BURHAN

Satellites artificiels et planètes : exercices, entraînement

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/satellites-et-planetes/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Satellites artificiels et planètes	Entraînement	7

Exercice 1

Point d'équilibre des attractions entre la Terre et la Lune

Une sonde de masse m se trouve sur le segment qui joint le centre de la Terre T au centre de la Lune L, à la distance x de T. La Terre et la Lune sont à répartition sphérique de masse.

Données. $m_L = 7{,}35 \times 10^{22}\,\text{kg}$; $TL = d = 3{,}844 \times 10^{8}\,\text{m}$; $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}\,\text{kg}$; $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$.



Sonde entre la Terre et la Lune, sans échelle : F_TP est exercée par T sur P

1.

Écrire l'expression vectorielle de la force $\vec{F}_{T/P}$ exercée par la Terre sur la sonde, à l'aide du vecteur unitaire $\vec{u}_{TP}$ dirigé de T vers P.

Exprimer ensuite les valeurs F_T et F_L des forces exercées sur la sonde par la Terre et par la Lune, en fonction de G, m, M_T, m_L, d et x.

INDICE

Outil : la loi de gravitation universelle sous forme vectorielle ; la distance de la sonde au centre de la Lune est $d - x$.

CORRIGÉ

Forme vectorielle. La Terre attire la sonde vers T, dans le sens opposé à $\vec{u}_{TP}$:

$$\vec{F}_{T/P} = -\frac{G\,M_T\,m}{x^2}\,\vec{u}_{TP}$$

Valeurs. Avec la distance des centres de chaque astre à la sonde :

$$F_T = \frac{G\,M_T\,m}{x^2}$$

$$F_L = \frac{G\,m_L\,m}{(d-x)^2}$$

Conclusion. Les deux forces ont la même droite d'action (TL) et des sens opposés, de valeurs $F_T = \dfrac{G\,M_T\,m}{x^2}$ et $F_L = \dfrac{G\,m_L\,m}{(d-x)^2}$.

2.

Les deux attractions se compensent au point cherché. Montrer qu'en ce point :

$$\frac{d-x}{x} = \sqrt{\frac{m_L}{M_T}}$$

INDICE

Outil : la condition pour que deux forces de sens opposés se compensent.

CORRIGÉ

Égalité. Les forces sont opposées : elles se compensent si $F_T = F_L$, soit

$$\frac{M_T}{x^2} = \frac{m_L}{(d-x)^2}$$

Rapport. On obtient $\dfrac{(d-x)^2}{x^2} = \dfrac{m_L}{M_T}$. Comme $0 < x < d$, les deux membres sont des carrés de nombres positifs.

Conclusion. En prenant la racine carrée, $\dfrac{d-x}{x} = \sqrt{\dfrac{m_L}{M_T}}$.

3.

Calculer x.

INDICE

Outil : isole x dans la relation précédente, puis calcule d'abord la racine.

CORRIGÉ

Racine. $\sqrt{\dfrac{m_L}{M_T}} \approx 0{,}111$.

Expression de x. De $\dfrac{d}{x} - 1 = \sqrt{\dfrac{m_L}{M_T}}$, on tire

$$x = \frac{d}{1 + \sqrt{m_L/M_T}}$$
$$x \approx 3{,}46 \times 10^{8}\ \mathrm{m}$$

Conclusion. Le point d'équilibre est à $x \approx 3{,}46 \times 10^{8}\ \mathrm{m}$ du centre de la Terre.

4.

Ce point est-il plus proche de la Terre ou de la Lune ? Expliquer ce résultat par les masses des deux astres.

INDICE

Outil : compare x à d, puis la masse de la Lune à celle de la Terre.

CORRIGÉ

Position. $\dfrac{x}{d} \approx 0{,}90$: le point est aux neuf dixièmes du trajet, à environ $3{,}8 \times 10^{7}\ \mathrm{m}$ de la Lune.

