BURHAN

Propagation des ondes lumineuses : exercices, niveau examen

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/propagation-des-ondes-lumineuses/exercices/examen

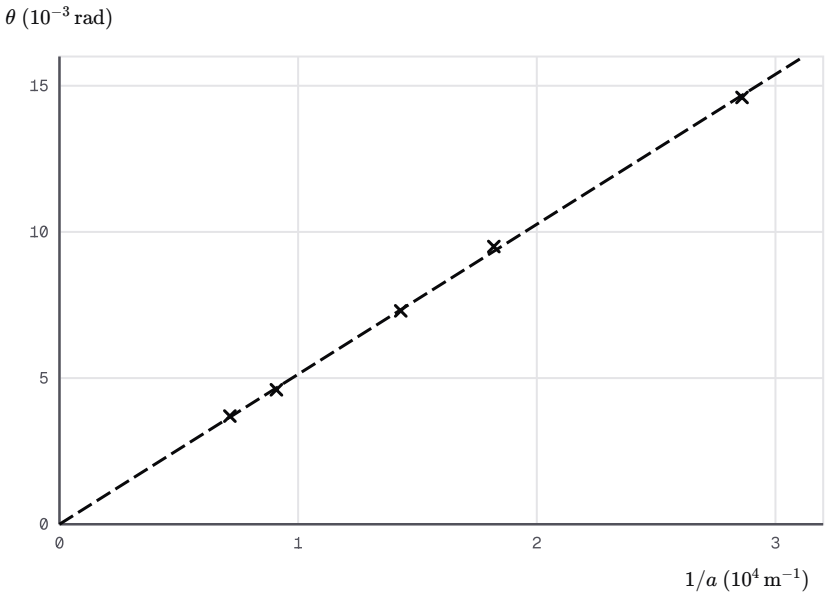
Chapitre	Palier	Exercices
Propagation des ondes lumineuses	Niveau examen	5

Exercice 1 6 pts

Identifier une diode laser

Un technicien retrouve une diode laser sans étiquette. Elle correspond à l'une des quatre références du catalogue : $450\,\text{nm}$ (bleu), $515\,\text{nm}$ (vert), $638\,\text{nm}$ (rouge) ou $850\,\text{nm}$. Allumée, elle dessine une tache lumineuse sur un mur. On assimile l'air au vide, et $c = 3{,}00 \times 10^{8}\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Document. Série de mesures de la partie B : écart angulaire θ en fonction de $\dfrac{1}{a}$, avec la droite de modélisation.



Écart angulaire mesuré en fonction de l'inverse de la largeur

A.1. 0,5 pts

Partie A : figure de diffraction.

Situer chacune des quatre références du catalogue par rapport au spectre visible. Pourquoi le technicien peut-il écarter d'emblée l'une d'elles ?

INDICE

Outil : les deux bornes du spectre visible dans le vide.

CORRIGÉ

Domaines. 450, 515 et $638\,\text{nm}$ sont compris entre 400 et $800\,\text{nm}$: ces trois radiations sont visibles. $850\,\text{nm}$ dépasse $800\,\text{nm}$: cette radiation est infrarouge, invisible pour l'œil.

Conclusion. La diode dessine une tache visible : ce n'est pas la référence de $850\,\text{nm}$, qui émet dans l'infrarouge.

A.2. 0,75 pts

Avec une fente de $65\,\mu\mathrm{m}$ et un écran à $2{,}60\,\mathrm{m}$, on mesure $L = 41\,\mathrm{mm}$. Calculer θ et vérifier que l'approximation des petits angles est justifiée.

INDICE

Outil : la relation entre l'écart angulaire, la demi-largeur de la tache et la distance à l'écran. **Point délicat :** L en mètres.

CORRIGÉ

Écart angulaire. Avec $L = 4{,}1 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}$ et $2D = 5{,}20\,\mathrm{m}$:

$$\theta = \frac{4{,}1 \times 10^{-2}}{5{,}20}$$
$$\theta = 7{,}9 \times 10^{-3}\,\mathrm{rad}$$

Conclusion. $\theta \approx 7{,}9 \times 10^{-3}\,\mathrm{rad}$, très inférieur à $0{,}05\,\mathrm{rad}$: l'approximation des petits angles est justifiée.

A.3. 1 pts

On admet que la tache centrale a pour largeur $L = \dfrac{2\lambda D}{a}$. Montrer que la longueur d'onde de la diode vérifie

$$\lambda = \frac{a\,L}{2D}$$

puis la calculer.

INDICE

Début : isole λ dans la relation admise. **Point délicat :** a et L en mètres.

CORRIGÉ

Expression. $L = \dfrac{2\lambda D}{a}$ donne $a\,L = 2\lambda D$, d'où $\lambda = \dfrac{a\,L}{2D}$.

Calcul. Avec $a = 6{,}5 \times 10^{-5}\,\mathrm{m}$:

$$\lambda = \frac{6{,}5 \times 10^{-5}}{5{,}20} \times 4{,}1 \times 10^{-2}$$
$$\lambda = 5{,}1 \times 10^{-7}\,\mathrm{m}$$

Conclusion. La diode émet une radiation de longueur d'onde voisine de $510\,\mathrm{nm}$.

A.4. 0,75 pts

Identifier la diode dans le catalogue, puis calculer la période T de la radiation de la référence retenue.

INDICE

Outil : la période est la durée que met la lumière à parcourir une longueur d'onde dans le vide.

