BURHAN

Satellites artificiels et planètes : exercices, niveau examen

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/satellites-et-planetes/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Satellites artificiels et planètes	Niveau examen	5

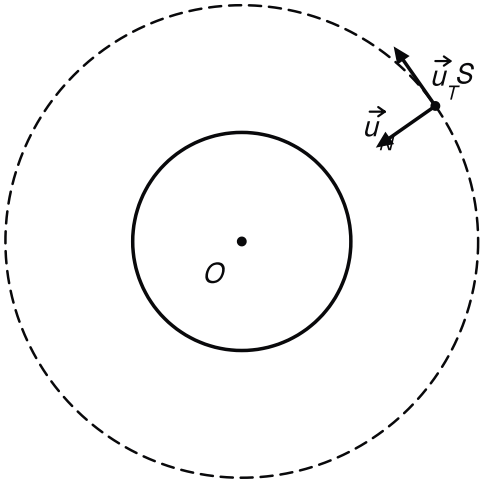
Exercice 1 5 pts

Satellite d'observation et satellite relais

Un satellite d'observation de la Terre, de masse $m = 1\,110\,\text{kg}$, décrit une orbite circulaire à l'altitude $h = 694\,\text{km}$. Ses images sont transmises au sol par un satellite relais.

Les deux satellites sont étudiés dans le référentiel géocentrique supposé galiléen ; seule l'attraction de la Terre agit sur eux.

Données. $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$; $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}\,\text{kg}$; $R_T = 6{,}37 \times 10^{6}\,\text{m}$; $1\,\text{jour} = 86\,400\,\text{s}$.



Satellite d'observation et base de Frenet, sans échelle

A.1. 0,5 pts

Partie A : mouvement du satellite d'observation.

Écrire l'expression vectorielle de la force $\vec{F}_{T/S}$ exercée par la Terre sur le satellite, à l'aide du vecteur unitaire $\vec{u}_{TS}$ dirigé du centre de la Terre vers le satellite. La représenter sans souci d'échelle.

INDICE

Outil : la loi de gravitation universelle sous forme vectorielle, avec la distance des centres $r = R_T + h$.

CORRIGÉ

Expression. La Terre est à répartition sphérique de masse ; avec $r = R_T + h$:

$$\vec{F}_{T/S} = -\frac{G\,M_T\,m}{r^2}\,\vec{u}_{TS}$$

Représentation. Une flèche partant de S, dirigée vers le centre O de la Terre, dans le sens de $\vec{u}_N$.

Conclusion. La force est attractive, dirigée du satellite vers le centre de la Terre, de valeur $\dfrac{G\,M_T\,m}{r^2}$.

A.2. 0,5 pts

Calculer la valeur de cette force.

INDICE

Outil : convertis l'altitude en mètres et calcule d'abord r.

CORRIGÉ

Rayon. $r = 6{,}37 \times 10^{6} + 6{,}94 \times 10^{5} = 7{,}064 \times 10^{6}\ \mathrm{m}$.

Valeur.

$$F = \frac{G\,M_T\,m}{r^2}$$
$$F \approx 8{,}86 \times 10^{3}\ \mathrm{N}$$

Conclusion. La Terre attire le satellite avec une force d'environ $8{,}86 \times 10^{3}\ \mathrm{N}$.

A.3. 1 pts

Par la deuxième loi de Newton, montrer que le satellite d'observation a un mouvement uniforme et que sa vitesse s'écrit $v = \sqrt{\dfrac{G\,M_T}{r}}$.

INDICE

Outil : projette la deuxième loi dans la base de Frenet du document.

CORRIGÉ

Système et référentiel. Le satellite, dans le référentiel géocentrique supposé galiléen.

Deuxième loi. $m\,\vec{a} = \vec{F}_{T/S}$, et $\vec{F}_{T/S}$ est porté par $\vec{u}_N$: $\vec{a} = \dfrac{G\,M_T}{r^2}\,\vec{u}_N$.

Projections. $a_T = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$: v est constante. Puis $a_N = \dfrac{v^2}{r} = \dfrac{G\,M_T}{r^2}$.

Conclusion. Le mouvement est circulaire uniforme, de vitesse $v = \sqrt{\dfrac{G\,M_T}{r}}$.

A.4. 0,5 pts

Calculer la vitesse v du satellite.

INDICE

Outil : la valeur non arrondie de r.

CORRIGÉ

Application numérique. Avec $r = 7{,}064 \times 10^{6}\ \mathrm{m}$:

$$v = \sqrt{\frac{G\,M_T}{r}}$$
$$v \approx 7{,}51 \times 10^{3}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

Conclusion. Le satellite d'observation se déplace à environ $7{,}51\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$.

A.5. 0,5 pts

Calculer sa période de révolution T, en minutes.

INDICE

Outil : la durée d'un tour à vitesse constante.

CORRIGÉ

Période.

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$
$$T \approx 5{,}91 \times 10^{3}\,\text{s}$$

Conversion. $T \approx \dfrac{5{,}91 \times 10^{3}}{60} \approx 98{,}5\,\text{min}.$

Conclusion. Le satellite fait un tour de la Terre en environ $98{,}5\,\text{min}$.

