BURHAN

Mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe fixe : exercices, application

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/rotation-d-un-solide-autour-d-un-axe-fixe/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe fixe	Application	8

Exercice 1

Vitesse et accélération d'un trou de tambour d'essoreuse

Pendant l'essorage, le tambour d'un lave-linge tourne autour de son axe fixe à vitesse constante, à raison de $1{,}40 \times 10^{3}\,\mathrm{tr \cdot min^{-1}}$.

Un trou de la paroi du tambour est situé à la distance $R = 0{,}23\,\mathrm{m}$ de l'axe. On donne $g = 9{,}80\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1.

Calculer la vitesse angulaire ω du tambour en $\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$.

INDICE

Outil : une minute vaut $60\,\mathrm{s}$ et un tour 2π radians : exprimer d'abord la fréquence N en tours par seconde, puis $\omega = 2\pi N$.

CORRIGÉ

Une minute vaut 60 secondes : la fréquence de rotation, en tours par seconde, vaut :

$$\begin{aligned} N &= \frac{1{,}40 \times 10^{3}}{60} \\ &\approx 23{,}3\,\mathrm{tr \cdot s^{-1}} \end{aligned}$$

Un tour vaut 2π radians :

$$\begin{aligned} \omega &= 2\pi N \\ &= 2\pi \times 23{,}33 \\ &\approx 1{,}47 \times 10^{2}\,\mathrm{rad \cdot s^{-1}} \end{aligned}$$

Conclusion. Le tambour tourne à $\omega \approx 1{,}47 \times 10^{2}\,\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$, et non à $1\,400$ radians par seconde.

2.

En déduire la vitesse v du trou de la paroi.

INDICE

Outil : un point situé à la distance R de l'axe a pour vitesse $v = R\,\omega$, avec ω en $\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$.

CORRIGÉ

Le trou décrit un cercle de rayon R centré sur l'axe :

$$\begin{aligned} v &= R\,\omega \\ &= 0{,}23 \times 146{,}6 \\ &\approx 34\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} \end{aligned}$$

Le résultat garde deux chiffres significatifs, comme R.

Conclusion. Le trou de la paroi se déplace à $v \approx 34\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

3.

Calculer l'accélération normale a_N de ce trou et la comparer à g.

INDICE

Outil : $a_N = R\,\omega^2$; la rotation étant uniforme, $a_T = R\,\alpha = 0$. Le rapport $\dfrac{a_N}{g}$ est sans unité.

CORRIGÉ

La vitesse angulaire est constante, donc $a_T = 0$: l'accélération du trou est normale, dirigée vers l'axe.

$$\begin{aligned} a_N &= R\,\omega^2 \\ &= 0{,}23 \times 146{,}6^2 \\ &\approx 4{,}9 \times 10^3 \ \mathrm{m\cdot s^{-2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{a_N}{g} &= \frac{4{,}9 \times 10^3}{9{,}80} \\ &\approx 5{,}0 \times 10^2 \end{aligned}$$

Conclusion. L'accélération du trou, $a_N \approx 4{,}9 \times 10^3 \ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$, vaut environ $5{,}0 \times 10^2$ fois l'intensité de la pesanteur.

Exercice 2

Angle balayé et arc parcouru par une pale d'hélicoptère

En vol stationnaire, le rotor principal d'un hélicoptère tourne à vitesse angulaire constante, à raison de $3{,}6 \times 10^{2}\,\mathrm{tr\cdot min^{-1}}$. L'extrémité d'une pale est à la distance $R = 5{,}0\,\mathrm{m}$ de l'axe de rotation.

On oriente le cercle décrit par l'extrémité de la pale dans le sens du mouvement et on prend $\theta = 0$ à l'instant $t = 0$.

1.

Calculer la vitesse angulaire ω du rotor.

INDICE

Outil : $\omega = 2\pi N$, où N est la fréquence de rotation en tours par seconde : convertir d'abord les tours par minute.