CORRIGÉ

Identification. $510\,\mathrm{nm}$ est la valeur la plus proche de la référence $515\,\mathrm{nm}$.

Période.

$$T = \frac{\lambda}{c} = \frac{5{,}15 \times 10^{-7}}{3{,}00 \times 10^{8}}$$
$$T = 1{,}72 \times 10^{-15}\,\mathrm{s}$$

Conclusion. La diode est la référence verte de $515\,\mathrm{nm}$, de période $1{,}72 \times 10^{-15}\,\mathrm{s}$.

B.1. 0,75 pts

Partie B : série de mesures.

Avec la même diode, on éclaire cinq fentes de largeurs 35, 55, 70, 110 et $140\,\mu\mathrm{m}$, l'écran restant à $1{,}50\,\mathrm{m}$. Le document donne θ en fonction de $\dfrac{1}{a}$. Ce graphique confirme-t-il la loi de diffraction par une fente ? Justifier.

INDICE

Outil : l'allure d'une relation de proportionnalité sur un graphique.

CORRIGÉ

Allure. Les cinq points s'alignent sur une droite qui passe par l'origine : θ est proportionnel à $\dfrac{1}{a}$.

Conclusion. C'est ce que prévoit $\theta = \lambda \times \dfrac{1}{a}$: le graphique confirme la relation, et le coefficient directeur de la droite est λ.

B.2. 1 pts

Lire sur le document le coefficient directeur de la droite et en tirer la longueur d'onde λ_{B} de la diode. Calculer son écart relatif à la référence verte du catalogue, de $515\,\mathrm{nm}$.

INDICE

Début : choisis un point de la droite loin de l'origine. **Point délicat :** les puissances de dix des deux axes ; garde la valeur non arrondie pour l'écart relatif.

CORRIGÉ

Lecture. La droite passe par le point d'abscisse $2{,}50 \times 10^{4}\,\mathrm{m^{-1}}$ et d'ordonnée voisine de $12{,}8 \times 10^{-3}\,\mathrm{rad}$.

Coefficient directeur.

$$\lambda_{\mathrm{B}} = \frac{12{,}8 \times 10^{-3}}{2{,}50 \times 10^{4}}$$
$$\lambda_{\mathrm{B}} \approx 5{,}12 \times 10^{-7}\,\mathrm{m}$$

Écart relatif. $\dfrac{|512 - 515|}{515} \approx 0{,}006$, soit moins de $1\,\%$.

Conclusion. La série de mesures donne $\lambda_{\mathrm{B}} \approx 5{,}1 \times 10^{-7}\,\mathrm{m}$, soit environ $512\,\mathrm{nm}$, à moins de $1\,\%$ de la référence verte.

B.3. 0,5 pts

Calculer la fréquence ν de la radiation correspondant à λ_{B}.

INDICE

Outil : la relation entre longueur d'onde dans le vide et fréquence.

CORRIGÉ

Fréquence.

$$\nu = \frac{c}{\lambda_{\mathrm{B}}} = \frac{3{,}00 \times 10^{8}}{5{,}12 \times 10^{-7}}$$
$$\nu = 5{,}9 \times 10^{14}\,\mathrm{Hz}$$

Conclusion. La radiation de la diode a une fréquence d'environ $5{,}9 \times 10^{14}\,\mathrm{Hz}$, avec deux chiffres significatifs comme la lecture.

B.4. `0,75 pts`

Un collègue pensait que la diode était la référence rouge de $638\,\mathrm{nm}$. Établir l'expression du rapport $\dfrac{L_\mathrm{R}}{L_\mathrm{V}}$ des largeurs de tache centrale données, avec la même fente et le même écran, par la référence rouge et par la référence verte de $515\,\mathrm{nm}$. Le calculer et conclure.

INDICE

Début : écris la largeur de la tache centrale pour chaque référence. **Point délicat :** a et D sont les mêmes.

CORRIGÉ

Expression. $L_\mathrm{R} = \dfrac{2\lambda_\mathrm{R} D}{a}$ et $L_\mathrm{V} = \dfrac{2\lambda_\mathrm{V} D}{a}$, donc

$$\frac{L_\mathrm{R}}{L_\mathrm{V}} = \frac{\lambda_\mathrm{R}}{\lambda_\mathrm{V}}$$

Calcul. $\dfrac{L_\mathrm{R}}{L_\mathrm{V}} = \dfrac{638}{515} \approx 1{,}24$.

Conclusion. Avec la référence rouge, chaque tache serait environ $24\,\%$ plus large : la série de mesures, à moins de $1\,\%$ de la référence verte, écarte cette confusion.

Exercice 2 6 pts

Diamètre d'un fil de soie

Un atelier de tissage contrôle le diamètre a d'un fil de soie. Il dispose d'un laser hélium-néon vert de longueur d'onde $\lambda = 543\,\text{nm}$, d'un support pour tendre le fil, d'un écran, d'un mètre ruban et d'une règle graduée en millimètres.

Document. Le fil est tendu verticalement à $D = 1{,}10\,\text{m}$ de l'écran. Trois élèves mesurent la largeur L de la tache centrale.

Élève	L (mm)
1	13
2	14
3	15

A.1. 1 pts

Partie A : montage et mesure.

Proposer le schéma du montage, vu de dessus. Indiquer la direction dans laquelle la tache s'étale sur l'écran.

