BURHAN

Mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe fixe : exercices, niveau examen

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/rotation-d-un-solide-autour-d-un-axe-fixe/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe fixe	Niveau examen	5

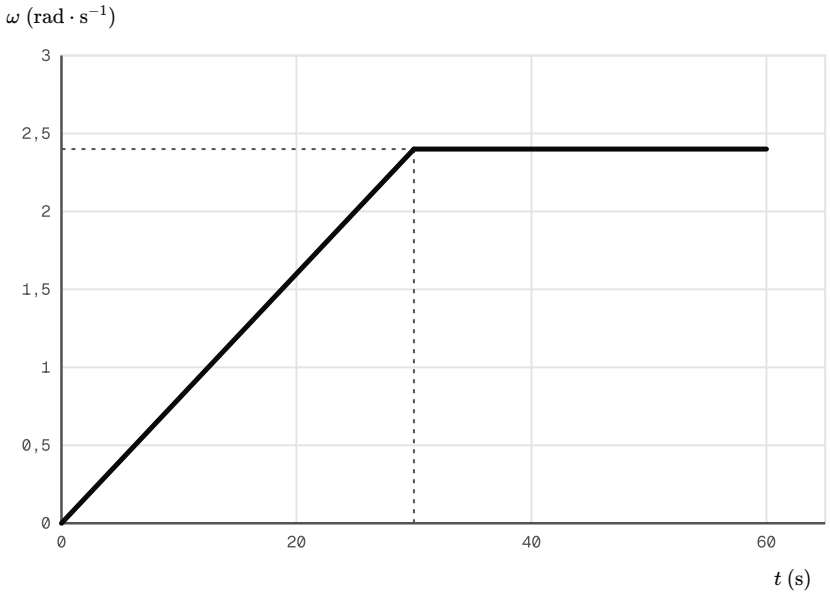
Exercice 1 6 pts

Éolienne : démarrage et couple du vent

Une éolienne démarre lorsque le vent devient suffisant. Son rotor, formé du moyeu et des pales, tourne autour d'un axe fixe horizontal Δ.

Un système de mesure embarqué enregistre la vitesse angulaire ω du rotor depuis l'instant $t = 0$, où le rotor est au repos. On oriente la rotation dans le sens du mouvement.

Document. Courbe de la vitesse angulaire du rotor en fonction du temps.



Vitesse angulaire du rotor de l'éolienne

A.1. 0,5 pts

Partie A : mouvement du rotor.

Décrire la nature de la rotation du rotor sur chaque phase du document.

INDICE

Outil : sur chaque phase, observer la forme de la courbe $\omega(t)$: que dit-elle de l'accélération angulaire ?

A.2. 0,5 pts

Déterminer l'accélération angulaire α du rotor pendant la première phase.

INDICE

Outil : coefficient directeur de la droite, $\alpha = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}$.

A.3. 1 pts

Montrer que, pendant la première phase, l'abscisse angulaire du rotor s'écrit $\theta(t) = \frac{1}{2}\alpha\, t^2$, avec $\theta(0) = 0$, puis calculer le nombre de tours effectués pendant cette phase.

INDICE

Début : $\omega(t) = \alpha\, t$ est la dérivée de $\theta(t)$; chercher la primitive de $\alpha\, t$ qui vérifie la condition initiale.

A.4. 1 pts

L'extrémité d'une pale est à la distance $R = 45\,\mathrm{m}$ de l'axe. Calculer sa vitesse et les coordonnées a_T et a_N de son accélération pendant la seconde phase.

INDICE

Outil : $v = R\,\omega$, $a_T = R\,\alpha$ et $a_N = R\,\omega^2$, avec $\alpha = 0$ en rotation uniforme.

B.1. 0,5 pts

Partie B : couples exercés sur le rotor. On admet que, pendant la première phase, l'accélération angulaire du rotor vaut $\alpha = 8{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{rad\cdot s^{-2}}$ et que, pendant la seconde, sa vitesse angulaire est constante.

