BURHAN

Oscillations libres dans un circuit RLC série : exercices, entraînement

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

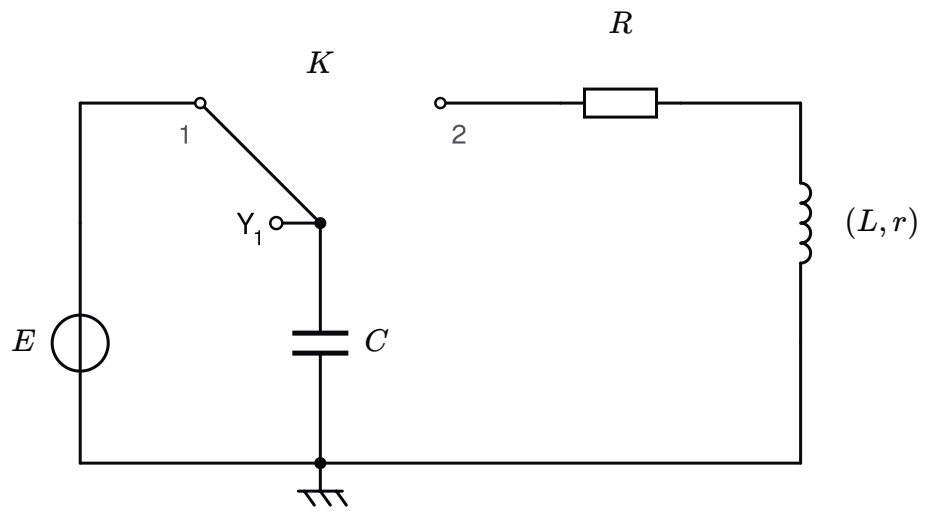
Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/oscillations-libres-circuit-rlc-serie/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Oscillations libres dans un circuit RLC série	Entraînement	7

Exercice 1

Montage de contrôle d'un détecteur de métaux

Un technicien contrôle la bobine de recherche d'un détecteur de métaux, d'inductance $L = 0{,}33\,\mathrm{H}$ et de résistance $r = 11\,\Omega$. Il utilise le montage du document : générateur de tension $E = 10\,\mathrm{V}$, condensateur de capacité $C = 2{,}2\,\mu\mathrm{F}$, résistor $R = 27\,\Omega$ et commutateur K.



Montage de charge et de décharge du condensateur

1.

Préciser le rôle de chacune des deux positions du commutateur K.

INDICE

Outil : repère, pour chaque position, les dipôles qui forment une maille avec le condensateur.

CORRIGÉ

Position 1. Le condensateur est relié au générateur : il se charge sous la tension E.

Position 2. Le condensateur est relié au résistor et à la bobine, sans générateur : il se décharge dans la bobine.

Conclusion. La position 1 sert à charger le condensateur, la position 2 à observer ses oscillations libres de décharge.

2.

Justifier que les branchements de la voie Y_1 et de la masse permettent de visualiser la tension u_C.

INDICE

Outil : l'oscilloscope affiche la tension entre le point relié à la voie et le point relié à la masse.

CORRIGÉ

Branchements. La voie Y_1 est reliée à l'armature du condensateur placée côté commutateur ; la masse est reliée à l'autre armature.

Conclusion. La voie Y_1 affiche la tension entre les deux armatures du condensateur, c'est-à-dire u_C.

3.

Calculer la période propre T_0 du circuit de décharge. En déduire le balayage le mieux adapté, parmi $0{,}5\,\mathrm{ms/div}$, $2\,\mathrm{ms/div}$ et $10\,\mathrm{ms/div}$, pour voir trois à quatre oscillations sur les dix divisions de l'écran.

INDICE

Outil : l'expression de la période propre. **Ensuite :** calcule la durée affichée par les dix divisions pour chaque balayage.

CORRIGÉ

Période propre. $LC = 0{,}33 \times 2{,}2 \times 10^{-6} = 7{,}26 \times 10^{-7}\,\mathrm{s^2}$, d'où

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$
$$T_0 \approx 5{,}4 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}$$

Balayage. Les dix divisions affichent $5\,\mathrm{ms}$, $20\,\mathrm{ms}$ ou $100\,\mathrm{ms}$. Seule la durée de $20\,\mathrm{ms}$ contient trois à quatre fois $5{,}4\,\mathrm{ms}$.