CORRIGÉ

En tours par seconde, la fréquence de rotation vaut $N = \dfrac{3{,}6 \times 10^{2}}{60} = 6{,}0\,\mathrm{tr\cdot s^{-1}}$:

$$\begin{aligned} \omega &= 2\pi N \\ &= 2\pi \times 6{,}0 = 12\pi \\ &\approx 38\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}} \end{aligned}$$

Conclusion. Le rotor tourne à $\omega = 12\pi \approx 38\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$.

2.

Calculer l'abscisse angulaire θ de la pale à $t = 0{,}50\,\mathrm{s}$, puis le nombre de tours effectués depuis $t = 0$.

INDICE

Outil : en rotation uniforme, $\theta(t) = \omega\, t + \theta_0$; un tour correspond à 2π radians.

CORRIGÉ

La rotation est uniforme et $\theta_0 = 0$:

$$\begin{aligned} \theta &= \omega\, t \\ &= 12\pi \times 0{,}50 = 6\pi \\ &\approx 19\,\mathrm{rad} \end{aligned}$$

$$n = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{6\pi}{2\pi} = 3{,}0$$

Conclusion. À $t = 0{,}50\,\mathrm{s}$, $\theta = 6\pi \approx 19\,\mathrm{rad}$: la pale a fait trois tours.

3.

Calculer la longueur de l'arc parcouru par l'extrémité de la pale pendant cette demi-seconde, puis la vitesse de cette extrémité.

INDICE

Outil : l'abscisse curviligne vaut $s = R\,\theta$ et la vitesse $v = R\,\omega$, avec θ en radians.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned} s &= R\,\theta \\ &= 5{,}0 \times 18{,}85 \\ &\approx 94\,\text{m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v &= R\,\omega \\ &= 5{,}0 \times 37{,}70 \\ &\approx 1{,}9 \times 10^{2}\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

Conclusion. L'extrémité de la pale parcourt un arc d'environ $94\,\text{m}$ en une demi-seconde, à la vitesse $v \approx 1{,}9 \times 10^{2}\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

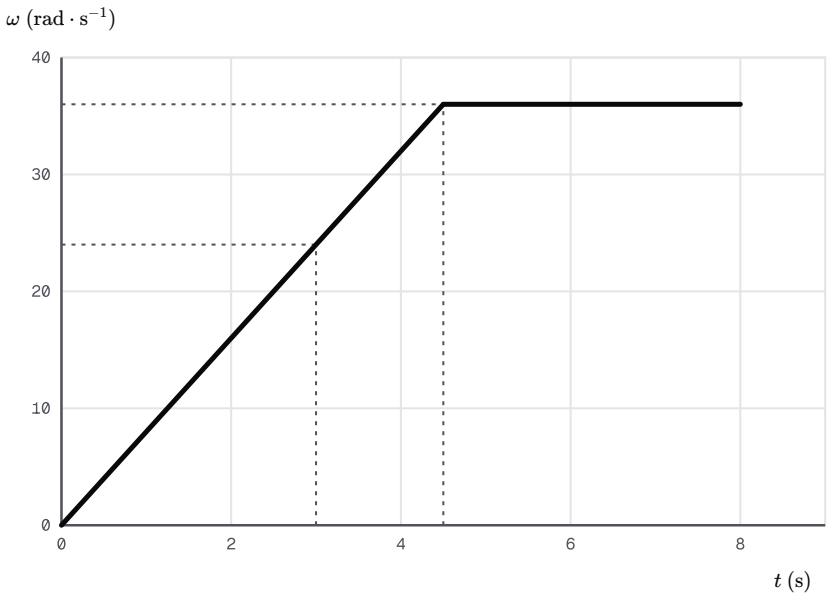
Exercice 3

Démarrage d'un ventilateur lu sur sa courbe de vitesse

Un capteur enregistre la vitesse angulaire ω d'un ventilateur de plafond depuis sa mise en marche, à $t = 0$. Le document donne la courbe $\omega(t)$ obtenue.