Le rotor a pour moment d'inertie $J_\Delta = 4{,}5 \times 10^{6}\,\mathrm{kg\cdot m^2}$. Le vent exerce sur les pales un couple de moment $\mathcal{M}_v$; les frottements et l'alternateur exercent un couple résistant de moment constant $\mathcal{M}_r = -6{,}0 \times 10^{4}\,\mathrm{N\cdot m}$.

Faire le bilan des actions extérieures exercées sur le rotor et justifier que son poids et la réaction de l'axe ont un moment nul par rapport à Δ.

INDICE

Outil : une force dont la droite d'action rencontre l'axe a un moment nul par rapport à cet axe.

B.2. 0,75 pts

Pendant la première phase, que donne la relation fondamentale de la dynamique en rotation pour le rotor ? En déduire $\mathcal{M}_v$.

INDICE

Outil : dans un référentiel galiléen, $\mathcal{M}_v + \mathcal{M}_r = J_\Delta\,\alpha$.

B.3. 0,5 pts

Calculer $\mathcal{M}_v$ pendant la seconde phase.

INDICE

Outil : en rotation uniforme, $\alpha = 0$.

B.4. 0,75 pts

Proposer une méthode pour vérifier depuis le sol, avec un simple chronomètre, que la vitesse angulaire du rotor est constante pendant la seconde phase, et pour en mesurer la valeur.

INDICE

Début : quel événement, visible depuis le sol, se reproduit à chaque tour du rotor ? Comment limiter l'effet du temps de réaction sur la mesure d'une durée ?

B.5. 0,5 pts

Le vent tombe brusquement pendant la seconde phase, alors que $\omega = 2{,}4\,\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}$: $\mathcal{M}_v$ devient nul. En supposant $\mathcal{M}_r$ inchangé, calculer la durée de l'arrêt du rotor.

INDICE

Ensuite : la relation fondamentale donne la nouvelle accélération angulaire, constante ; $\omega(t) = \alpha' t + \omega_0$ s'annule à l'arrêt.

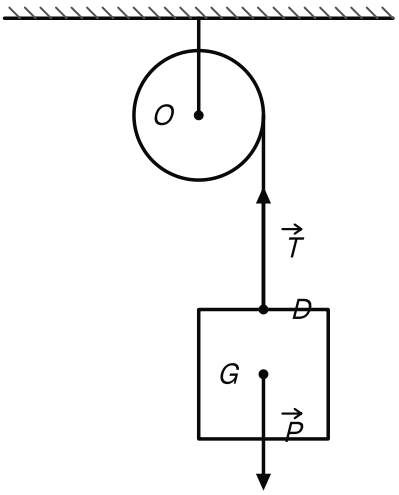
Exercice 2 6 pts

Monte-charge : modèle et mesures de montée

Un monte-charge élève des matériaux sur un chantier. Sa cabine est accrochée à un câble inextensible, de masse négligeable, qui s'enroule sans glisser sur un tambour de rayon r, entraîné par un moteur autour d'un axe fixe horizontal Δ.

Les frottements sont négligés et le référentiel terrestre est supposé galiléen ; $g = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Document. Schéma du tambour, du câble et de la cabine, avec les forces exercées sur la cabine.



Tambour du monte-charge et cabine suspendue

A.1. 0,5 pts

Partie A : accélération prévue par le modèle. La cabine chargée a pour masse $m = 160\,\mathrm{kg}$. Le tambour a pour rayon $r = 0{,}250\,\mathrm{m}$ et pour moment d'inertie $J_\Delta = 2{,}50\,\mathrm{kg\cdot m^2}$; le moteur exerce sur lui un couple de moment constant $\mathcal{M}_m = 420\,\mathrm{N\cdot m}$. La cabine part du repos.

Appliquer la deuxième loi de Newton à la cabine, sur un axe vertical orienté vers le haut.

INDICE

Outil : la cabine subit son poids et la tension du câble ; projeter $\sum \vec{F} = m\,\vec{a}$.