Conclusion. $T_0 \approx 5{,}4\,\mathrm{ms}$: le balayage adapté est $2\,\mathrm{ms/div}$.

4.

Rédiger le protocole qui permet d'obtenir l'enregistrement de $u_C(t)$ pendant la décharge.

INDICE

Début : commence par la charge du condensateur. **Point délicat :** le phénomène ne dure que quelques dizaines de millisecondes.

CORRIGÉ

Charge. Placer K en position 1 quelques secondes : le condensateur se charge sous E.

Réglages. Régler la sensibilité verticale pour la tension E, le balayage sur $2\,\mathrm{ms/div}$, et le déclenchement en mode monocoup.

Décharge. Basculer K en position 2 : l'oscilloscope, ou un système d'acquisition, enregistre $u_C(t)$.

Conclusion. On charge le condensateur en position 1, on règle l'acquisition, puis on bascule en position 2 pour enregistrer la décharge.

5.

On remplace le résistor par un résistor de résistance $1{,}5\,\mathrm{k\Omega}$. Prévoir l'effet sur l'amortissement et sur la période propre.

INDICE

Outil : la résistance totale fixe l'amortissement ; regarde de quelles grandeurs dépend la période propre.

CORRIGÉ

Amortissement. La résistance totale passe de $38\,\Omega$ à environ $1{,}5\,\mathrm{k\Omega}$: l'amortissement devient beaucoup plus fort. Pour une résistance aussi grande, le régime peut devenir apériodique.

Période propre. $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ ne dépend que de L et de C : elle ne change pas. Si le régime devient apériodique, aucune pseudo-période ne peut plus être mesurée.

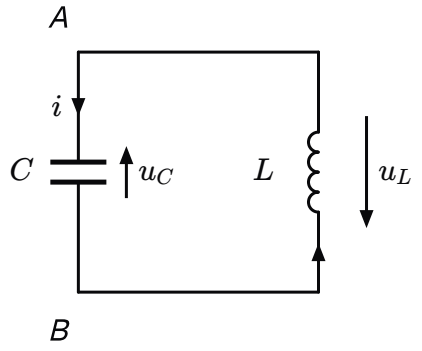
Conclusion. L'amortissement devient beaucoup plus fort, alors que la période propre ne change pas.

Exercice 2

Équation et solution du circuit d'une sonnette électronique

Le circuit d'une sonnette électronique est modélisé par un circuit LC idéal : un condensateur de capacité $C = 3{,}0\,\mu\mathrm{F}$ et une bobine d'inductance $L = 0{,}75\,\mathrm{H}$, de résistance négligeable. Le document précise l'orientation du courant et les tensions ; q est la charge de l'armature A.

On choisit l'origine des dates à un instant où le condensateur est déchargé et où l'intensité vaut $I_0 = 14\,\mathrm{mA}$, dans le sens orienté.



Circuit LC orienté de la sonnette

1.

Montrer que la charge q vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{\mathrm{d}^2 q}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{LC}\,q = 0$$

INDICE

Outil : la loi d'additivité des tensions sur la maille, avec les tensions du condensateur et de la bobine.

CORRIGÉ

Conventions. Le courant i entre dans le condensateur par l'armature A, donc $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ et $u_C = \dfrac{q}{C}$. Les deux tensions sont en convention récepteur.

Bobine. Sa résistance est négligeable : $u_L = L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = L\,\dfrac{\mathrm{d}^2 q}{\mathrm{d}t^2}$.

Additivité. Sur la maille, sans générateur, $u_C + u_L = 0$:

$$\frac{q}{C} + L\,\frac{\mathrm{d}^2 q}{\mathrm{d}t^2} = 0$$

Conclusion. En divisant par L, on obtient l'équation demandée.

2.

Montrer que $q(t) = Q_m \cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}\,t + \varphi\right)$ est solution si $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$, puis calculer T_0.