A.6. 0,25 pts

Combien de tours le satellite fait-il en un jour ?

INDICE

Outil : compare la durée d'un jour à la période.

CORRIGÉ

Nombre de tours. $N = \dfrac{86\,400}{5{,}91 \times 10^{3}} \approx 14{,}6.$

Conclusion. Le satellite fait environ $14{,}6$ tours de la Terre par jour.

B.1. 0,5 pts

Partie B : satellite relais.

Le satellite relais doit rester à la verticale d'une station de réception située sur l'équateur. Trois orbites circulaires sont proposées.

Orbite	Plan	Sens	T (s)
O_1	équateur	ouest vers est	$86\,164$
O_2	équateur	ouest vers est	$43\,082$
O_3	incliné de 10°	ouest vers est	$86\,164$

Choisir l'orbite qui convient, en justifiant à partir du tableau.

INDICE

Outil : compare chaque ligne du tableau aux conditions d'un satellite géostationnaire.

CORRIGÉ

Orbite O_2. Sa période est la moitié de celle de la rotation de la Terre : le satellite ferait deux tours pendant que la station en fait un.

Orbite O_3. Elle est inclinée sur l'équateur : le satellite passerait au nord puis au sud de la station.

Orbite O_1. Plan de l'équateur, sens de rotation de la Terre, période de rotation de la Terre : les trois conditions sont remplies.

Conclusion. Seule l'orbite O_1 rend le satellite relais géostationnaire.

B.2. 0,5 pts

Le rayon de l'orbite O_1 vaut $r_R = 4{,}21 \times 10^7\ \mathrm{m}$. Calculer la vitesse v_R du satellite relais sur cette orbite.

INDICE

Outil : une période pour un tour complet de l'orbite.

CORRIGÉ

Vitesse. Avec $r_R = 4{,}21 \times 10^7\ \mathrm{m}$ et $T = 86\,164\ \mathrm{s}$:

$$v_R = \frac{2\pi\, r_R}{T}$$

$$v_R \approx 3{,}07 \times 10^3\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

Conclusion. Le satellite relais se déplace à environ $3{,}07\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$.

B.3. `0,75 pts`

Un signal émis par la station monte vers le relais puis redescend vers la station, à la vitesse $c = 3{,}00 \times 10^{8}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, en ligne droite. Exprimer la durée Δt de cet aller-retour en fonction de r_R, R_T et c, puis la calculer.

INDICE

Outil : cherche d'abord la distance qui sépare la station du relais.

CORRIGÉ

Distance. La station est à la surface, à la verticale du relais : elle en est séparée par l'altitude $h_R = r_R - R_T$.

Durée. Le signal parcourt deux fois cette distance à la vitesse c : $\Delta t = \dfrac{2\,(r_R - R_T)}{c}$.

Application numérique. $h_R = 4{,}21 \times 10^{7} - 6{,}37 \times 10^{6} \approx 3{,}57 \times 10^{7}\,\mathrm{m}$:

$$\Delta t \approx 0{,}238\,\mathrm{s}$$

Conclusion. L'aller-retour du signal dure $\Delta t = \dfrac{2\,(r_R - R_T)}{c}$, soit environ $0{,}238\,\mathrm{s}$.

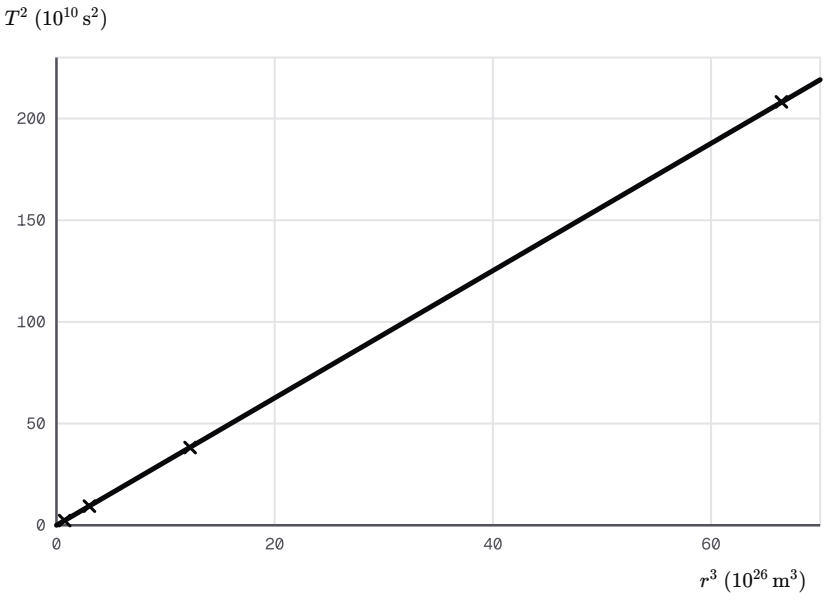
Exercice 2 5 pts

Les quatre grandes lunes de Jupiter

Les quatre grandes lunes de Jupiter décrivent des orbites que l'on suppose circulaires. Le tableau donne le rayon r de chaque orbite et la période de révolution T ; le graphe représente T^2 en fonction de r^3, avec la droite qui modélise les points.