A.2. 0,5 pts

Le tambour étant le système étudié, traduire la relation fondamentale de la dynamique en rotation.

INDICE

Point délicat : le câble de masse négligeable exerce sur le tambour une force d'intensité T, dont le moment s'oppose à celui du moteur.

A.3. 1,25 pts

Montrer, grâce à la relation de liaison entre a et α, que l'accélération de la cabine vaut :

$$a = \frac{(\mathcal{M}_m - m\,g\,r)\,r}{m\,r^2 + J_\Delta}$$

INDICE

Ensuite : le câble ne glisse pas, $a = r\,\alpha$; remplacer T par $m\,(g + a)$ dans la relation du tambour, puis multiplier par r.

A.4. 0,75 pts

Calculer a.

INDICE

Outil : calculer séparément $m\,g\,r$ et $m\,r^2 + J_\Delta$.

A.5. 0,5 pts

Calculer la tension T du câble et la comparer au poids de la cabine.

INDICE

Outil : $T = m\,(g + a)$ d'après la question A.1.

B.1. 0,5 pts

Partie B : exploitation de mesures. Lors d'un autre essai, avec une autre charge, on filme la montée de la cabine à côté d'une règle verticale graduée et on relève son altitude z au cours du temps, depuis le départ au repos à $t = 0$:

t (s)	z (m)
0	0
$0{,}50$	$0{,}075$
$1{,}00$	$0{,}300$
$1{,}50$	$0{,}675$
$2{,}00$	$1{,}200$

Indiquer comment obtenir ces mesures à partir de la vidéo, et pourquoi la règle doit être placée dans le plan du mouvement.

INDICE

Début : un logiciel de pointage repère la position d'un point de la cabine image par image ; la règle fixe l'échelle.

B.2. 0,75 pts

Montrer que ces mesures sont compatibles avec un mouvement rectiligne uniformément accéléré partant du repos, d'équation $z = \frac{1}{2} a\, t^2$, et en déduire a.

INDICE

Outil : si $z = \frac{1}{2} a\, t^2$, le quotient $\dfrac{z}{t^2}$ est le même pour toutes les mesures.

B.3. 0,5 pts

Le tambour a pour rayon $r = 0{,}250\,\mathrm{m}$. Calculer son accélération angulaire, puis le nombre de tours qu'il effectue pendant la montée de $1{,}20\,\mathrm{m}$.

INDICE

Outil : le câble ne glisse pas : $a = r\,\alpha$, et la longueur de câble enroulée vaut $z = r\,\theta$.

B.4. 0,75 pts

Calculer la vitesse angulaire du tambour à l'instant $t = 2{,}00\,\mathrm{s}$.

INDICE

Outil : le tambour part du repos avec une accélération angulaire constante : $\omega = \alpha\, t$.