Explication. Le rapport des masses vaut $\dfrac{M_T}{m_L} \approx 81$: pour attirer la sonde autant que la Terre, la Lune doit être beaucoup plus proche d'elle.

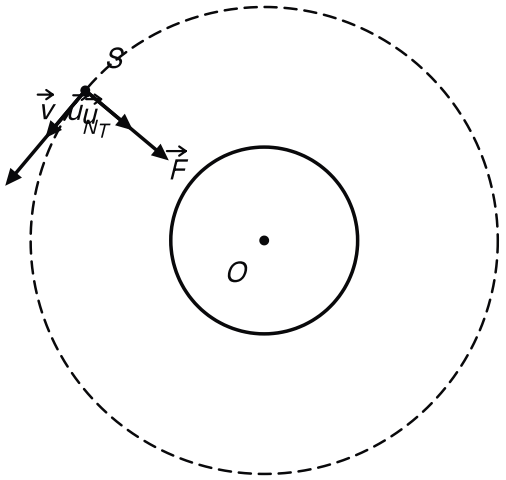
Conclusion. Le point d'équilibre est bien plus proche de la Lune, parce que la masse de la Lune est très petite devant celle de la Terre.

Exercice 2

Deux satellites scientifiques sur deux orbites circulaires

Deux satellites scientifiques, S_1 et S_2, décrivent autour de la Terre des orbites circulaires d'altitudes $h_1 = 600\,\text{km}$ et $h_2 = 2\,000\,\text{km}$. On étudie un satellite S de masse m, sur une orbite de rayon r, dans le référentiel géocentrique supposé galiléen ; il n'est soumis qu'à l'attraction de la Terre.

Données. $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$; $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}\,\text{kg}$; $R_T = 6{,}37 \times 10^{6}\,\text{m}$.



Satellite S, base de Frenet, vitesse et force, sans échelle

1.

Faire le bilan des forces exercées sur S, puis montrer que la force exercée par la Terre s'écrit, dans la base de Frenet :

$$\vec{F} = \frac{G\,M_T\,m}{r^2}\,\vec{u}_N$$

INDICE

Outil : la loi de gravitation universelle, et le sens de $\vec{u}_N$ sur une trajectoire circulaire.

CORRIGÉ

Bilan. Le satellite n'est soumis qu'à la force de gravitation $\vec{F}$ exercée par la Terre, dirigée de S vers le centre O de la Terre, de valeur $\dfrac{G\,M_T\,m}{r^2}$.

Base de Frenet. La trajectoire est un cercle de centre O : $\vec{u}_N$ est dirigé de S vers O, comme $\vec{F}$.

Conclusion. $\vec{F} = \dfrac{G\,M_T\,m}{r^2}\,\vec{u}_N$: la force est centripète.

2.

En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que le mouvement de S est uniforme et que sa vitesse vaut $v = \sqrt{\dfrac{G\,M_T}{r}}$.

INDICE

Outil : projette $m\,\vec{a} = \vec{F}$ sur $\vec{u}_T$ puis sur $\vec{u}_N$, avec $a_T = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ et $a_N = \dfrac{v^2}{r}$.

CORRIGÉ

Deuxième loi. Dans le référentiel géocentrique supposé galiléen, $m\,\vec{a} = \vec{F}$, donc $\vec{a} = \dfrac{G\,M_T}{r^2}\,\vec{u}_N$.

Sur la tangente. $a_T = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$: la vitesse est constante, le mouvement circulaire est uniforme.

Sur la normale. $a_N = \dfrac{v^2}{r} = \dfrac{G\,M_T}{r^2}$, donc $v^2 = \dfrac{G\,M_T}{r}$.

Conclusion. Le mouvement est circulaire uniforme et $v = \sqrt{\dfrac{G\,M_T}{r}}$.

3.

Montrer que la période de révolution T vérifie $\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\,M_T}$.