Lune	r (m)	T (jours)
Io	$4{,}22 \times 10^{8}$	$1{,}77$
Europe	$6{,}71 \times 10^{8}$	$3{,}55$
Ganymède	$1{,}07 \times 10^{9}$	$7{,}15$
Callisto	$1{,}88 \times 10^{9}$	$16{,}7$

Données. $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$; $1\,\mathrm{jour} = 86\,400\,\mathrm{s}$.



Lunes de Jupiter : carré de la période en fonction du cube du rayon

A.1. 0,5 pts

Partie A : masse de Jupiter.

Dans quel référentiel étudie-t-on le mouvement de ces lunes ? Décrire ce référentiel.

INDICE

Outil : l'origine est au centre de l'astre autour duquel les lunes tournent.

CORRIGÉ

Référentiel. On choisit un référentiel d'origine le centre de Jupiter, dont les trois axes sont dirigés vers trois étoiles lointaines.

Conclusion. Les lunes s'étudient dans le référentiel lié au centre de Jupiter, supposé galiléen, comme les satellites de la Terre dans le référentiel géocentrique.

A.2. 0,25 pts

Énoncer la troisième loi de Kepler, la loi des périodes.

INDICE

Outil : la loi relie la période de révolution au demi-grand axe de l'orbite.

CORRIGÉ

Loi des périodes. Pour tous les corps qui tournent autour d'un même astre, le carré de la période de révolution est proportionnel au cube du demi-grand axe de l'orbite : $\dfrac{T^2}{a^3}$ a la même valeur pour tous.

Conclusion. Pour des orbites circulaires, le demi-grand axe est le rayon r : le rapport $\dfrac{T^2}{r^3}$ est le même pour les quatre lunes de Jupiter.

A.3. 0,5 pts

Montrer que l'allure du graphe est conforme à la troisième loi de Kepler.

INDICE

Outil : la forme de la droite et le point par lequel elle passe.

CORRIGÉ

Allure. La droite qui modélise les quatre points passe par l'origine : $T^2 = k\,r^3$, avec k constant.

Conclusion. Le rapport $\dfrac{T^2}{r^3}$ est le même pour les quatre lunes : c'est la troisième loi de Kepler pour les satellites d'un même astre.

A.4. 0,25 pts

Le point d'abscisse $6{,}0 \times 10^{27}\,\mathrm{m}^3$ et d'ordonnée $1{,}88 \times 10^{12}\,\mathrm{s}^2$ appartient à la droite. Calculer son coefficient directeur k en unités SI.

INDICE

Outil : la droite passe par l'origine ; garde les puissances de dix.

CORRIGÉ

Pente.

$$k = \frac{1{,}88 \times 10^{12}}{6{,}0 \times 10^{27}}$$

soit $k \approx 3{,}13 \times 10^{-16}\,\mathrm{s}^2 \cdot \mathrm{m}^{-3}$.

Conclusion. Le coefficient directeur vaut environ $3{,}13 \times 10^{-16}\,\mathrm{s}^2 \cdot \mathrm{m}^{-3}$.

A.5. 0,75 pts

En utilisant la troisième loi de Kepler en trajectoire circulaire, $k = \dfrac{4\pi^2}{G\,M_J}$, calculer la masse M_J de Jupiter.

INDICE

Outil : isole M_J dans la relation donnée.

CORRIGÉ

Expression. $M_J = \dfrac{4\pi^2}{G\,k}$.

Application numérique.

$$M_J = \frac{4\pi^2}{G\,k}$$
$$M_J \approx 1{,}89 \times 10^{27}\,\mathrm{kg}$$

Conclusion. La masse de Jupiter vaut environ $1{,}89 \times 10^{27}\,\mathrm{kg}$.

B.1. 0,5 pts

Partie B : mouvement d'Europe.

Europe, de masse m_E, tourne autour de Jupiter, à répartition sphérique de masse ; on prend pour sa masse la valeur de référence $M_J = 1{,}90 \times 10^{27}\ \mathrm{kg}$. Europe décrit une orbite circulaire de rayon $r_E = 6{,}71 \times 10^{8}\ \mathrm{m}$. Seule l'attraction de Jupiter agit sur elle.

Faire le bilan des forces exercées sur Europe et donner les caractéristiques de cette force.

INDICE

Outil : la loi de gravitation universelle, avec la distance des centres.

CORRIGÉ

Bilan. Une seule force : l'attraction $\vec{F}$ exercée par Jupiter.

Caractéristiques. Point d'application : le centre d'Europe ; direction : la droite qui joint les deux centres ; sens : vers le centre de Jupiter ; valeur : $F = \dfrac{G\,M_J\,m_E}{r_E^2}$.

Conclusion. Europe n'est soumise qu'à une force dirigée vers le centre de Jupiter : la force est centripète.

B.2. 1 pts

Montrer que le mouvement d'Europe est uniforme et que sa vitesse s'écrit $v_E = \sqrt{\dfrac{G\,M_J}{r_E}}$.

INDICE

Outil : la deuxième loi de Newton dans le référentiel lié au centre de Jupiter, supposé galiléen, projetée dans la base de Frenet.