L'extrémité d'une pale est à la distance $R = 0{,}30\,\text{m}$ de l'axe de rotation.

Document. Courbe de la vitesse angulaire du ventilateur.



Vitesse angulaire du ventilateur au démarrage

1.

Décrire la nature de la rotation du ventilateur pendant chacune des deux phases du document.

INDICE

Outil : sur chaque phase, observer la forme de la courbe : que dit-elle de l'évolution de ω au cours du temps ?

CORRIGÉ

De 0 à $4{,}5\,\text{s}$, la courbe est une droite oblique qui monte : ω croît proportionnellement au temps, l'accélération angulaire est constante et positive, comme ω.

De $4{,}5$ à $8\,\text{s}$, la courbe est une droite horizontale : ω reste égale à $36\,\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

Conclusion. La rotation est uniformément accélérée pendant la première phase, puis uniforme pendant la seconde.

2.

Déterminer l'accélération angulaire α du ventilateur pendant la première phase.

INDICE

Outil : α est le coefficient directeur de la droite $\omega(t)$: $\alpha = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}$, lu entre deux points éloignés.

CORRIGÉ

Entre les points $(0\,;0)$ et $(4{,}5\,;36)$ de la courbe :

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{\Delta\omega}{\Delta t}\\ &= \frac{36-0}{4{,}5-0}\\ &= 8{,}0\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-2}\end{aligned}$$

Conclusion. Pendant la première phase, $\alpha = 8{,}0\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$.

3.

Calculer les coordonnées a_T et a_N de l'accélération de l'extrémité d'une pale à l'instant $t = 3{,}0\,\text{s}$.

INDICE

Outil : $a_T = R\,\alpha$ et $a_N = R\,\omega^2$; lire d'abord ω à cet instant sur la courbe.

CORRIGÉ

À $t = 3{,}0\,\text{s}$, la courbe donne $\omega = 24\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$, en accord avec $\alpha\,t = 8{,}0 \times 3{,}0$.

$$\begin{aligned}a_T &= R\,\alpha\\ &= 0{,}30 \times 8{,}0\\ &= 2{,}4\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a_N &= R\,\omega^2\\ &= 0{,}30 \times 24^2\\ &\approx 1{,}7\times10^{2}\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}\end{aligned}$$

Conclusion. À $t = 3{,}0\,\text{s}$, $a_T = 2{,}4\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ et $a_N \approx 1{,}7\times10^{2}\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$: la composante normale est la plus grande.

Exercice 4

Équations horaires du démarrage d'une défonceuse

L'arbre d'une défonceuse de menuiserie part du repos à $t = 0$, avec une accélération angulaire constante $\alpha = 75\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$, pendant une durée de $4{,}0\,\text{s}$.

On prend l'abscisse angulaire $\theta_0 = 0$ à $t = 0$.

1.

Écrire les expressions de $\omega(t)$ et de $\theta(t)$ pendant le démarrage.

INDICE

Outil : en rotation uniformément variée, $\omega(t) = \alpha\,t + \omega_0$ et $\theta(t) = \frac{1}{2}\alpha\,t^2 + \omega_0\,t + \theta_0$.

CORRIGÉ

La rotation est uniformément accélérée, avec $\omega_0 = 0$ (départ au repos) et $\theta_0 = 0$. Avec t en secondes :

$$\omega(t) = 75\,t$$

$$\theta(t) = 37{,}5\,t^2$$

Conclusion. Pendant le démarrage, $\omega(t) = 75\,t$ en $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ et $\theta(t) = 37{,}5\,t^2$ en radians.

2.

Calculer la vitesse angulaire atteinte à la fin du démarrage.

INDICE

Outil : remplacer t par la durée du démarrage dans $\omega(t)$.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned}\omega &= \alpha\,t \\ &= 75 \times 4{,}0 \\ &= 3{,}0 \times 10^{2}\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}\end{aligned}$$

Conclusion. À la fin du démarrage, l'arbre tourne à $\omega = 3{,}0 \times 10^{2}\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$.