INDICE

Outil : pendant une période, le satellite parcourt une fois la circonférence de son orbite, à vitesse constante.

CORRIGÉ

Période. Le mouvement est uniforme : $T = \dfrac{2\pi r}{v}$.

Carré. Avec $v^2 = \dfrac{G\,M_T}{r}$:

$$T^2 = \frac{4\pi^2\,r^2}{v^2}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2\,r^3}{G\,M_T}$$

Conclusion. $\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\,M_T}$: c'est la troisième loi de Kepler en trajectoire circulaire.

4.

Calculer les vitesses v_1 et v_2 des deux satellites. Lequel est le plus rapide ?

INDICE

Outil : calcule d'abord les deux rayons d'orbite, en mètres.

CORRIGÉ

Rayons. $r_1 = 6{,}97 \times 10^{6}\,\mathrm{m}$ et $r_2 = 8{,}37 \times 10^{6}\,\mathrm{m}$.

Vitesses.

$$v_1 = \sqrt{\frac{G\,M_T}{r_1}}$$
$$v_1 \approx 7{,}56 \times 10^{3}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$
$$v_2 = \sqrt{\frac{G\,M_T}{r_2}}$$
$$v_2 \approx 6{,}90 \times 10^{3}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

Conclusion. Le satellite S_1, le plus proche de la Terre, est le plus rapide : $v_1 \approx 7{,}56\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$ contre $v_2 \approx 6{,}90\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$.

5.

Sans calculer les périodes, déterminer le rapport $\dfrac{T_2}{T_1}$.

INDICE

Outil : les deux satellites tournent autour du même astre : écris la troisième loi pour chacun.

CORRIGÉ

Même rapport. $\dfrac{T_1^2}{r_1^3} = \dfrac{T_2^2}{r_2^3}$, donc

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{3/2}$$
$$\frac{T_2}{T_1} \approx 1{,}32$$

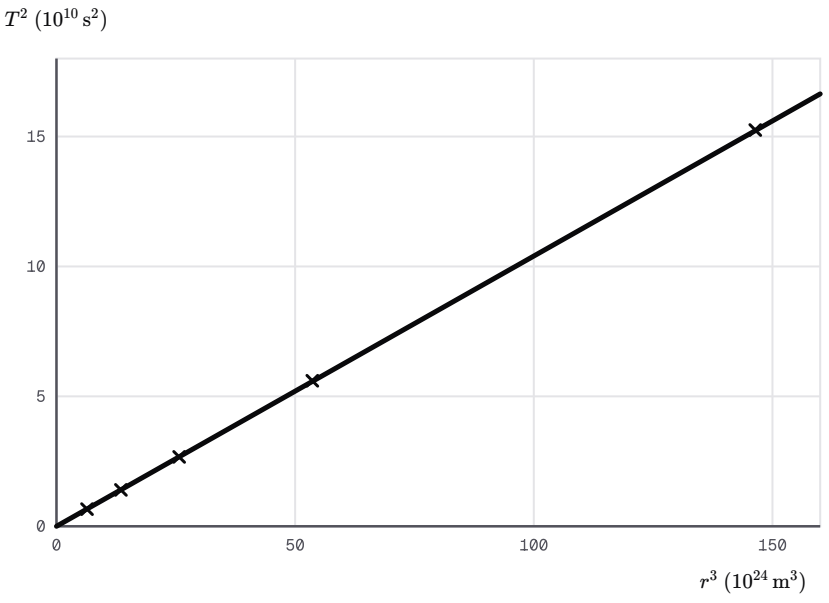
Conclusion. La période du satellite S_2 est environ $1{,}32$ fois plus longue que celle de S_1.

Exercice 3

Lunes de Saturne : de la droite à la masse de la planète

Pour cinq lunes de Saturne aux orbites circulaires, on connaît le rayon r de l'orbite et la période de révolution T. Le graphe représente T^2 en fonction de r^3 pour ces lunes, avec la droite qui modélise les points. On donne $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$ et $1\,\mathrm{jour} = 86\,400\,\mathrm{s}$.