CORRIGÉ

Deuxième loi. Dans ce référentiel supposé galiléen, $m_E\,\vec{a} = \vec{F}$, donc $\vec{a} = \dfrac{G\,M_J}{r_E^2}\,\vec{u}_N$, avec $\vec{u}_N$ vers le centre de Jupiter.

Tangente. $a_T = \dfrac{\mathrm{d}v_E}{\mathrm{d}t} = 0$: le mouvement est uniforme.

Normale. $a_N = \dfrac{v_E^2}{r_E} = \dfrac{G\,M_J}{r_E^2}$.

Conclusion. Le mouvement d'Europe est circulaire uniforme et $v_E = \sqrt{\dfrac{G\,M_J}{r_E}}$.

B.3. 0,75 pts

En déduire l'expression de la période T_E, puis montrer que $\dfrac{T_E^2}{r_E^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\,M_J}$.

INDICE

Outil : un tour complet à vitesse constante, puis le carré de l'expression obtenue.

CORRIGÉ

Période. $T_E = \dfrac{2\pi\,r_E}{v_E} = 2\pi\,r_E\sqrt{\dfrac{r_E}{G\,M_J}}$, soit

$$T_E = 2\pi\sqrt{\frac{r_E^3}{G\,M_J}}$$

Carré. $T_E^2 = \dfrac{4\pi^2\,r_E^3}{G\,M_J}$.

Conclusion. $\dfrac{T_E^2}{r_E^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\,M_J}$: le rapport ne dépend que de la masse de Jupiter.

B.4. 0,5 pts

Calculer v_E, puis T_E en jours.

INDICE

Outil : les valeurs de M_J et de r_E de cette partie.

CORRIGÉ

Vitesse.

$$v_E = \sqrt{\frac{G\,M_J}{r_E}}$$
$$v_E \approx 1{,}37 \times 10^{4}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

Période. $T_E = \dfrac{2\pi\,r_E}{v_E} \approx 3{,}07 \times 10^{5}\ \mathrm{s}$, soit $\dfrac{3{,}07\times10^{5}}{86\,400} \approx 3{,}55\,\text{jours}$.

Conclusion. Europe tourne à environ $13{,}7\ \mathrm{km\cdot s^{-1}}$ et fait un tour en $3{,}55$ jours, comme l'indique le tableau.

Exercice 3 — 5 pts

Phobos, Deimos et une sonde autour de Mars

Mars possède deux petites lunes, Phobos et Deimos, aux orbites supposées circulaires. On donne $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}$.

Lune	r (m)	T (heures)
Phobos	$9{,}38 \times 10^{6}$	$7{,}65$
Deimos	$2{,}35 \times 10^{7}$	$30{,}3$

A.1. — 0,5 pts

Partie A : masse de Mars.

Préciser le référentiel d'étude des deux lunes et la condition admise sur ce référentiel.

INDICE

Outil : le centre de l'astre attracteur et les étoiles lointaines.

CORRIGÉ

Référentiel. Origine au centre de Mars, axes dirigés vers trois étoiles lointaines.

Condition. Ce référentiel est supposé galiléen pendant la durée de l'étude.

Conclusion. On étudie Phobos et Deimos dans le référentiel lié au centre de Mars, supposé galiléen.

A.2. — 0,5 pts

Calculer le rapport $\dfrac{T^2}{r^3}$ pour Phobos et pour Deimos, en unités SI.

INDICE

Outil : une heure vaut $3\,600\,\mathrm{s}$.

CORRIGÉ

Phobos. $T = 7{,}65 \times 3\,600 = 2{,}754 \times 10^{4}\,\mathrm{s}$, d'où $\dfrac{T^2}{r^3} \approx 9{,}19 \times 10^{-13}\,\mathrm{s^2\cdot m^{-3}}$.

Deimos. $T = 30{,}3 \times 3\,600 = 1{,}091 \times 10^{5}\,\mathrm{s}$, d'où $\dfrac{T^2}{r^3} \approx 9{,}17 \times 10^{-13}\,\mathrm{s^2\cdot m^{-3}}$.

Conclusion. Les deux rapports valent environ $9{,}19 \times 10^{-13}$ et $9{,}17 \times 10^{-13}\,\mathrm{s^2\cdot m^{-3}}$.

A.3. — 0,25 pts

Ces résultats sont-ils conformes à la troisième loi de Kepler ? Justifier.

INDICE

Outil : compare l'écart des deux rapports à leur valeur.

CORRIGÉ

Écart. Les deux rapports diffèrent de $0{,}02 \times 10^{-13}$, soit environ $0{,}2\,\%$.

Conclusion. Les deux lunes de Mars ont le même rapport aux arrondis près : les mesures sont conformes à la troisième loi de Kepler.

A.4. 0,75 pts

Montrer que la masse de Mars s'écrit $M_M = \dfrac{4\pi^2}{G\,k}$, où k est la moyenne des deux rapports, puis la calculer.

INDICE

Outil : la troisième loi de Kepler en trajectoire circulaire, établie pour un astre central de masse quelconque.