3.

Calculer le nombre de tours effectués par l'arbre pendant le démarrage.

INDICE

Outil : calculer θ à la fin du démarrage, puis diviser par 2π.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned}\theta &= \tfrac{1}{2}\alpha\,t^2 \\ &= 37{,}5 \times 4{,}0^2 \\ &= 6{,}0 \times 10^{2}\,\text{rad}\end{aligned}$$

$$n = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{600}{2\pi} \approx 95$$

Conclusion. Pendant le démarrage, l'arbre effectue environ 95 tours.

Exercice 5

Freinage d'un disque de scooter sur un angle connu

Au début du freinage, le disque de frein d'un scooter tourne à $\omega_0 = 90{,}0\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$. Sa rotation est ensuite uniformément ralentie jusqu'à l'arrêt.

Entre le début du freinage et l'arrêt, le disque tourne de $\Delta\theta = 270\,\mathrm{rad}$. Le sens positif est celui de la rotation.

1.

Calculer l'accélération angulaire α du disque pendant le freinage.

INDICE

Outil : la relation $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\,\Delta\theta$ ne fait pas intervenir la durée ; à l'arrêt, $\omega = 0$.

CORRIGÉ

À l'arrêt, $\omega = 0$, donc $-\omega_0^2 = 2\alpha\,\Delta\theta$:

$$\begin{aligned}\alpha &= -\frac{\omega_0^2}{2\,\Delta\theta}\\ &= -\frac{90{,}0^2}{2\times 270}\\ &= -15{,}0\,\mathrm{rad\cdot s^{-2}}\end{aligned}$$

Conclusion. Pendant le freinage, $\alpha = -15{,}0\,\mathrm{rad\cdot s^{-2}}$.

2.

Calculer la durée du freinage.

INDICE

Outil : écrire $\omega(t) = \alpha\,t + \omega_0$ et chercher l'instant où ω s'annule.

CORRIGÉ

L'arrêt survient quand $\alpha\,t_a + \omega_0 = 0$:

$$\begin{aligned}t_a &= -\frac{\omega_0}{\alpha}\\ &= \frac{90{,}0}{15{,}0}\\ &= 6{,}00\,\mathrm{s}\end{aligned}$$

Conclusion. Le freinage dure $t_a = 6{,}00\,\mathrm{s}$.

3.

Justifier, à l'aide du signe du produit $\omega\,\alpha$, que la rotation est ralentie.

INDICE

Outil : une rotation est accélérée si $\omega\,\alpha > 0$ et ralentie si $\omega\,\alpha < 0$.

CORRIGÉ

Pendant le freinage, $\omega > 0$ (le disque tourne dans le sens positif) et $\alpha = -15{,}0\,\mathrm{rad\cdot s^{-2}} < 0$, donc $\omega\,\alpha < 0$.

Conclusion. Le produit $\omega\,\alpha$ est négatif : la rotation du disque est bien ralentie.

Exercice 6

Ralentissement du disque d'un touret à polir

Le disque de feutre d'un touret à polir est un disque homogène de masse $m = 1{,}8\,\text{kg}$ et de rayon $R = 0{,}10\,\text{m}$, qui tourne autour de son axe fixe horizontal Δ. Son moment d'inertie est $J_\Delta = \frac{1}{2} m\,R^2$.

Le moteur coupé, on presse une pièce contre la tranche du disque. Son action sur le disque a deux composantes : une force pressante $\vec{F}_n$, normale à la tranche, et une force de frottement $\vec{F}$, tangente au disque, opposée au sens de rotation, d'intensité $F = 12\,\text{N}$.

Les autres frottements sont négligés ; le sens positif est celui de la rotation.

1.

Calculer le moment d'inertie J_Δ du disque.