Lune	r (m)	T (jours)
Mimas	$1{,}86 \times 10^{8}$	$0{,}942$
Encelade	$2{,}38 \times 10^{8}$	$1{,}37$
Téthys	$2{,}95 \times 10^{8}$	$1{,}89$
Dioné	$3{,}77 \times 10^{8}$	$2{,}74$
Rhéa	$5{,}27 \times 10^{8}$	$4{,}52$



Lunes de Saturne : carré de la période en fonction du cube du rayon

1.

Expliquer en quoi l'allure du graphe est en accord avec la troisième loi de Kepler.

INDICE

Outil : que signifie une droite passant par l'origine pour les deux grandeurs portées sur les axes ?

CORRIGÉ

Allure. La droite qui modélise les cinq points passe par l'origine : T^2 est proportionnel à r^3.

Conclusion. Le rapport $\dfrac{T^2}{r^3}$ est le même pour les cinq lunes de Saturne, ce que dit la troisième loi de Kepler pour des satellites d'un même astre.

2.

La droite passe par le point d'abscisse $1{,}40 \times 10^{26}\,\mathrm{m}^3$ et d'ordonnée $1{,}46 \times 10^{11}\,\mathrm{s}^2$. Calculer son coefficient directeur k en $\mathrm{s}^2 \cdot \mathrm{m}^{-3}$.

INDICE

Outil : la droite passe aussi par l'origine ; garde les puissances de dix.

CORRIGÉ

Pente. Avec l'origine et le point donné :

$$k = \frac{1{,}46 \times 10^{11}}{1{,}40 \times 10^{26}}$$

soit $k \approx 1{,}04 \times 10^{-15}\,\mathrm{s}^2 \cdot \mathrm{m}^{-3}$.

Conclusion. Le coefficient directeur vaut $k \approx 1{,}04 \times 10^{-15}\,\mathrm{s}^2 \cdot \mathrm{m}^{-3}$.

3.

En déduire la masse M_{Sa} de Saturne.

INDICE

Outil : la troisième loi de Kepler en trajectoire circulaire donne l'expression de la pente en fonction de la masse de l'astre central.

CORRIGÉ

Identification. $k = \dfrac{4\pi^2}{G\,M_{Sa}}$, donc $M_{Sa} = \dfrac{4\pi^2}{G\,k}$.

Application numérique. Avec la valeur non arrondie de k, $1{,}0429 \times 10^{-15}\,\mathrm{s}^2 \cdot \mathrm{m}^{-3}$:

$$M_{Sa} = \frac{4\pi^2}{G\,k}$$
$$M_{Sa} \approx 5{,}68 \times 10^{26}\,\mathrm{kg}$$

Conclusion. La masse de Saturne vaut environ $5{,}68 \times 10^{26}\,\mathrm{kg}$.

4.

Titan, une autre lune de Saturne, tourne sur une orbite circulaire de rayon $1{,}22 \times 10^{9}\ \mathrm{m}$. Prévoir sa période de révolution, en jours.

INDICE

Outil : Titan tourne autour du même astre que les cinq lunes du tableau : le même coefficient k s'applique.

CORRIGÉ

Carré de la période. $T^2 = k\,r^3$, avec $r^3 \approx 1{,}816 \times 10^{27}\ \mathrm{m}^3$ et k non arrondi :

$$T = \sqrt{k\,r^3}$$
$$T \approx 1{,}38 \times 10^{6}\ \mathrm{s}$$

Conversion. $T \approx \dfrac{1{,}376 \times 10^{6}}{86\,400} \approx 15{,}9\,\mathrm{jours}.$

Conclusion. La période de révolution de Titan est d'environ $15{,}9$ jours.