CORRIGÉ

Relation. Pour une lune en orbite circulaire autour de Mars, $\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\,M_M}$. Ce rapport vaut k, d'où $M_M = \dfrac{4\pi^2}{G\,k}$.

Application numérique. $k \approx 9{,}18 \times 10^{-13}\,\mathrm{s^2 \cdot m^{-3}}$:

$$M_M = \frac{4\pi^2}{G\,k}$$
$$M_M \approx 6{,}45 \times 10^{23}\,\mathrm{kg}$$

Conclusion. La masse de Mars vaut environ $6{,}45 \times 10^{23}\,\mathrm{kg}$.

B.1. 0,5 pts

Partie B : sonde en orbite autour de Mars.

Une sonde décrit une orbite circulaire à l'altitude $h = 450\,\mathrm{km}$ au-dessus de Mars. Mars, de rayon $R_M = 3{,}39 \times 10^6\,\mathrm{m}$, est à répartition sphérique de masse. Sa masse de référence vaut $M_M = 6{,}42 \times 10^{23}\,\mathrm{kg}$. Seule l'attraction de Mars agit sur la sonde.

Faire un schéma, sans échelle, de Mars, de l'orbite et de la sonde, puis y représenter la force exercée par Mars sur la sonde. Justifier qu'elle est centripète.

INDICE

Outil : la direction et le sens de la force de gravitation, comparés au vecteur $\vec{u}_N$ de la base de Frenet.

CORRIGÉ

Schéma. Un disque pour Mars, un cercle centré sur Mars pour l'orbite, la sonde sur ce cercle. La force est une flèche qui part du centre de la sonde et pointe vers le centre de Mars.

Centre de l'orbite. L'orbite est un cercle centré sur le centre de Mars : $\vec{u}_N$ pointe aussi vers ce centre.

Conclusion. La force a le sens de $\vec{u}_N$: elle est dirigée vers le centre de la trajectoire, donc centripète.

B.2. 0,5 pts

Calculer la vitesse v de la sonde.

INDICE

Outil : l'expression de la vitesse sur une orbite circulaire, avec la masse de l'astre central et le rayon de l'orbite.

CORRIGÉ

Rayon. $r = R_M + h = 3{,}39 \times 10^{6} + 4{,}50 \times 10^{5} = 3{,}84 \times 10^{6}\,\mathrm{m}$.

Vitesse.

$$v = \sqrt{\frac{G\,M_M}{r}}$$
$$v \approx 3{,}34 \times 10^{3}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

Conclusion. La sonde se déplace à environ $3{,}34\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$.

B.3. 0,5 pts

Calculer sa période de révolution T.

INDICE

Outil : la durée d'un tour à vitesse constante.

CORRIGÉ

Période. Avec la valeur non arrondie de v :

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$
$$T \approx 7{,}23 \times 10^{3}\,\mathrm{s}$$

Conclusion. La sonde fait le tour de Mars en environ $7{,}23 \times 10^{3}\,\mathrm{s}$, soit près de deux heures.

B.4. 1,25 pts

Mars tourne sur elle-même en $T_M = 88\,642\,\text{s}$. Une sonde stationnaire reste à la verticale d'un même point de l'équateur martien. Établir l'expression du rayon r_s de son orbite en fonction de G, M_M et T_M, puis calculer r_s et l'altitude h_s de cette sonde.

INDICE

Outil : cherche d'abord la période de révolution de la sonde stationnaire.

CORRIGÉ

Période. Pour rester au-dessus du même point, la sonde tourne dans le plan de l'équateur, dans le sens de rotation de Mars, avec la période T_M.

Rayon. La troisième loi donne $\dfrac{T_M^2}{r_s^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\,M_M}$, donc $r_s^3 = \dfrac{G\,M_M\,T_M^2}{4\pi^2}$:

$$r_s = \sqrt[3]{\frac{G\,M_M\,T_M^2}{4\pi^2}}$$

Application numérique.

$$r_s \approx 2{,}04 \times 10^7\,\text{m}$$

Altitude. $h_s = r_s - R_M \approx 1{,}70 \times 10^7\,\text{m}$.

Conclusion. La sonde stationnaire tourne sur une orbite de rayon $2{,}04 \times 10^7\,\text{m}$, à environ $1{,}70 \times 10^7\,\text{m}$ d'altitude.

B.5. 0,25 pts

Un satellite d'étude de l'atmosphère martienne tourne sur une orbite circulaire de rayon $1{,}20 \times 10^7\,\text{m}$, dont on ne connaît pas la période. Fait-il le tour de Mars plus vite ou moins vite que Mars ne tourne sur elle-même ? Justifier sans calculer sa période.

INDICE

Outil : la troisième loi de Kepler, pour deux corps qui tournent autour du même astre.

CORRIGÉ

Comparaison des rayons. $1{,}20 \times 10^7\,\text{m} < r_s \approx 2{,}04 \times 10^7\,\text{m}$.