INDICE

Outil : appliquer l'expression donnée, avec R en mètres.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned} J_\Delta &= \tfrac{1}{2} m\,R^2 \\ &= 0{,}5 \times 1{,}8 \times 0{,}10^2 \\ &= 9{,}0 \times 10^{-3}\,\text{kg}\cdot\text{m}^2 \end{aligned}$$

Conclusion. Le disque a pour moment d'inertie $J_\Delta = 9{,}0 \times 10^{-3}\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$.

2.

Calculer le moment, par rapport à Δ, de chacune des forces extérieures appliquées au disque.

INDICE

Point délicat : une force dont la droite d'action rencontre l'axe a un moment nul ; le moment de $\vec{F}$ est négatif, car $\vec{F}$ s'oppose au sens positif.

CORRIGÉ

Le disque subit son poids $\vec{P}$, la réaction $\vec{Q}$ de l'axe et les deux forces $\vec{F}_n$ et $\vec{F}$ de la pièce. Le disque est homogène : $\vec{P}$ et $\vec{Q}$ ont une droite d'action qui passe par l'axe, donc $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{Q}) = 0$.

La force pressante $\vec{F}_n$, normale à la tranche, est radiale : sa droite d'action rencontre l'axe, donc $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_n) = 0$.

La droite d'action de $\vec{F}$, tangente au disque, est à la distance R de l'axe :

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) &= -F\,R \\ &= -12 \times 0{,}10 \\ &= -1{,}2\,\text{N}\cdot\text{m} \end{aligned}$$

Conclusion. Seule la force de frottement de la pièce a un moment non nul, $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = -1{,}2\,\text{N}\cdot\text{m}$.

3.

Calculer l'accélération angulaire du disque, à l'aide de la relation fondamentale de la dynamique en rotation.

INDICE

Outil : dans un référentiel galiléen, $\sum \mathcal{M}_{\Delta} = J_{\Delta}\,\alpha$.

CORRIGÉ

Système : le disque ; référentiel terrestre, supposé galiléen. La relation fondamentale de la dynamique en rotation s'écrit $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = J_{\Delta}\,\alpha$:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F})}{J_{\Delta}} \\ &= \frac{-1{,}2}{9{,}0 \times 10^{-3}} \\ &\approx -1{,}3 \times 10^{2}\ \mathrm{rad \cdot s^{-2}} \end{aligned}$$

Conclusion. L'accélération angulaire du disque vaut $\alpha \approx -1{,}3 \times 10^{2}\ \mathrm{rad \cdot s^{-2}}$: la rotation est ralentie.

Exercice 7

Démarrage du volant en anneau d'un compresseur

Le volant d'un compresseur est assimilé à un anneau de masse $m = 6{,}0\,\text{kg}$ et de rayon $R = 0{,}18\,\text{m}$; son moment d'inertie par rapport à son axe fixe Δ est $J_\Delta = m\,R^2$.

Au démarrage, depuis le repos, le moteur exerce sur le volant un couple de moment constant $\mathcal{M}_m = 4{,}2\,\text{N}\cdot\text{m}$; les frottements de l'axe exercent un couple de moment constant $\mathcal{M}_f = -0{,}30\,\text{N}\cdot\text{m}$.

1.

Calculer le moment d'inertie J_Δ du volant.

INDICE

Outil : pour un anneau, toute la masse est à la distance R de l'axe : $J_\Delta = m\,R^2$.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned} J_\Delta &= m\,R^2 \\ &= 6{,}0 \times 0{,}18^2 \\ &\approx 0{,}19\,\text{kg}\cdot\text{m}^2 \end{aligned}$$

Conclusion. Le volant a pour moment d'inertie $J_\Delta \approx 0{,}19\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$.

2.

Calculer l'accélération angulaire du volant pendant le démarrage.

INDICE

Outil : la somme des moments comprend celui du couple moteur et celui du couple de frottement ; le poids et la réaction de l'axe ont un moment nul.