Exercice 4

Peser la Terre grâce à la Lune

La Lune décrit autour de la Terre une orbite que l'on assimile à un cercle. On l'étudie dans le référentiel géocentrique supposé galiléen.

Donnée	Valeur
rayon de l'orbite de la Lune	$r = 3{,}844 \times 10^{8}\,\mathrm{m}$
période de révolution de la Lune	$T = 27{,}32\,\mathrm{jours}$
pesanteur au sol	$g_0 = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$
rayon de la Terre	$R_T = 6{,}37 \times 10^{6}\,\mathrm{m}$
constante de gravitation	$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}$

1.

Montrer que la masse de la Terre s'écrit $M_T = \dfrac{4\pi^2\, r^3}{G\, T^2}$.

INDICE

Outil : la troisième loi de Kepler en trajectoire circulaire, appliquée à la Lune.

CORRIGÉ

Troisième loi. La Lune est en mouvement circulaire uniforme autour de la Terre : $\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\, M_T}$.

Masse. En isolant M_T : $M_T\, T^2 = \dfrac{4\pi^2\, r^3}{G}$.

Conclusion. $M_T = \dfrac{4\pi^2\, r^3}{G\, T^2}$.

2.

Calculer M_T.

INDICE

Outil : convertis la période en secondes avant tout calcul.

CORRIGÉ

Conversion. $T = 27{,}32 \times 86\,400 \approx 2{,}360 \times 10^{6}\,\mathrm{s}$.

Application numérique.

$$M_T = \frac{4\pi^2\, r^3}{G\, T^2}$$
$$M_T \approx 6{,}03 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$$

Conclusion. Le mouvement de la Lune donne $M_T \approx 6{,}03 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$.

3.

En assimilant le poids d'un corps au sol à la force de gravitation exercée par la Terre, exprimer puis calculer M_T à partir de g_0.

INDICE

Outil : l'expression de l'intensité de la pesanteur à l'altitude nulle.

CORRIGÉ

Expression. Au sol, $g_0 = \dfrac{G\,M_T}{R_T^2}$, donc $M_T = \dfrac{g_0\,R_T^2}{G}$.

Application numérique.

$$M_T = \frac{g_0\,R_T^2}{G}$$
$$M_T \approx 5{,}96 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$$

Conclusion. La pesanteur au sol donne $M_T \approx 5{,}96 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$.

4.

Comparer les deux valeurs par leur écart relatif, puis proposer une cause de l'écart.

INDICE

Outil : l'écart relatif est la différence des deux valeurs divisée par l'une d'elles.

CORRIGÉ

Écart relatif. $\dfrac{6{,}03 - 5{,}96}{5{,}96} \approx 0{,}01$, soit environ $1\,\%$.

Cause. Les données sont arrondies. De plus, g_0 est mesuré sur une Terre qui tourne : le poids au sol est un peu plus faible que l'attraction, alors que $g_0 = \dfrac{G\,M_T}{R_T^2}$ néglige cette rotation.

Conclusion. Les deux méthodes donnent la même masse de la Terre à environ $1\,\%$ près ; l'écart vient des arrondis et de la rotation de la Terre négligée.

Exercice 5

Satellite de radiodiffusion : rayon, altitude et vitesse

Un satellite de radiodiffusion est géostationnaire. Son mouvement est rapporté au référentiel géocentrique, supposé galiléen.

Donnée	Valeur
période de rotation de la Terre	$T = 86\,164\,\mathrm{s}$
constante de gravitation	$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$
masse de la Terre	$M_T = 5{,}97 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$
rayon de la Terre	$R_T = 6{,}37 \times 10^{6}\,\mathrm{m}$

1.

À partir de la troisième loi de Kepler, montrer que le rayon de l'orbite s'écrit $r = \sqrt[3]{\dfrac{G\,M_T\,T^2}{4\pi^2}}$, puis le calculer.