INDICE

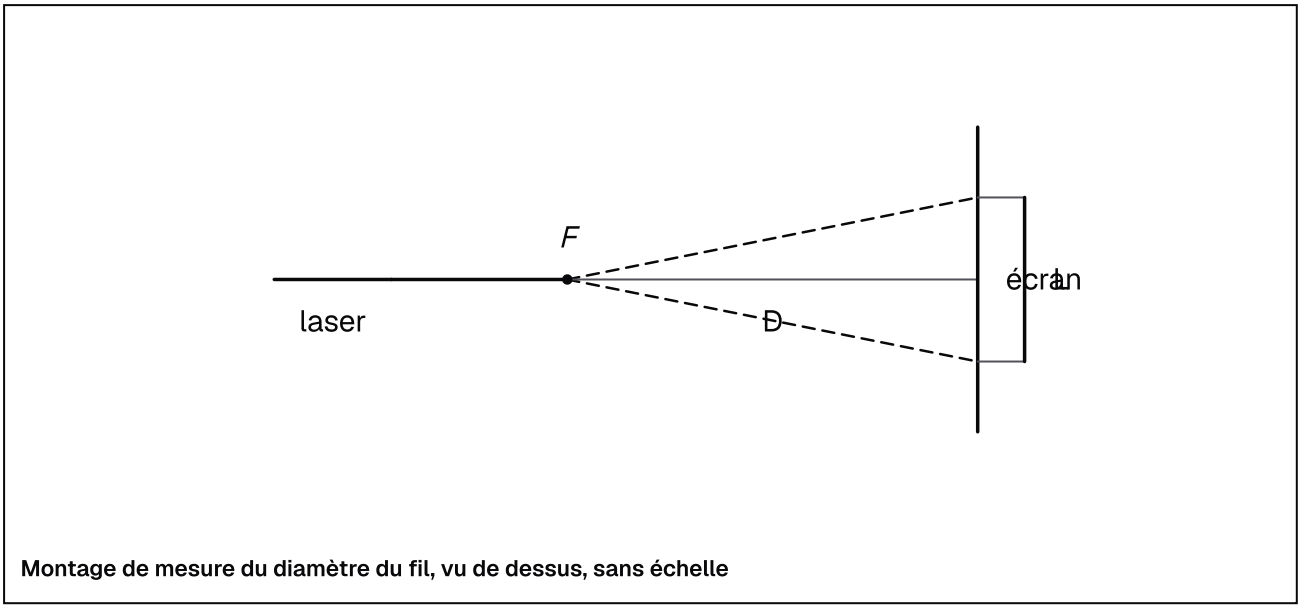
Outil : l'ordre des éléments le long du faisceau, puis la direction de l'étalement par rapport au fil.

CORRIGÉ

Montage. Dans l'ordre : le laser, le fil tendu verticalement, puis l'écran perpendiculaire au faisceau, à la distance D du fil.

Étalement. La tache s'étale perpendiculairement au fil : horizontalement.

Conclusion. Le schéma aligne le laser, le fil et l'écran ; on mesure D entre le fil et l'écran, et L horizontalement sur l'écran.



Montage de mesure du diamètre du fil, vu de dessus, sans échelle

A.2. 0,75 pts

On admet que, pour une fente de largeur a, la tache centrale a pour largeur $L = \dfrac{2\lambda D}{a}$. Montrer que le diamètre du fil vérifie

$$a = \frac{2\lambda D}{L}$$

INDICE

Outil : un fil diffracte comme une fente de même largeur. **Ensuite :** isole a dans la relation admise.

CORRIGÉ

Fil et fente. Un fil de diamètre a donne la même figure qu'une fente de largeur a : la relation admise s'applique au fil.

Expression. $L = \dfrac{2\lambda D}{a}$ donne $a\,L = 2\lambda D$.

Conclusion. Le diamètre du fil vaut $a = \dfrac{2\lambda D}{L}$.

A.3. 0,75 pts

Exploiter le document pour calculer le diamètre a du fil à partir de la largeur moyenne mesurée.

INDICE

Début : calcule la moyenne des trois mesures. **Point délicat :** λ et L en mètres.

CORRIGÉ

Moyenne. $L = \dfrac{13 + 14 + 15}{3} = 14\,\text{mm}$, soit $1{,}4 \times 10^{-2}\,\text{m}$.

Diamètre.

$$a = \frac{2 \times 5{,}43 \times 10^{-7}}{1{,}4 \times 10^{-2}} \times 1{,}10$$
$$a = 8{,}5 \times 10^{-5}\,\text{m}$$

Conclusion. Le fil de soie a un diamètre d'environ $85\,\mu\text{m}$.

A.4. 0,5 pts

À partir des valeurs extrêmes du document, encadrer le diamètre du fil. Le fournisseur annonce $80\,\mu\text{m}$: la mesure est-elle compatible ?

INDICE

Outil : a diminue quand L augmente : la plus grande largeur donne le plus petit diamètre.

CORRIGÉ

Bornes. Avec $L = 15\,\text{mm}$, $a = 8{,}0 \times 10^{-5}\,\text{m}$; avec $L = 13\,\text{mm}$, $a = 9{,}2 \times 10^{-5}\,\text{m}$.

Comparaison. La valeur annoncée, $80\,\mu\text{m}$, est à la borne basse de l'intervalle.

Conclusion. Le diamètre est compris entre 80 et $92\,\mu\text{m}$: l'indication du fournisseur reste compatible avec la mesure, de justesse.