CORRIGÉ

Système : le volant ; référentiel terrestre, supposé galiléen. Le poids et la réaction de l'axe ont une droite d'action qui rencontre l'axe : leurs moments sont nuls. La relation fondamentale de la dynamique en rotation donne $\mathcal{M}_m + \mathcal{M}_f = J_\Delta\,\alpha$:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\mathcal{M}_m + \mathcal{M}_f}{J_\Delta} \\ &= \frac{4{,}2 - 0{,}30}{0{,}194} \\ &\approx 20\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-2} \end{aligned}$$

Conclusion. Pendant le démarrage, l'accélération angulaire du volant vaut $\alpha \approx 20\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$.

3.

Calculer la durée nécessaire pour que le volant atteigne la vitesse angulaire $\omega = 1{,}0 \times 10^{2}\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$.

INDICE

Outil : l'accélération angulaire est constante et le volant part du repos : $\omega(t) = \alpha\, t$.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned} t &= \frac{\omega}{\alpha} \\ &= \frac{1{,}0 \times 10^{2}}{20} \\ &= 5{,}0\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Conclusion. Le volant atteint $1{,}0 \times 10^{2}\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$ au bout de $5{,}0\,\mathrm{s}$ environ.

Exercice 8

Couple moteur d'un palan à vitesse constante

Un palan électrique d'atelier soulève un moteur de voiture de masse $m = 180\,\mathrm{kg}$ à la vitesse constante $v = 0{,}050\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Le câble, inextensible et de masse négligeable, s'enroule sans glisser sur un tambour de rayon $r = 0{,}060\,\mathrm{m}$, qui tourne autour d'un axe fixe horizontal Δ. Les frottements sont négligés ; $g = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1.

Montrer que la tension du câble est égale au poids du moteur soulevé, puis la calculer.

INDICE

Outil : dans un référentiel galiléen, un solide en mouvement rectiligne uniforme a une somme des forces extérieures nulle.

CORRIGÉ

Système : le moteur soulevé ; référentiel terrestre, supposé galiléen. Il subit son poids $\vec{P}$ et la tension $\vec{T}$ du câble, tous deux verticaux. Son mouvement est rectiligne uniforme, donc $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$ et $T = m\,g$:

$$\begin{aligned} T &= m\,g \\ &= 180 \times 9{,}80 \\ &\approx 1{,}76 \times 10^{3}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Conclusion. La tension du câble est égale au poids du moteur, $T \approx 1{,}76 \times 10^{3}\,\mathrm{N}$.

2.

Calculer le moment du couple moteur exercé sur le tambour.

INDICE

Outil : le câble de masse négligeable exerce sur le tambour une force de même intensité T, dont la droite d'action est à la distance r de l'axe.

CORRIGÉ

Système : le tambour ; référentiel terrestre, supposé galiléen. Le poids du tambour et la réaction de l'axe ont un moment nul. Le câble exerce une force d'intensité T, de moment $-T\,r$.

Le tambour tourne à vitesse angulaire constante, donc $\alpha = 0$ et la relation fondamentale de la dynamique en rotation donne $\mathcal{M}_m - T\,r = 0$:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_m &= T\,r \\ &= 1\,764 \times 0{,}060 \\ &\approx 1{,}1 \times 10^{2}\,\mathrm{N\cdot m} \end{aligned}$$

Conclusion. Le moteur exerce sur le tambour un couple de moment $\mathcal{M}_m \approx 1{,}1 \times 10^{2}\,\mathrm{N\cdot m}$.

3.

Calculer la vitesse angulaire du tambour.

INDICE

Outil : le câble est inextensible et ne glisse pas : la vitesse du moteur soulevé est celle d'un point de la périphérie du tambour, $v = r\,\omega$.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned}\omega &= \frac{v}{r}\\ &= \frac{0{,}050}{0{,}060}\\ &\approx 0{,}83\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}\end{aligned}$$

Conclusion. Le tambour tourne à $\omega \approx 0{,}83\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$.