INDICE

Outil : la période de révolution du satellite est égale à la période de rotation de la Terre.

CORRIGÉ

Rayon. De $\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\,M_T}$, on tire $r^3 = \dfrac{G\,M_T\,T^2}{4\pi^2}$, puis la racine cubique.

Application numérique. Avec $T = 86\,164\,\mathrm{s}$ et sans arrondi intermédiaire :

$$r \approx 4{,}21 \times 10^{7}\,\mathrm{m}$$

Conclusion. Le rayon de l'orbite géostationnaire vaut $r \approx 4{,}21 \times 10^{7}\,\mathrm{m}$.

2.

En déduire l'altitude h du satellite.

INDICE

Outil : le rayon de l'orbite se compte depuis le centre de la Terre.

CORRIGÉ

Altitude. $h = r - R_T$, avec la valeur non arrondie $r = 4{,}2150 \times 10^{7}\,\mathrm{m}$:

$$h \approx 3{,}58 \times 10^{7}\,\mathrm{m}$$

Conclusion. Le satellite tourne à environ $3{,}58 \times 10^{7}\,\mathrm{m}$, soit près de $36\,000\,\mathrm{km}$ d'altitude.

3.

Calculer la vitesse v du satellite.

INDICE

Outil : en une période, le satellite parcourt une fois son orbite à vitesse constante.

CORRIGÉ

Vitesse.

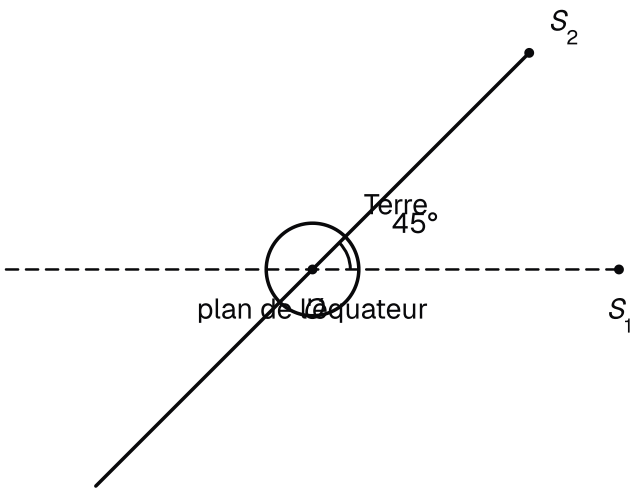
$$v = \frac{2\pi r}{T}$$
$$v \approx 3{,}07 \times 10^{3}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

Conclusion. Le satellite se déplace à environ $3{,}07\,\mathrm{km \cdot s^{-1}}$, bien moins vite qu'un satellite en orbite basse.

4.

Le document montre, vue de côté, l'orbite du satellite de radiodiffusion S_1 et celle d'un second satellite S_2. L'orbite de S_2 a le même rayon, elle est parcourue d'ouest en est, mais son plan est incliné de $45°$ sur celui de l'équateur.

Le satellite S_2 est-il géostationnaire ? Justifier.



Deux orbites de même rayon vues de côté, Terre et orbites à l'échelle

INDICE

Outil : les trois conditions du satellite géostationnaire.

CORRIGÉ

Plan. L'orbite de S_2 fait un angle de $45°$ avec le plan de l'équateur : elle n'est pas contenue dans ce plan.

Conséquence. Le satellite S_2 survole tour à tour l'hémisphère nord et l'hémisphère sud : il ne reste pas à la verticale d'un point de l'équateur.

Conclusion. Le satellite S_2 n'est pas géostationnaire, malgré son rayon, son sens de parcours et sa période.

Exercice 6

Lunes de Neptune : mesurer, vérifier, peser

Des astronomes étudient trois lunes de Neptune, dont les orbites sont supposées circulaires. On donne $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$ et $1\,\text{jour} = 86\,400\,\mathrm{s}$.