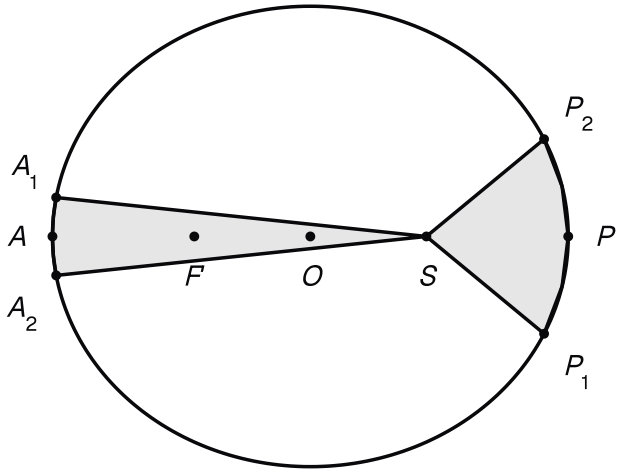
Troisième loi. Autour de Mars, $\dfrac{T^2}{r^3}$ a la même valeur pour tous les satellites : plus le rayon est petit, plus la période est courte.

Conclusion. La période de ce satellite est plus courte que T_M : il fait le tour de Mars plus vite que Mars ne tourne sur elle-même.

Exercice 4 5 pts

Mercure : son orbite et la pesanteur à sa surface

Mercure est la planète la plus proche du Soleil. Son orbite est une ellipse nettement allongée ; le document la représente avec un allongement exagéré. Pendant deux durées égales, le segment qui joint le Soleil à Mercure couvre les deux secteurs colorés.



Orbite de Mercure, allongement exagéré

A.1. 0,5 pts

Partie A : orbite de Mercure.

Nommer le référentiel d'étude, puis énoncer la loi des orbites et l'appliquer au document : quel point représente le Soleil ?

INDICE

Outil : la première loi de Kepler, et la différence entre le centre et les foyers d'une ellipse.

CORRIGÉ

Référentiel. Le référentiel héliocentrique, supposé galiléen.

Loi des orbites. La trajectoire du centre de la planète est une ellipse dont le Soleil occupe l'un des foyers.

Conclusion. Sur le document, le Soleil est au foyer S, et non au centre O de l'ellipse.

A.2. 0,5 pts

Énoncer la loi des aires.

INDICE

Outil : la deuxième loi de Kepler porte sur le segment qui relie le Soleil à la planète.

CORRIGÉ

Loi des aires. Pendant deux durées égales, le segment tiré du Soleil vers la planète couvre deux surfaces de même aire.

Conclusion. Pendant deux durées égales, les secteurs balayés par le segment Soleil-Mercure ont la même aire.

A.3. 0,75 pts

À l'aide du document, montrer que Mercure va plus vite au voisinage de P qu'au voisinage de A.

INDICE

Outil : les deux secteurs ont la même aire ; compare les longueurs des arcs P_1P_2 et A_1A_2.

CORRIGÉ

Aires. D'après la loi des aires, les deux secteurs colorés ont la même aire.

Arcs. Près de P, le secteur est court et large : l'arc P_1P_2 est plus long que l'arc A_1A_2.

Vitesse. Pendant la même durée, Mercure parcourt une plus grande distance près de P.

Conclusion. Mercure va plus vite au périhélie P qu'à l'aphélie A.

A.4. `0,75 pts`

On modélise maintenant l'orbite de Mercure par un cercle centré sur le Soleil, de rayon $r = 5{,}79 \times 10^{10}\,\mathrm{m}$. Que deviennent les deux foyers et le demi-grand axe ? Quelle est la nature du mouvement ?

Calculer alors la vitesse v de Mercure. On donne $M_S = 1{,}99 \times 10^{30}\,\mathrm{kg}$ et $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$.

INDICE

Outil : un cercle est une ellipse particulière ; applique encore la loi des aires, puis l'expression de la vitesse sur une orbite circulaire.

CORRIGÉ

Foyers et demi-grand axe. Les deux foyers sont confondus avec le centre, le Soleil ; le demi-grand axe est le rayon r du cercle.

Mouvement. La distance au Soleil est constante : des aires égales en des durées égales donnent des arcs égaux. Le mouvement est circulaire uniforme.

Vitesse. Autour du Soleil :

$$v = \sqrt{\frac{G\,M_S}{r}}$$
$$v \approx 4{,}79 \times 10^{4}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

Conclusion. Dans ce modèle circulaire, $a = r$ et Mercure tourne d'un mouvement circulaire uniforme, à environ $4{,}79 \times 10^{4}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

B.1. 0,75 pts

Partie B : pesanteur à la surface de Mercure.

Mercure est assimilée à un corps à répartition sphérique de masse $M = 3{,}30 \times 10^{23}\,\mathrm{kg}$ et de rayon $R = 2{,}44 \times 10^{6}\,\mathrm{m}$; on néglige les effets de sa rotation. On donne $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$.

En assimilant le poids d'un corps posé au sol à la force de gravitation exercée par Mercure, montrer que l'intensité de la pesanteur à la surface s'écrit $g_M = \dfrac{G\,M}{R^2}$, puis la calculer.

INDICE

Outil : écris l'égalité du poids $m\,g_M$ et de la force de gravitation, avec la distance des centres R.

CORRIGÉ

Égalité. Pour un corps de masse m posé au sol, à la distance R du centre : $m\,g_M = \dfrac{G\,M\,m}{R^2}$, donc $g_M = \dfrac{G\,M}{R^2}$.