B.1. 0,5 pts

Partie B : fente et fil, précision.

On admet que le fil a un diamètre $a = 80\,\mu\text{m}$; le laser émet toujours à $\lambda = 543\,\text{nm}$. On remplace le fil par une fente de même largeur. Que devient la figure de diffraction ?

INDICE

Outil : compare la diffraction par une fente et par un fil de même dimension.

CORRIGÉ

Équivalence. Une fente de largeur a et un fil de diamètre a donnent le même écart angulaire $\theta = \dfrac{\lambda}{a}$.

Conclusion. La figure garde la même tache centrale, de même largeur, étalée dans la même direction.

B.2. 0,75 pts

Calculer la largeur L de la tache centrale attendue pour ce fil, l'écran étant à $D = 1{,}10\,\text{m}$.

INDICE

Outil : la relation de la largeur de la tache centrale.

CORRIGÉ

Largeur. Avec $\lambda = 5{,}43 \times 10^{-7}\,\text{m}$ et $a = 8{,}0 \times 10^{-5}\,\text{m}$:

$$L = \frac{2\lambda D}{a}$$

$$L = \frac{2 \times 5{,}43 \times 10^{-7}}{8{,}0 \times 10^{-5}} \times 1{,}10$$

$$L = 1{,}5 \times 10^{-2}\,\text{m}$$

Conclusion. La tache centrale attendue mesure environ $15\,\text{mm}$.

B.3. 1 pts

La lecture de L se fait à $1\,\text{mm}$ près. Pour que cette erreur ne dépasse pas $5\,\%$ de L, il faut $L \geq 20\,\text{mm}$. Déterminer la distance minimale D_{min} entre le fil et l'écran.

INDICE

Début : isole D dans la relation de la largeur de la tache. **Ensuite :** L augmente avec D.

CORRIGÉ

Expression. $L = \dfrac{2\lambda D}{a}$ donne $D = \dfrac{a\,L}{2\lambda}$, et $L \geq 20\,\text{mm}$ impose $D \geq \dfrac{a\,L_{\text{min}}}{2\lambda}$.

Calcul.

$$D_{\text{min}} = \frac{8{,}0 \times 10^{-5}}{2 \times 5{,}43 \times 10^{-7}} \times 2{,}0 \times 10^{-2}$$

$$D_{\text{min}} = 1{,}5\,\text{m}$$

Conclusion. Il faut placer l'écran à au moins $1{,}5\,\text{m}$ du fil.

B.4. `0,75 pts`

La salle ne permet pas d'éloigner l'écran au-delà de $1{,}10\,\mathrm{m}$; on veut toujours $L \geq 20\,\mathrm{mm}$ avec ce fil. Établir l'expression de la longueur d'onde minimale $\lambda_{\min}$ à utiliser, la calculer, puis dire si une diode laser rouge de $690\,\mathrm{nm}$ convient.

INDICE

Début : à fil et distance fixés, regarde comment L dépend de λ. **Ensuite :** isole λ.

CORRIGÉ

Expression. $L = \dfrac{2\lambda D}{a}$ croît avec λ ; $L \geq L_{\min}$ impose $\lambda \geq \dfrac{a\,L_{\min}}{2D}$.

Calcul.

$$\lambda_{\min} = \frac{8{,}0 \times 10^{-5}}{2 \times 1{,}10} \times 2{,}0 \times 10^{-2}$$
$$\lambda_{\min} = 7{,}3 \times 10^{-7}\,\mathrm{m}$$

Diode rouge. $690\,\mathrm{nm}$ reste inférieur à $730\,\mathrm{nm}$: avec elle, $L = \dfrac{2\lambda D}{a}$ ne vaut qu'environ $19\,\mathrm{mm}$.

Conclusion. La diode rouge élargit la tache sans atteindre $20\,\mathrm{mm}$: il faudrait une radiation d'au moins $730\,\mathrm{nm}$ environ.

Exercice 3 6 pts

Diode laser et barreaux de silice

Au laboratoire, une diode laser émet une radiation de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 1{,}31\ \mu\text{m}$. On l'envoie dans des barreaux de silice, un verre très pur. On assimile l'air au vide, et $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Document. Indice de la silice pour trois radiations.

λ dans le vide	Indice n
$980\ \text{nm}$	$1{,}4507$
$1310\ \text{nm}$	$1{,}4468$
$1550\ \text{nm}$	$1{,}4440$

A.1. 0,75 pts

Partie A : la radiation émise.

Calculer la fréquence ν de la radiation émise par la diode.

INDICE

Outil : la relation entre longueur d'onde dans le vide et fréquence, λ en mètres.

CORRIGÉ

Fréquence. Avec $\lambda = 1{,}31 \times 10^{-6}\ \text{m}$:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3{,}00 \times 10^{8}}{1{,}31 \times 10^{-6}}$$
$$\nu = 2{,}29 \times 10^{14}\ \text{Hz}$$

Conclusion. La diode émet une radiation de fréquence $2{,}29 \times 10^{14}\ \text{Hz}$.

A.2. 0,5 pts

À quel domaine cette radiation appartient-elle ? Peut-on la voir ?

INDICE

Outil : les bornes du spectre visible dans le vide.

CORRIGÉ

Domaine. $1{,}31\ \mu\text{m} = 1310\ \text{nm}$ dépasse $800\ \text{nm}$.

Conclusion. La radiation appartient à l'infrarouge : elle est invisible pour l'œil.