Lune	r (m)	T (jours)
Larissa	$7{,}36 \times 10^{7}$	$0{,}555$
Protée	$1{,}18 \times 10^{8}$	$1{,}12$
Triton	$3{,}55 \times 10^{8}$	$5{,}88$

1.

Un logiciel mesure, sur chaque image d'un télescope, l'angle θ entre la direction Neptune-Triton et la direction d'une étoile lointaine, compté de $0°$ à $360°$ dans le sens du mouvement. L'heure de chaque image est notée.

Proposer une démarche pour déterminer la période de révolution de Triton à partir de ces mesures.

INDICE

Piste : relie la variation de l'angle θ au nombre de tours effectués par Triton.

CORRIGÉ

Relevés. Mesurer θ sur des images prises régulièrement pendant plusieurs semaines, en notant l'heure de chacune.

Repère. Pendant un tour, θ augmente de $360°$: Triton retrouve la même direction chaque fois que θ reprend une même valeur, par exemple $90°$.

Période. Relever les instants de plusieurs retours à cette valeur, puis diviser la durée totale par le nombre de tours.

Conclusion. La période de Triton est la durée d'une augmentation de $360°$ de l'angle θ, mesurée sur plusieurs tours pour gagner en précision.

2.

Calculer le rapport $\dfrac{T^2}{r^3}$ pour chaque lune, puis dire si la troisième loi de Kepler est vérifiée à $2\,\%$ près.

INDICE

Outil : convertis chaque période en secondes ; compare l'écart entre les rapports à leur valeur.

CORRIGÉ

Rapports. En $10^{-15}\,\mathrm{s^2\cdot m^{-3}}$:

Lune	T (s)	$\dfrac{T^2}{r^3}$
Larissa	$4{,}80\times10^{4}$	$5{,}77$
Protée	$9{,}68\times10^{4}$	$5{,}70$
Triton	$5{,}08\times10^{5}$	$5{,}77$

Écart. Le plus grand écart, $0{,}07$, vaut environ $1{,}2\,\%$ du rapport.

Conclusion. Les trois rapports sont égaux à $2\,\%$ près : la troisième loi de Kepler est vérifiée pour ces lunes de Neptune.

3.

Avec la moyenne des trois rapports, calculer la masse M_N de Neptune.

INDICE

Outil : la troisième loi de Kepler en trajectoire circulaire relie le rapport à la masse de l'astre central.

CORRIGÉ

Moyenne. $k \approx 5{,}75\times10^{-15}\,\mathrm{s^2\cdot m^{-3}}$.

Masse.

$$M_N = \frac{4\pi^2}{G\,k}$$
$$M_N \approx 1{,}03\times10^{26}\,\mathrm{kg}$$

Conclusion. La masse de Neptune vaut environ $1{,}03\times10^{26}\,\mathrm{kg}$.

4.

Une valeur de référence de la masse de Neptune est $1{,}02\times10^{26}\,\mathrm{kg}$. Calculer l'écart relatif et commenter.

INDICE

Outil : l'écart relatif se calcule par rapport à la valeur de référence.

CORRIGÉ

Écart relatif. $\dfrac{1{,}03-1{,}02}{1{,}02}\approx 0{,}01$, soit environ $1\,\%$.

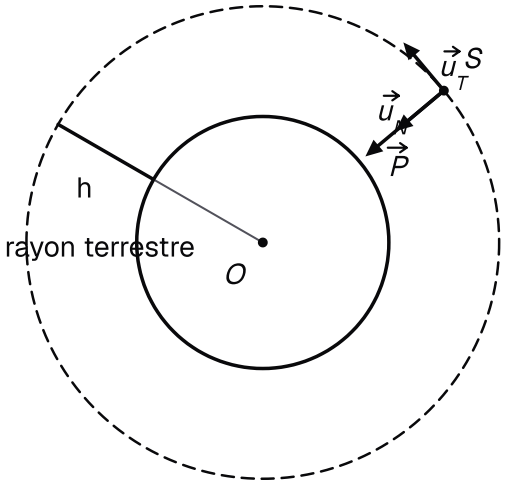
Conclusion. La masse obtenue s'accorde à environ $1\,\%$ près avec la valeur de référence : les mesures et le modèle circulaire sont satisfaisants.