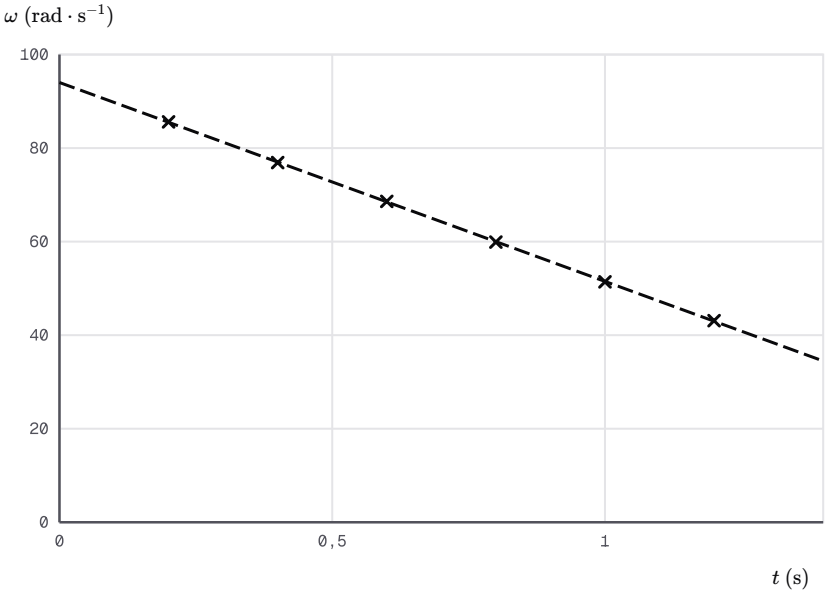
Exercice 3 — 6 pts

Disque de frein sur banc : couple et arrêt

Un fabricant teste un disque de frein sur un banc. L'ensemble formé par le disque et l'arbre du banc tourne autour d'un axe fixe Δ ; son moment d'inertie vaut $J_\Delta = 0{,}32\,\mathrm{kg\cdot m^2}$.

À $t = 0$, les plaquettes serrent le disque ; le moteur du banc est découplé et les autres frottements sont négligés. Un ordinateur enregistre l'abscisse angulaire de l'arbre.

Document. Vitesses angulaires calculées par l'ordinateur et droite de modélisation, d'équation $\omega \approx -42{,}5\,t + 94{,}0$ (t en secondes, ω en radians par seconde).



× Points de mesure — — Droite de modélisation

Vitesse angulaire du disque pendant le freinage

A.1. — 0,75 pts

Partie A : couple de freinage. L'abscisse angulaire θ_i de l'arbre doit être enregistrée à des instants t_i régulièrement espacés de $\tau = 20\,\mathrm{ms}$.

Décrire le montage et les réglages de l'acquisition qui permettent cet enregistrement, puis expliquer comment l'ordinateur en déduit la vitesse angulaire ω_i à l'instant t_i.

INDICE

Début : quel capteur, solidaire de l'arbre, repère sa position angulaire, et comment chaque mesure est-elle datée ?

A.2. 0,5 pts

Justifier, à partir du document, que la rotation du disque est uniformément ralentie.

INDICE

Outil : une droite $\omega(t)$ indique une accélération angulaire constante ; comparer le signe de ω et celui de α.

A.3. 0,5 pts

Déterminer l'accélération angulaire α du disque.

INDICE

Outil : l'accélération angulaire est le coefficient directeur de la droite de modélisation.

A.4. 0,75 pts

Calculer le moment $\mathcal{M}_F$ du couple de freinage en appliquant à l'ensemble en rotation la relation fondamentale de la dynamique en rotation.

INDICE

Outil : seuls les frottements des plaquettes ont un moment non nul ; $\mathcal{M}_F = J_\Delta\,\alpha$.

A.5. 0,5 pts

Le moment du couple de freinage s'écrit $\mathcal{M}_F = -F\,d$, où F est l'intensité totale des forces tangentielles exercées par les plaquettes et $d = 0{,}12\,\text{m}$ la distance de leur point d'application à l'axe. Calculer F.

INDICE

Outil : $F = -\dfrac{\mathcal{M}_F}{d}$, avec la valeur de $\mathcal{M}_F$ non arrondie.

B.1. 0,75 pts

Partie B : arrêt du disque. On admet que, depuis $t = 0$, la rotation du disque est uniformément ralentie, avec $\omega_0 = 94{,}0\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ et $\alpha = -42{,}5\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$.

Montrer que la durée de l'arrêt s'écrit $t_a = -\dfrac{\omega_0}{\alpha}$, puis la calculer.

INDICE

Début : écrire l'équation horaire $\omega(t)$ de la rotation uniformément variée et chercher l'instant où elle s'annule.

B.2. 0,75 pts

Calculer le nombre de tours effectués par le disque pendant le freinage.

INDICE

Outil : $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\,\Delta\theta$, avec $\omega = 0$ à l'arrêt.