Application numérique.

$$g_M = \frac{G\,M}{R^2}$$
$$g_M \approx 3{,}70\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

Conclusion. À la surface de Mercure, l'intensité de la pesanteur vaut environ $3{,}70\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

B.2. 0,75 pts

Un atterrisseur a une masse de $250\,\mathrm{kg}$. Calculer son poids à la surface de Mercure, puis à la surface de la Terre, où $g = 9{,}80\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

INDICE

Outil : le poids est le produit de la masse par l'intensité de la pesanteur du lieu.

CORRIGÉ

Sur Mercure. Avec la valeur non arrondie de g_M, $P_M = m\,g_M = 250 \times 3{,}697 \approx 9{,}24 \times 10^{2}\,\mathrm{N}$.

Sur la Terre. $P_T = m\,g = 250 \times 9{,}80 \approx 2{,}45 \times 10^{3}\,\mathrm{N}$.

Conclusion. L'atterrisseur pèse environ $9{,}24 \times 10^{2}\,\mathrm{N}$ sur Mercure, près de $2{,}7$ fois moins que sur la Terre ($2{,}45 \times 10^{3}\,\mathrm{N}$).

B.3. 1 pts

Montrer qu'à l'altitude h au-dessus de Mercure, l'intensité de la pesanteur vaut $g(h) = g_M \dfrac{R^2}{(R+h)^2}$.

En déduire l'altitude à laquelle elle vaut la moitié de g_M.

INDICE

Outil : même raisonnement qu'au sol, avec la distance des centres $R + h$; puis une racine carrée.

CORRIGÉ

Expression. À l'altitude h : $g(h) = \dfrac{G\,M}{(R+h)^2}$. En divisant par $g_M = \dfrac{G\,M}{R^2}$:

$$g(h) = g_M \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

Altitude. $g(h) = \dfrac{g_M}{2}$ donne $(R+h)^2 = 2\,R^2$, donc $R + h = \sqrt{2}\,R$:

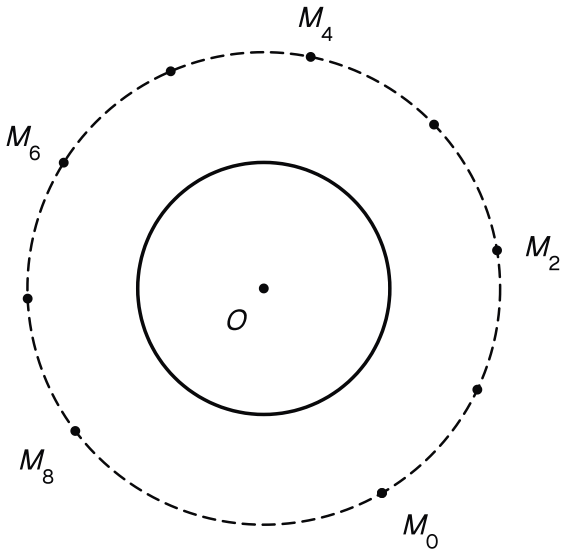
$$h = (\sqrt{2} - 1)\,R$$
$$h \approx 1{,}01 \times 10^{6}\ \mathrm{m}$$

Conclusion. La pesanteur de Mercure est divisée par deux à environ $1{,}01 \times 10^{6}\ \mathrm{m}$ d'altitude.

Exercice 5 5 pts

Deux satellites en orbite basse : calcul et observation

Une station de suivi au sol étudie deux satellites en orbite circulaire autour de la Terre. On les étudie dans le référentiel géocentrique supposé galiléen, en négligeant les effets de la rotation de la Terre et le frottement de l'air très raréfié.



Positions du second satellite toutes les 10 minutes, sans échelle

A.1. 0,75 pts

Partie A : pesanteur et vitesse d'un télescope spatial.

Un télescope spatial tourne à l'altitude $h = 470\,\text{km}$. On donne $g_0 = 9{,}80\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ au sol et $R_T = 6{,}37 \times 10^{6}\,\text{m}$.

Le poids d'un corps à bord est confondu avec l'attraction terrestre. Montrer que $g(h) = g_0\,\dfrac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$.

INDICE

Outil : l'égalité du poids et de la force de gravitation, à l'altitude h puis au sol.

CORRIGÉ

À l'altitude h**.** $m\,g(h) = \dfrac{G\,M_T\,m}{(R_T+h)^2}$, donc $g(h) = \dfrac{G\,M_T}{(R_T+h)^2}$.

Au sol. $g_0 = \dfrac{G\,M_T}{R_T^2}$.

Conclusion. En faisant le rapport des deux expressions, $g(h) = g_0\,\dfrac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$.

A.2. 0,5 pts

Calculer $g(h)$ à l'altitude du télescope.

INDICE

Outil : calcule d'abord $R_T + h$ en mètres.

CORRIGÉ

Rayon. $R_T + h = 6{,}37 \times 10^6 + 4{,}70 \times 10^5 = 6{,}84 \times 10^6\,\mathrm{m}$.