Exercice 7

Satellite d'altimétrie : pesanteur, vitesse et période

Un satellite d'altimétrie mesure la hauteur des océans depuis une orbite circulaire d'altitude $h = 1\,340\,\text{km}$. On l'étudie dans le référentiel géocentrique supposé galiléen ; les effets de la rotation de la Terre sont négligés.

Donnée	Valeur
pesanteur au sol	$g_0 = 9{,}80\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$
rayon de la Terre	$R_T = 6{,}37\times10^{6}\,\text{m}$



Satellite d'altimétrie, base de Frenet et poids, sans échelle

1.

Le poids d'un corps est assimilé à la force de gravitation exercée par la Terre. Montrer que l'intensité de la pesanteur à l'altitude h s'écrit

$$g(h) = g_0 \, \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$$

INDICE

Outil : écris l'égalité du poids et de la force de gravitation, à l'altitude h puis au sol.

CORRIGÉ

À l'altitude h**.** $m\,g(h) = \dfrac{G\,M_T\,m}{(R_T+h)^2}$, donc $g(h) = \dfrac{G\,M_T}{(R_T+h)^2}$.

Au sol. Pour $h = 0$: $g_0 = \dfrac{G\,M_T}{R_T^2}$.

Rapport. En divisant membre à membre, $\dfrac{g(h)}{g_0} = \dfrac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$.

Conclusion. $g(h) = g_0 \, \dfrac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$.

2.

Calculer $g(h)$ à l'altitude du satellite.

INDICE

Outil : calcule d'abord le rayon de l'orbite $R_T + h$.

CORRIGÉ

Rayon. $R_T + h = 6{,}37 \times 10^6 + 1{,}34 \times 10^6 = 7{,}71 \times 10^6\,\mathrm{m}$.

Application numérique.

$$g(h) = 9{,}80 \times \left(\frac{6{,}37}{7{,}71}\right)^2$$
$$g(h) \approx 6{,}69\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

Conclusion. À $1\,340\,\mathrm{km}$ d'altitude, $g(h) \approx 6{,}69\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

3.

Le satellite n'est soumis qu'à son poids. Montrer que sa vitesse vaut $v = \sqrt{g(h)\,(R_T + h)}$.

INDICE

Outil : la deuxième loi de Newton, projetée sur la normale de la base de Frenet.

CORRIGÉ

Deuxième loi. Le système est le satellite ; seule force, son poids $m\,\vec{g}$, dirigé vers le centre de la Terre. Donc $\vec{a} = \vec{g}$, porté par $\vec{u}_N$.

Sur la normale. $a_N = \dfrac{v^2}{R_T + h} = g(h)$.

Conclusion. $v^2 = g(h)\,(R_T + h)$, d'où $v = \sqrt{g(h)\,(R_T + h)}$.

4.

Calculer la vitesse v puis la période T du satellite.

INDICE

Outil : garde la valeur non arrondie de $g(h)$; la période est la durée d'un tour à vitesse constante.

CORRIGÉ

Vitesse.

$$v = \sqrt{g(h)\,(R_T + h)}$$
$$v \approx 7{,}18 \times 10^{3}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

Période.

$$T = \frac{2\pi\,(R_T + h)}{v}$$
$$T \approx 6{,}75 \times 10^{3}\ \mathrm{s}$$

Conclusion. Le satellite tourne à environ $7{,}18\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$ et fait un tour en $6{,}75 \times 10^{3}\ \mathrm{s}$, soit environ $1{,}87\ \mathrm{h}$.