A.3. 0,5 pts

La lumière de la diode est dite monochromatique. Que signifie ce mot ? Donner un exemple de lumière qui ne l'est pas.

INDICE

Outil : le nombre de radiations contenues dans la lumière.

CORRIGÉ

Définition. Une lumière monochromatique ne contient qu'une seule radiation, d'une seule fréquence.

Contre-exemple. La lumière blanche du Soleil contient une infinité de radiations : elle est polychromatique.

Conclusion. La diode émet une seule radiation, contrairement à la lumière blanche, polychromatique.

A.4. 0,75 pts

Calculer la période T de la radiation.

INDICE

Outil : la période est la durée que met l'onde à parcourir une longueur d'onde dans le vide.

CORRIGÉ

Période. $T = \dfrac{\lambda}{c}$:

$$T = \frac{1{,}31 \times 10^{-6}}{3{,}00 \times 10^{8}}$$
$$T = 4{,}37 \times 10^{-15}\ \text{s}$$

Conclusion. La période de la radiation vaut $4{,}37 \times 10^{-15}\ \text{s}$.

B.1. 1 pts

Partie B : propagation dans la silice.

On admet que la radiation de longueur d'onde $\lambda = 1{,}31\ \mu\text{m}$ traverse la silice à sa célérité v. Elle parcourt un barreau de longueur $\ell = 1{,}00\,\text{m}$ en $\Delta t = 4{,}82\,\text{ns}$. Montrer que l'indice de la silice vérifie $n = \dfrac{c\,\Delta t}{\ell}$, le calculer et le comparer au document.

INDICE

Début : exprime la célérité v dans la silice. **Ensuite :** la définition de l'indice de réfraction.

CORRIGÉ

Expression. Dans la silice, $v = \dfrac{\ell}{\Delta t}$, et $n = \dfrac{c}{v}$, donc $n = \dfrac{c\,\Delta t}{\ell}$.

Calcul. Avec $\ell = 1{,}00\,\text{m}$ et $\Delta t = 4{,}82 \times 10^{-9}\,\text{s}$:

$$\begin{aligned} n &= \frac{3{,}00 \times 10^{8}}{1{,}00} \\ &\quad \times 4{,}82 \times 10^{-9} \\ n &= 1{,}45 \end{aligned}$$

Conclusion. La mesure donne $n = 1{,}45$, en accord avec la valeur $1{,}4468$ du document à trois chiffres significatifs.

B.2. 0,75 pts

Calculer la longueur d'onde λ' de cette radiation dans la silice, avec l'indice du document.

INDICE

Outil : la longueur d'onde dans un milieu d'indice n.

CORRIGÉ

Longueur d'onde. Avec $n = 1{,}4468$:

$$\begin{aligned} \lambda' &= \frac{\lambda}{n} = \frac{1{,}31 \times 10^{-6}}{1{,}4468} \\ \lambda' &= 9{,}05 \times 10^{-7}\,\text{m} \end{aligned}$$

Conclusion. Dans la silice, la longueur d'onde vaut $9{,}05 \times 10^{-7}\,\text{m}$, soit $905\,\text{nm}$.

B.3. 0,5 pts

La fréquence de la radiation dans la silice est-elle la même que dans l'air ? Justifier.

INDICE

Outil : ce qui se conserve quand une radiation change de milieu transparent.

CORRIGÉ

Propriété. La fréquence d'une radiation est fixée par la source ; elle ne change pas d'un milieu transparent à un autre. Seules la célérité et la longueur d'onde changent.

Conclusion. Oui : la fréquence est la même dans la silice et dans l'air.

B.4. 1,25 pts

Deux radiations, de longueurs d'onde dans le vide $1310\,\text{nm}$ et $1550\,\text{nm}$, traversent le même barreau de longueur $\ell = 1{,}00\,\text{m}$. On admet que chacune s'y propage à sa célérité $v = \dfrac{c}{n}$, avec les indices n_1 et n_2 du document.

Laquelle a la plus grande célérité ? Montrer que la différence de leurs durées de parcours vaut

$$\tau = \frac{(n_1 - n_2)\,\ell}{c}$$

puis la calculer. Que confirme ce résultat sur la silice ?

INDICE

Début : compare les indices des deux radiations. **Ensuite :** exprime chaque durée de parcours à l'aide de la célérité dans la silice.

CORRIGÉ

Célérités. $n_2 = 1{,}4440$ à $1550\,\text{nm}$ est plus petit que $n_1 = 1{,}4468$ à $1310\,\text{nm}$. Comme $v = \dfrac{c}{n}$, la radiation de $1550\,\text{nm}$ a la plus grande célérité.