Application numérique.

$$g(h) = 9{,}80 \times \left(\frac{6{,}37}{6{,}84}\right)^2$$
$$g(h) \approx 8{,}50\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

Conclusion. À l'altitude du télescope, $g(h) \approx 8{,}50\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$, encore plus des huit dixièmes de g_0.

A.3. 0,5 pts

Le télescope n'est soumis qu'à son poids. Montrer que sa vitesse s'écrit $v = \sqrt{g(h)\,(R_T + h)}$.

INDICE

Outil : la deuxième loi de Newton, puis la coordonnée normale de l'accélération dans la base de Frenet.

CORRIGÉ

Deuxième loi. $m\,\vec{a} = m\,\vec{g}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$, dirigé vers le centre de la Terre, comme $\vec{u}_N$.

Normale. $a_N = \dfrac{v^2}{R_T + h} = g(h)$.

Conclusion. $v^2 = g(h)\,(R_T + h)$, donc $v = \sqrt{g(h)\,(R_T + h)}$.

A.4. 0,75 pts

Calculer la vitesse v du télescope, puis sa période T.

INDICE

Outil : garde la valeur non arrondie de $g(h)$; la période est la durée d'un tour.

CORRIGÉ

Vitesse.

$$v = \sqrt{g(h)\,(R_T + h)}$$
$$v \approx 7{,}62 \times 10^3\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

Période.

$$T = \frac{2\pi\,(R_T + h)}{v}$$
$$T \approx 5{,}64 \times 10^3\,\mathrm{s}$$

Conclusion. Le télescope tourne à environ $7{,}62\,\mathrm{km \cdot s^{-1}}$ et fait un tour en environ $5{,}64 \times 10^3\,\mathrm{s}$.

B.1. 0,5 pts

Partie B : période et altitude d'un second satellite, tirées de l'observation.

Le document montre les positions d'un second satellite, d'altitude inconnue, relevées toutes les $10\,\text{min}$ par la station de suivi. Montrer, à l'aide du document, que son mouvement est uniforme.

INDICE

Outil : compare les arcs parcourus pendant des durées égales.

CORRIGÉ

Lecture. Les positions M_0 à M_8 sont sur un cercle et séparées par des arcs égaux.

Vitesse. Des distances égales sont parcourues pendant des durées égales de $10\,\text{min}$: la valeur de la vitesse est constante.

Conclusion. Le mouvement du second satellite est circulaire uniforme.

B.2. 0,5 pts

Le tableau donne les heures de cinq passages successifs du second satellite au-dessus de l'équateur, en allant vers le nord : il repasse alors au même point de son orbite.

Passage	Heure
1	07 h 12 min 30 s
2	08 h 56 min 26 s
3	10 h 40 min 22 s
4	12 h 24 min 18 s
5	14 h 08 min 14 s

En déduire la période de révolution T_{obs} de ce satellite, en secondes.

INDICE

Outil : entre le premier et le dernier passage, le satellite fait un nombre entier de tours.

CORRIGÉ

Durée totale. Du passage 1 au passage 5 : $6\,\text{h}\ 55\,\text{min}\ 44\,\text{s} = 24\,944\,\text{s}$.

Nombre de tours. Quatre tours séparent ces deux passages.

Période. $T_{obs} = \dfrac{24\,944}{4} = 6\,236\,\text{s}$.

Conclusion. La période observée vaut $T_{obs} = 6\,236\,\text{s}$, soit $1\,\text{h}\ 43\,\text{min}\ 56\,\text{s}$.

B.3. 0,5 pts

Les heures sont relevées à la seconde près. Proposer une démarche pour obtenir la période avec une meilleure précision, et l'expliquer.

INDICE

Piste : compare l'erreur de lecture d'une heure à la durée que tu mesures.

CORRIGÉ

Démarche. Relever l'heure d'un passage, puis celle d'un passage beaucoup plus tardif, par exemple quarante tours plus loin, et diviser la durée par le nombre de tours.

Explication. L'incertitude d'une seconde sur chaque heure reste la même, mais elle est partagée entre beaucoup de tours.

Conclusion. Mesurer la durée d'un grand nombre de tours, puis diviser par ce nombre, réduit l'incertitude sur la période.

B.4. 1 pts

On donne $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}$, $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$ et $R_T = 6{,}37 \times 10^{6}\,\mathrm{m}$. Exprimer le rayon r de l'orbite du second satellite en fonction de G, M_T et $T_{obs} = 6\,236\,\mathrm{s}$ par la troisième loi de Kepler, puis calculer r et son altitude.

INDICE

Outil : isole r^3 dans la troisième loi de Kepler en trajectoire circulaire.

CORRIGÉ

Rayon. $\dfrac{T_{obs}^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\,M_T}$ donne $r^3 = \dfrac{G\,M_T\,T_{obs}^2}{4\pi^2}$, puis la racine cubique.

Application numérique.

$$r \approx 7{,}32 \times 10^{6}\,\mathrm{m}$$

Altitude. $h = r - R_T \approx 9{,}50 \times 10^{5}\,\mathrm{m}$.

Conclusion. L'observation des passages donne une orbite de rayon $7{,}32 \times 10^{6}\,\mathrm{m}$, soit une altitude d'environ $950\,\mathrm{km}$.