouvement circulaire uniforme d'un satellite ou d'une planète

Un satellite de masse m décrit, dans le référentiel géocentrique, une orbite **circulaire** de centre O, centre de la Terre, et de rayon $r = R_T + h$. La Terre, de masse M_T, est à répartition sphérique de masse. Il n'est soumis qu'à la force de gravitation exercée par la Terre.

Alors cette force est **centripète**, le mouvement du satellite est **circulaire uniforme** et sa vitesse vaut

$$v = \sqrt{\frac{G\,M_T}{r}}.$$

Cette vitesse ne dépend pas de la masse du satellite. Le même résultat vaut pour une planète en orbite circulaire autour du Soleil, de masse M_S, dans le référentiel héliocentrique.



Satellite sur son orbite circulaire, échelle non respectée

Méthode : Établir le mouvement d'un satellite

1. **Cadre** : le système est le satellite ; le référentiel géocentrique est supposé galiléen.
2. **Force** : une seule, l'attraction de la Terre, dirigée vers son centre comme $\vec{u}_N$.
3. **Loi** : la deuxième loi de Newton donne $\vec{a}$, puis ses coordonnées a_T et a_N.
4. **Lecture** : $a_T = 0$, la vitesse est constante ; $a_N = \dfrac{v^2}{r}$ donne v.

Exemple

Le satellite à $r = 7{,}57 \times 10^6\ \mathrm{m}$ a pour vitesse

$$v = \sqrt{\frac{G\,M_T}{r}}$$
$$v \approx 7{,}25 \times 10^3\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

soit environ $7\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$, comme les autres satellites en orbite basse.

Attention : La masse du satellite disparaît du calcul

La masse m du satellite se simplifie dans la deuxième loi. Un satellite de $85\ \mathrm{kg}$ placé sur la même orbite que celui de $850\ \mathrm{kg}$ aurait la même vitesse. Seule la masse de l'astre central compte.

Durée d'un tour et loi des périodes

Propriété : Période de révolution et troisième loi de Kepler en trajectoire circulaire

Un satellite en mouvement circulaire uniforme de rayon r autour de la Terre, de masse M_T, a pour période de révolution, durée d'un tour complet :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G\,M_T}}.$$

Le rapport

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G\,M_T}$$

ne dépend que de la masse de l'astre central : c'est la troisième loi de Kepler dans le cas d'une trajectoire circulaire. Le graphe de T^2 en fonction de r^3 est une droite qui passe par l'origine, de coefficient directeur $\dfrac{4\pi^2}{G\,M_T}$. Pour les planètes, on remplace M_T par la masse M_S du Soleil.

Méthode : De l'altitude à la période

1. **Rayon** : $r = R_T + h$, en mètres.
2. **Vitesse** : $v = \sqrt{\dfrac{G\,M_T}{r}}$.
3. **Période** : la longueur du cercle divisée par la vitesse, $T = \dfrac{2\pi r}{v}$, en secondes.
4. **Contrôle** : pour un satellite de la Terre, environ $1{,}5\,\mathrm{h}$ ou plus, et quelques $\mathrm{km\cdot s^{-1}}$.

Exemple

Période. $T = \dfrac{2\pi r}{v} \approx 6{,}56 \times 10^{3}\,\mathrm{s}$, soit environ $1{,}82\,\mathrm{h}$.

Rapport de la troisième loi.

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G\,M_T}$$
$$\frac{T^2}{r^3} \approx 9{,}91 \times 10^{-14}\,\mathrm{s^2\cdot m^{-3}}$$

Tout satellite de la Terre donne ce même rapport.

Méthode : Lire une masse sur une droite

1. **Alignement** : les points de T^2 en fonction de r^3 forment une droite qui passe par l'origine.
2. **Pente** : prends deux points de la droite éloignés l'un de l'autre, puis passe en unités SI.
3. **Masse** : la pente k vaut $\dfrac{4\pi^2}{G\,M}$, donc $M = \dfrac{4\pi^2}{G\,k}$.
4. **Vérification** : compare la masse trouvée à l'ordre de grandeur attendu pour l'astre.

Attention : Un rapport propre à chaque astre central

Le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ change d'un astre central à l'autre. Les lunes de Jupiter n'ont pas le rapport des satellites de la Terre. Avant de comparer deux rapports, vérifie que les deux objets tournent autour du même astre, avec T en secondes et r en mètres.

Rester à la verticale d'un point de l'équateur

Propriété : Satellite géostationnaire : conditions et altitude

Un satellite est **géostationnaire** s'il reste à la verticale d'un même point de l'équateur. On admet que son orbite est circulaire. Elle est alors contenue dans le plan de l'équateur et parcourue dans le sens de rotation de la Terre. Sa période de révolution vaut la durée d'un tour de la Terre sur elle-même, mesurée dans le référentiel géocentrique : $T = 86\,164\,\text{s}$, soit environ $23\,\text{h}\ 56\,\text{min}$.

Son rayon d'orbite vaut

$$r = \sqrt[3]{\frac{G\,M_T\,T^2}{4\pi^2}} \approx 4{,}21 \times 10^7\,\text{m},$$

soit une altitude $h = r - R_T \approx 3{,}58 \times 10^7\,\text{m}$.

Méthode : Trois conditions à vérifier

1. **Plan** : l'orbite est circulaire, dans le plan de l'équateur.
2. **Sens** : celui de la rotation de la Terre, d'ouest en est.
3. **Durée** : la période vaut $86\,164\,\text{s}$, celle de la rotation de la Terre.
4. **Verdict** : si l'une des trois conditions manque, le satellite n'est pas géostationnaire.

Attention : Orbite inclinée ou rétrograde : pas géostationnaire

Une orbite circulaire de rayon $4{,}21 \times 10^7\,\text{m}$ peut être inclinée sur l'équateur : le satellite passe alors tantôt au nord, tantôt au sud. Il ne reste pas non plus au-dessus du même point s'il tourne dans l'autre sens que la Terre.

Associer chaque question à sa méthode

Méthode : Une question, une méthode

- **Choisir un référentiel** : l'astre autour duquel tourne l'objet.
- **Force entre deux astres** : loi de gravitation, distance des centres.
- **Pesanteur en altitude** : $g(h) = g_0\,\dfrac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$.

- **Nature du mouvement, vitesse** : deuxième loi de Newton dans la base de Frenet.
- **Période, rayon, altitude** : troisième loi de Kepler en trajectoire circulaire.
- **Masse de l'astre central** : pente du graphe de T^2 en fonction de r^3.
- **Satellite géostationnaire** : plan, sens et période.
- **Vitesse sur une ellipse** : loi des aires, en comparaison seulement.

Gravitation

$$F = G\,\frac{m_A\,m_B}{d^2}$$

Pesanteur en altitude

$$g(h) = \frac{G\,M_T}{(R_T + h)^2}$$

Rayon de l'orbite

$$r = R_T + h$$

Vitesse

$$v = \sqrt{\frac{G\,M_T}{r}}$$

Période

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

Troisième loi

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G\,M_T}$$

Masse d'un astre

$$M = \frac{4\pi^2}{G\,k}$$

À retenir : Rédiger l'étude d'un satellite

Écris le système, le référentiel supposé galiléen et le bilan des forces avant la deuxième loi. Projette dans la base de Frenet. Convertis les kilomètres en mètres et les jours en secondes. Donne chaque résultat avec son unité et les chiffres significatifs de la donnée la moins précise.