Expression. Les durées de parcours valent $\dfrac{\ell}{v_1} = \dfrac{n_1\,\ell}{c}$ et $\dfrac{\ell}{v_2} = \dfrac{n_2\,\ell}{c}$, donc

$$\tau = \frac{(n_1 - n_2)\,\ell}{c}$$

Calcul.

$$\tau = \frac{0{,}0028 \times 1{,}00}{3{,}00 \times 10^{8}}$$
$$\tau = 9{,}3 \times 10^{-12}\,\text{s}$$

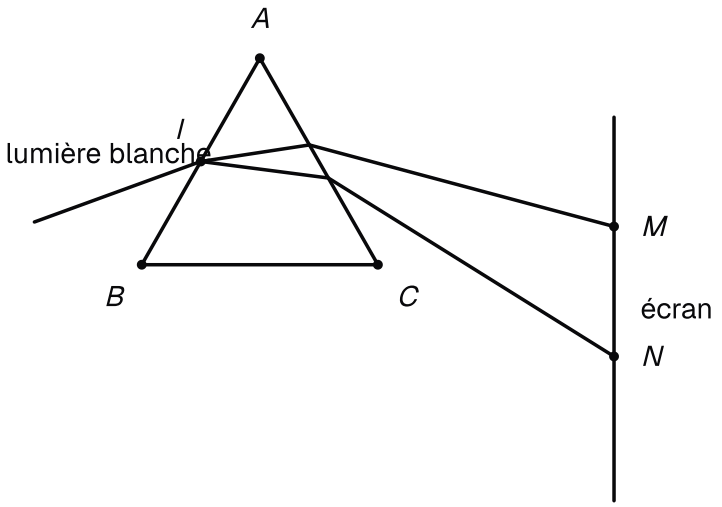
Conclusion. La radiation de $1550\,\text{nm}$ met environ $9{,}3 \times 10^{-12}\,\text{s}$ de moins à traverser le barreau : la célérité dépend de la radiation, la silice est dispersive.

Exercice 4 6 pts

Prisme et spectre : dispersion et déviations

Un prisme en verre lourd, d'angle au sommet $A = 60{,}0^\circ$, est éclairé par un faisceau de lumière blanche. Pour ce verre, l'indice vaut $n_{\mathrm{R}} = 1{,}640$ pour une radiation rouge et $n_{\mathrm{V}} = 1{,}672$ pour une radiation violette. On assimile l'air au vide, et $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Document. Marche de deux rayons émergents jusqu'à l'écran, sans échelle, écart entre les deux rayons exagéré ; ils arrivent en M et en N.



Prisme éclairé en lumière blanche et taches sur l'écran, schéma sans échelle, écart entre les rayons rouge et violet exagéré

A.1. 0,5 pts

Partie A : dispersion par le prisme.

La lumière blanche est-elle monochromatique ou polychromatique ? Justifier.

INDICE

Outil : le nombre de radiations que contient la lumière blanche.

CORRIGÉ

Justification. La lumière blanche contient une infinité de radiations visibles, du violet au rouge.

Conclusion. La lumière blanche est polychromatique.

A.2. 0,75 pts

Le verre est-il dispersif ? Laquelle des deux radiations est la plus déviée ? En déduire laquelle arrive en M et laquelle arrive en N.

INDICE

Outil : la définition d'un milieu dispersif, puis le lien entre indice et déviation.

CORRIGÉ

Dispersif. L'indice du verre n'est pas le même pour le rouge et pour le violet : le verre est dispersif.

Déviations. $n_{\mathrm{V}} > n_{\mathrm{R}}$: le violet est plus dévié que le rouge. Sur le document, le rayon qui arrive en N est le plus dévié vers la base.

Conclusion. Le rouge, le moins dévié, arrive en M ; le violet, le plus dévié, arrive en N.

A.3. 0,75 pts

Calculer la célérité de chacune des deux radiations dans le verre.

INDICE

Outil : la définition de l'indice de réfraction, résolue pour la célérité.

CORRIGÉ

Rouge.

$$v_{\mathrm{R}} = \frac{c}{n_{\mathrm{R}}} = \frac{3{,}00 \times 10^{8}}{1{,}640}$$
$$v_{\mathrm{R}} = 1{,}83 \times 10^{8}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

Violet.

$$v_{\mathrm{V}} = \frac{c}{n_{\mathrm{V}}} = \frac{3{,}00 \times 10^{8}}{1{,}672}$$
$$v_{\mathrm{V}} = 1{,}79 \times 10^{8}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

Conclusion. Dans le verre, le rouge se propage à $1{,}83 \times 10^{8}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ et le violet à $1{,}79 \times 10^{8}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

A.4. 0,75 pts

Un élève affirme : « le violet est plus dévié parce qu'il va plus vite dans le verre ». Discuter cette affirmation.

INDICE

Outil : compare les deux célérités calculées, et relie la célérité à l'indice.

CORRIGÉ

Comparaison. $v_{\mathrm{V}} < v_{\mathrm{R}}$: dans le verre, le violet va moins vite que le rouge.

Lien. Une célérité plus faible correspond à un indice plus grand, et c'est l'indice plus grand qui entraîne la déviation plus grande.

Conclusion. L'affirmation est fausse : le violet est plus dévié parce qu'il est plus lent dans le verre, donc d'indice plus grand.

B.1. `0,75 pts`

Partie B : déviation d'une radiation.

Le faisceau arrive sur la première face sous l'incidence $i = 45{,}0°$. On admet les relations du prisme, d'angle au sommet $A = 60{,}0°$, pour une radiation d'indice n :

$$\sin i = n \, \sin r$$

$$r + r' = A$$

$$n \, \sin r' = \sin i'$$

$$\delta = i + i' - A$$

Pour la radiation rouge, d'indice $n_{\mathrm{R}} = 1{,}640$, calculer l'angle de réfraction r sur la première face.

INDICE

Outil : la première relation, résolue pour $\sin r$.

CORRIGÉ

Calcul.

$$\sin r = \frac{\sin i}{n_{\mathrm{R}}} = \frac{\sin 45{,}0°}{1{,}640}$$
$$\sin r = 0{,}431$$
$$r \approx 25{,}54°$$

Conclusion. L'angle de réfraction vaut $r \approx 25{,}54°$, que l'on garde avec quatre chiffres pour la suite.