B.3. 1 pts

Un point M de la périphérie du disque est à la distance $R = 0{,}16\,\mathrm{m}$ de l'axe. Calculer les coordonnées a_T et a_N de son accélération à $t = 0$, puis la valeur a de cette accélération.

INDICE

Outil : $a_T = R\,\alpha$, $a_N = R\,\omega^2$ et $a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2}$.

B.4. 0,5 pts

En serrant plus fort les plaquettes, on double le moment du couple de freinage, ω_0 restant le même. Un technicien affirme que le disque tourne alors d'un angle deux fois plus petit avant de s'arrêter. Vérifier cette affirmation.

INDICE

Ensuite : à moment d'inertie fixé, doubler le moment double l'accélération angulaire ; reprendre l'expression de $\Delta\theta$.

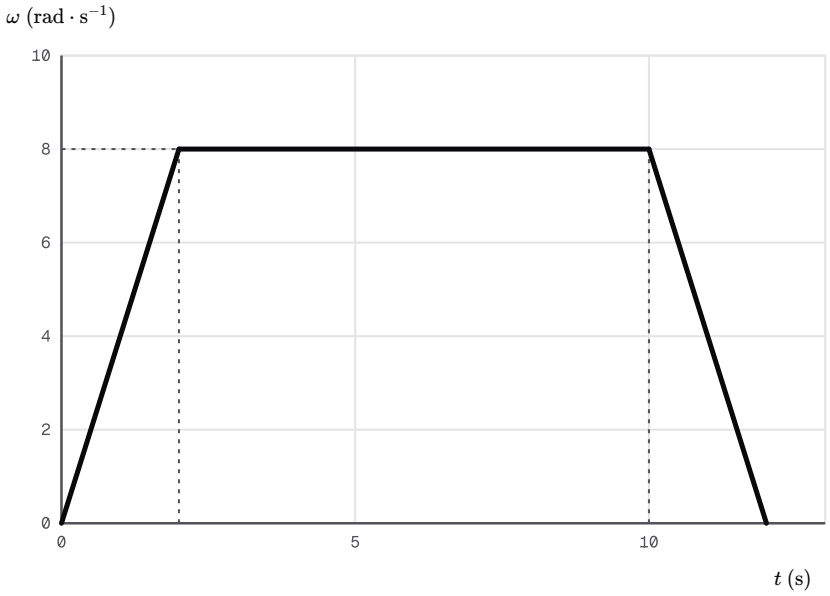
Exercice 4 — 6 pts

Treuil de chantier : levage en trois phases

Un treuil de chantier soulève une palette de parpaings. Le tambour du treuil, qui tourne autour d'un axe fixe horizontal Δ, enroule sans glissement un câble inextensible de masse négligeable.

Pendant une montée complète de la palette, depuis le repos jusqu'à l'arrêt, un capteur relié au moteur enregistre la vitesse angulaire ω du tambour.

Document. Courbe de la vitesse angulaire du tambour en fonction du temps.



Vitesse angulaire du tambour pendant une montée complète

A.1. — 0,5 pts

Partie A : étude cinématique.

Décrire la nature de la rotation du tambour pendant chacune des trois phases du document.

INDICE

Outil : examiner la forme de chaque morceau de la courbe et le signe de $\omega\,\alpha$.

A.2. — 0,75 pts

Déterminer l'accélération angulaire du tambour pendant la première phase, puis pendant la troisième.

INDICE

Outil : $\alpha = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}$ sur chaque phase.

A.3. 0,75 pts

Montrer que l'angle total dont tourne le tambour pendant la montée vaut $80\,\mathrm{rad}$. Le tambour a pour rayon $r = 0{,}200\,\mathrm{m}$: en déduire la hauteur dont monte la palette.

INDICE

Ensuite : calculer l'angle de chaque phase avec l'équation horaire qui lui convient ; la longueur de câble enroulée vaut $r\,\theta$.

A.4. 0,5 pts

Proposer un montage simple permettant d'enregistrer la vitesse angulaire du tambour au cours du temps.