B.2. `0,75 pts`

En déduire l'angle r', puis l'angle d'émergence i' de la radiation rouge.

INDICE

Outil : les deux relations du prisme qui contiennent r'.

CORRIGÉ

Angle r'. $r' = 60{,}0° - 25{,}54° = 34{,}46°$.

Émergence.

$$\sin i' = 1{,}640 \times \sin r'$$
$$\sin i' = 0{,}928$$
$$i' \approx 68{,}1°$$

Conclusion. L'angle d'émergence de la radiation rouge vaut $i' \approx 68{,}1°$.

B.3. 0,75 pts

Calculer la déviation δ_{R} de la radiation rouge.

INDICE

Outil : la quatrième relation.

CORRIGÉ

Déviation.

$$\delta_{\mathrm{R}} = i + i' - A$$
$$\delta_{\mathrm{R}} = 45{,}0 + 68{,}1 - 60{,}0$$
$$\delta_{\mathrm{R}} = 53{,}1^\circ$$

Conclusion. La radiation rouge est déviée de $53{,}1^\circ$.

B.4. 1 pts

Le même calcul, pour la radiation violette d'indice $n_{\mathrm{V}} = 1{,}672$, donne $\delta_{\mathrm{V}} = 58{,}5^\circ$. Montrer que ces résultats confirment l'ordre des déviations, et calculer l'écart angulaire entre les deux rayons émergents.

INDICE

Début : compare δ_{V} et δ_{R}. **Ensuite :** l'écart entre les rayons émergents est la différence des déviations.

CORRIGÉ

Comparaison. $\delta_{\mathrm{V}} = 58{,}5^\circ$ dépasse $\delta_{\mathrm{R}} = 53{,}1^\circ$: le violet, d'indice plus grand, est bien le plus dévié.

Écart angulaire. $\delta_{\mathrm{V}} - \delta_{\mathrm{R}} = 58{,}5^\circ - 53{,}1^\circ = 5{,}4^\circ$.

Conclusion. Les deux rayons émergents font entre eux un angle d'environ $5{,}4^\circ$, le violet étant le plus dévié, comme le prévoient les indices.

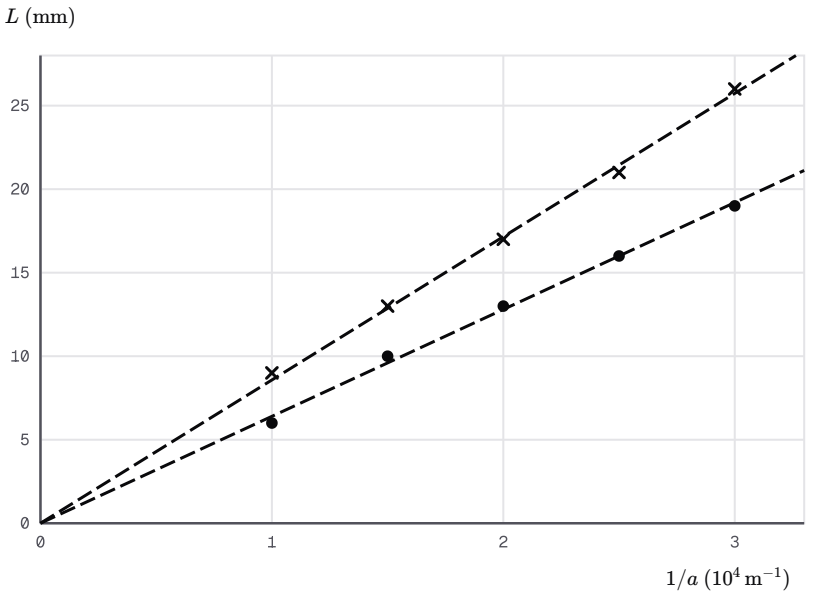
Exercice 5 — 6 pts

Diffraction dans une cuve vide puis remplie d'eau

Une fente de largeur $a = 45\,\mu\text{m}$ est collée sur la paroi d'entrée d'une cuve transparente. Un laser de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 658\,\text{nm}$ l'éclaire. La tache se forme sur un calque collé sur la paroi opposée, à $D = 0{,}650\,\text{m}$ de la fente.

On étudie la cuve vide, puis remplie d'eau d'indice $n = 1{,}33$. On assimile l'air au vide.

Document. Pour plusieurs fentes, largeur L de la tache centrale en fonction de $\dfrac{1}{a}$, cuve vide et cuve pleine, avec les droites de modélisation.



Largeur de la tache selon l'inverse de la largeur de fente, dans l'air et dans l'eau

A.1. — 0,5 pts

Partie A : cuve vide.

Pourquoi utilise-t-on une lumière monochromatique pour cette étude ?

INDICE

Outil : l'écart angulaire dépend de la longueur d'onde.

CORRIGÉ

Raison. L'écart angulaire $\theta = \dfrac{\lambda}{a}$ dépend de λ. Avec plusieurs radiations, chacune donnerait une tache de largeur différente, aux bords flous.

Conclusion. Une lumière monochromatique, d'une seule longueur d'onde, donne une tache nette dont la largeur se mesure sans ambiguïté.

A.2. 0,75 pts

Calculer l'écart angulaire θ dans la cuve vide, et vérifier que c'est un petit angle.

INDICE

Outil : la relation de l'écart angulaire, λ et a en mètres.

CORRIGÉ

Écart angulaire. Avec $\lambda = 6{,}58 \times 10^{-7}\,\mathrm{m}$ et $a = 4{,}5 \times 10^{-5}\,\mathrm{m}$:

$$\theta = \frac{6{,}58 \times 10^{-7}}{4{,}5 \times 10^{-5}}$$
$$\theta = 1{,}5 \times 10^{-2}\,\mathrm{rad}$$

Conclusion. $\theta \approx 1{,}5 \times 10^{-2}\,\mathrm{rad}$, inférieur à $0{,}05\,\mathrm{rad}$: c'est un petit angle.

A.3. 1 pts

Montrer que la largeur de la tache centrale vaut $L = \dfrac{2\lambda D}{a}$, puis la calculer.

INDICE

Début : la demi-largeur de la tache est vue depuis la fente sous l'angle θ. **Ensuite :** approximation des petits angles.

CORRIGÉ

Établissement. Dans le triangle rectangle, $\tan\theta = \dfrac{L}{2D}$; pour un petit angle en radians, $\theta \approx \dfrac{L}{2D}$, et l'on écrit $\theta = \dfrac{L}{2D}$. Avec $\theta = \dfrac{\lambda}{a}$, on obtient $L = \dfrac{2\lambda D}{a}$.

Calcul.

$$L = \frac{2 \times 6{,}58 \times 10^{-7}}{4{,}5 \times 10^{-5}} \times 0{,}650$$
$$L = 1{,}9 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}$$

Conclusion. Dans la cuve vide, la tache centrale mesure environ $19\,\mathrm{mm}$.

B.1. 1 pts

Partie B : cuve remplie d'eau.

La radiation, de longueur d'onde $\lambda = 658\,\text{nm}$ dans le vide, se propage maintenant dans l'eau d'indice $n = 1{,}33$. Montrer que sa longueur d'onde dans l'eau vaut $\lambda' = \dfrac{\lambda}{n}$, puis la calculer.

INDICE

Début : la longueur d'onde est la distance parcourue en une période. **Point délicat :** que devient la période dans l'eau ?

CORRIGÉ

Établissement. Dans l'eau, $\lambda' = v\,T = \dfrac{v}{\nu}$. La fréquence ν est celle du vide, et $v = \dfrac{c}{n}$: $\lambda' = \dfrac{c}{n\,\nu}$. Comme $\dfrac{c}{\nu} = \lambda$, $\lambda' = \dfrac{\lambda}{n}$.

Calcul.

$$\lambda' = \frac{658}{1{,}33}$$
$$\lambda' = 495\,\text{nm}$$

Conclusion. Dans l'eau, la longueur d'onde vaut $495\,\text{nm}$.

B.2. 0,75 pts

Avec la fente de $45\,\mu\text{m}$ et l'écran à $0{,}650\,\text{m}$, calculer la largeur L' de la tache centrale dans la cuve pleine.

INDICE

Outil : la diffraction dans l'eau dépend de la longueur d'onde dans l'eau.

CORRIGÉ

Largeur. $L' = \dfrac{2\lambda' D}{a}$, avec $\lambda' = 4{,}95 \times 10^{-7}\,\text{m}$:

$$L' = \frac{2 \times 4{,}95 \times 10^{-7}}{4{,}5 \times 10^{-5}} \times 0{,}650$$
$$L' = 1{,}4 \times 10^{-2}\,\text{m}$$

Conclusion. Dans la cuve pleine d'eau, la tache centrale ne mesure plus qu'environ $14\,\text{mm}$.

B.3. 1,25 pts

Exploiter le document : déterminer le rapport des coefficients directeurs des deux droites, et le comparer à l'indice de l'eau.

INDICE

Début : lis l'ordonnée de chaque droite à une même abscisse. **Ensuite :** à fente et distance fixées, L est proportionnelle à la longueur d'onde du milieu.

CORRIGÉ

Lecture. À l'abscisse $3{,}00 \times 10^{4}\,\mathrm{m^{-1}}$, la droite de la cuve vide passe vers $25{,}7\,\mathrm{mm}$ et celle de la cuve pleine vers $19{,}2\,\mathrm{mm}$.

Rapport.

$$\frac{k_{\text{air}}}{k_{\text{eau}}} = \frac{25{,}7}{19{,}2}$$
$$\frac{k_{\text{air}}}{k_{\text{eau}}} \approx 1{,}34$$

Interprétation. Les coefficients directeurs valent $2\lambda D$ et $2\lambda' D$: leur rapport est $\dfrac{\lambda}{\lambda'} = n$.

Conclusion. Le rapport mesuré, environ $1{,}34$, est proche de l'indice de l'eau, $1{,}33$: l'écart reste inférieur à $1\,\%$.

B.4. 0,75 pts

La diffraction est-elle plus marquée dans l'air ou dans l'eau ? Expliquer à l'aide de la longueur d'onde.

INDICE

Outil : l'écart angulaire dépend du rapport entre la longueur d'onde du milieu et la largeur de la fente.

CORRIGÉ

Raisonnement. Dans l'eau, $\lambda' = \dfrac{\lambda}{n}$ est plus courte que λ. Pour la même fente, l'écart angulaire $\dfrac{\lambda'}{a}$ est donc plus petit.

Conclusion. La diffraction est moins marquée dans l'eau : la tache y est $1{,}33$ fois plus étroite que dans l'air.