INDICE

Début : quel capteur peut détecter, à intervalles d'angle réguliers, le passage d'un repère solidaire de l'axe ? À quoi faut-il le relier pour dater chaque passage ?

B.1. 1 pts

Partie B : couple moteur. La palette a pour masse $m = 8{,}00 \times 10^{2}\,\mathrm{kg}$. Le tambour, de rayon $r = 0{,}200\,\mathrm{m}$, a pour moment d'inertie $J_{\Delta} = 1{,}20\,\mathrm{kg\cdot m^{2}}$; le moteur exerce sur lui un couple de moment $\mathcal{M}_m$. Les frottements sont négligés. Référentiel terrestre, supposé galiléen ; $g = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

On admet aussi que l'accélération angulaire du tambour vaut $\alpha_1 = 4{,}00\,\mathrm{rad\cdot s^{-2}}$ au cours de la première phase. En étudiant la palette, puis le tambour, montrer que, pendant cette phase :

$$\mathcal{M}_m = J_{\Delta}\,\alpha_1 + m\,r\,(g + r\,\alpha_1)$$

INDICE

Ensuite : deuxième loi de Newton pour la palette sur un axe vertical vers le haut, relation fondamentale pour le tambour, relation de liaison $a = r\,\alpha_1$.

B.2. 0,75 pts

Calculer $\mathcal{M}_m$ pendant la première phase.

INDICE

Outil : calculer d'abord $r\,\alpha_1$, puis chacun des deux termes.

B.3. 1 pts

Calculer le moment du couple moteur pendant la deuxième phase et le comparer à celui de la première phase.

INDICE

Outil : pendant la deuxième phase, la rotation est uniforme : $\alpha = 0$ et la palette monte à vitesse constante.

B.4. `0,75 pts`

Le moteur ne peut pas exercer un couple de moment supérieur à $\mathcal{M}_{\max} = 2{,}00 \times 10^{3}\ \mathrm{N \cdot m}$. Calculer la masse maximale de la palette que le treuil peut soulever avec la même première phase.

INDICE

Ensuite : isoler m dans la relation de la question B.1 écrite avec $\mathcal{M}_{m} = \mathcal{M}_{\max}$.

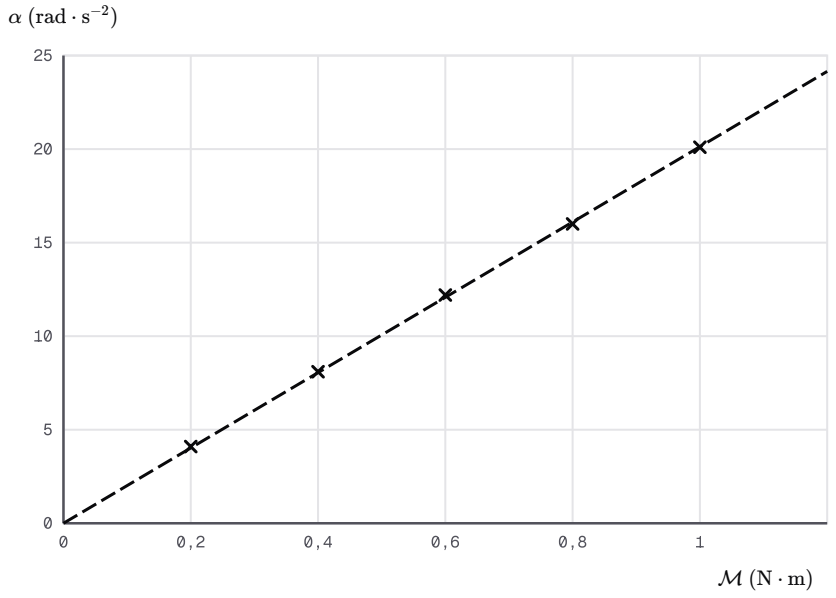
Exercice 5 — 6 pts

Toupie industrielle : moment d'inertie et freinage

Dans un atelier de menuiserie, l'arbre porte-outil d'une toupie industrielle, muni de son outil, tourne autour d'un axe fixe vertical Δ.

Pour mesurer son moment d'inertie, un technicien le monte sur un banc où un moteur lui applique un couple de moment $\mathcal{M}$ réglable, mesuré par un couplemètre ; les frottements sont négligés. Pour chaque valeur de $\mathcal{M}$, il mesure l'accélération angulaire α de l'arbre.

Document. Accélération angulaire mesurée en fonction du moment du couple appliqué et droite de modélisation passant par l'origine, d'équation $\alpha \approx 20{,}1\,\mathcal{M}$ ($\mathcal{M}$ en newtons mètres, α en radians par seconde au carré).



Accélération angulaire de l'arbre selon le moment appliqué

A.1. — 0,75 pts

Partie A : moment d'inertie de l'arbre.

Proposer un protocole pour mesurer l'accélération angulaire α de l'arbre pour une valeur donnée de $\mathcal{M}$.

INDICE

Début : quelle grandeur un capteur angulaire mesure-t-il directement, et quelle courbe faut-il tracer pour faire apparaître α ?

A.2. 0,5 pts

Montrer que, d'après la relation fondamentale de la dynamique en rotation appliquée à l'arbre, la théorie prévoit $\alpha = \dfrac{\mathcal{M}}{J_\Delta}$.

INDICE

Point délicat : l'axe est vertical ; le poids, parallèle à l'axe, a un moment nul par rapport à lui.

A.3. 0,5 pts

Le document valide-t-il cette prévision ? Justifier.

INDICE

Outil : une proportionnalité se traduit par des points alignés sur une droite qui passe par l'origine.

A.4. 0,75 pts

En déduire le moment d'inertie J_Δ de l'arbre muni de son outil.

INDICE

Outil : identifier le coefficient de la droite de modélisation à $\dfrac{1}{J_\Delta}$.

A.5. 0,5 pts

L'arbre et son outil sont assimilés à un cylindre homogène de masse $m = 6{,}4\,\mathrm{kg}$ et de rayon $R = 12{,}5\,\mathrm{cm}$, de moment d'inertie $\frac{1}{2} m\,R^2$. Comparer à la valeur mesurée.

INDICE

Point délicat : le rayon s'exprime en mètres.

B.1. 0,5 pts

Partie B : démarrage et freinage en service. On admet que l'arbre muni de son outil a pour moment d'inertie $J_\Delta = 5{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{kg \cdot m^2}$ et que les frottements sont négligeables. En service, il tourne à raison de $6{,}0 \times 10^{3}\,\mathrm{tr \cdot min^{-1}}$.

Calculer sa vitesse angulaire ω.

INDICE

Outil : exprimer d'abord la fréquence de rotation N en tours par seconde, puis $\omega = 2\pi N$.

B.2. 0,75 pts

Le tranchant de l'outil est à $6{,}0\,\mathrm{cm}$ de l'axe. Calculer sa vitesse.

INDICE

Outil : $v = R\,\omega$, avec la distance à l'axe en mètres.

B.3. 1 pts

Au démarrage, depuis le repos, le moteur exerce un couple de moment constant $\mathcal{M}_d = 2{,}5\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}$. Montrer que la durée du démarrage jusqu'à la vitesse angulaire ω de service s'écrit $t_d = \dfrac{J_\Delta\,\omega}{\mathcal{M}_d}$, puis la calculer.

INDICE

Début : la relation fondamentale donne une accélération angulaire constante ; l'équation horaire $\omega(t)$ part de zéro.

B.4. 0,75 pts

Pour la sécurité de l'opérateur, l'arbre doit s'arrêter en moins de $10\,\mathrm{s}$ après la coupure du moteur. Calculer la valeur minimale du moment du couple de freinage, supposé constant.

INDICE

Ensuite : la même démarche qu'en B.3, appliquée au freinage, relie la durée de l'arrêt à la valeur absolue du moment de freinage.