INDICE

Outil : dérive deux fois avec la dérivée d'une fonction composée, puis substitue dans l'équation.

CORRIGÉ

Dérivée seconde. $\dfrac{\mathrm{d}^2 q}{\mathrm{d}t^2} = -\left(\dfrac{2\pi}{T_0}\right)^2 q(t)$.

Substitution. Le premier membre vaut $\left(\dfrac{1}{LC} - \dfrac{4\pi^2}{T_0^2}\right) q(t)$; il est nul pour tout t si $\dfrac{4\pi^2}{T_0^2} = \dfrac{1}{LC}$, soit $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$.

Application numérique. $LC = 0{,}75 \times 3{,}0 \times 10^{-6} = 2{,}25 \times 10^{-6}\,\mathrm{s}^2$:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$
$$T_0 \approx 9{,}4 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}$$

Conclusion. La fonction proposée est solution pour $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$, soit environ $9{,}4\,\mathrm{ms}$.

3.

Déterminer la phase à l'origine φ et l'amplitude Q_m.

INDICE

Début : traduis $q(0) = 0$ et $i(0) = I_0$. **Point délicat :** Q_m est positive, le signe de $\sin\varphi$ tranche.

CORRIGÉ

Charge initiale. $q(0) = Q_m \cos\varphi = 0$, donc $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$ ou $\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$.

Courant initial. $i(0) = -\dfrac{2\pi}{T_0}\,Q_m \sin\varphi = I_0 > 0$, donc $\sin\varphi < 0$ et $\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$. Alors $I_0 = \dfrac{2\pi}{T_0}\,Q_m$, et $\dfrac{T_0}{2\pi} = \sqrt{LC} = 1{,}5 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}$.

Amplitude.

$$Q_m = I_0\sqrt{LC}$$
$$Q_m = 0{,}014 \times 1{,}5 \times 10^{-3}$$
$$Q_m = 2{,}1 \times 10^{-5}\,\mathrm{C}$$

Conclusion. $\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$ et $Q_m = 2{,}1 \times 10^{-5}\,\mathrm{C}$.

4.

Calculer la valeur maximale U_m de la tension aux bornes du condensateur.

INDICE

Outil : la relation entre la charge et la tension du condensateur.

CORRIGÉ

Relation. $u_C = \dfrac{q}{C}$, donc $U_m = \dfrac{Q_m}{C}$.

Application numérique.

$$U_m = \frac{2{,}1 \times 10^{-5}}{3{,}0 \times 10^{-6}}$$
$$U_m = 7{,}0\ \text{V}$$

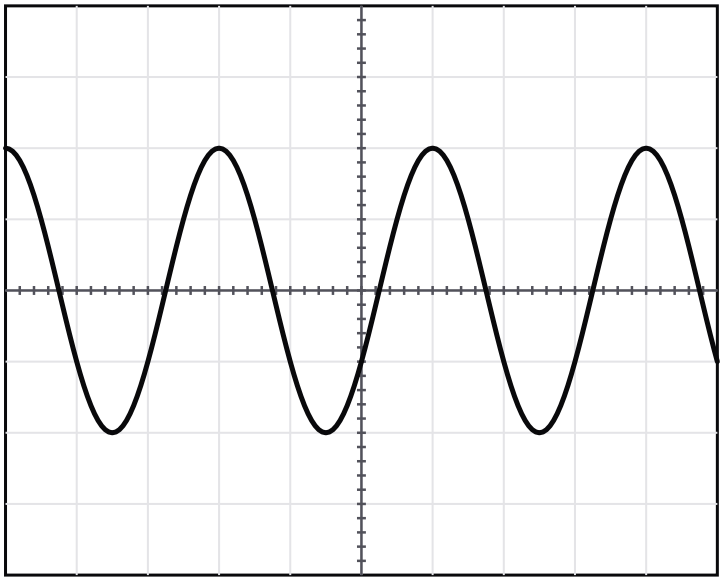
Conclusion. La tension aux bornes du condensateur atteint au plus $7{,}0\ \text{V}$.

Exercice 3

Capteur de proximité inductif

La bobine d'un capteur de proximité inductif est associée à un condensateur de capacité $C = 0{,}27\,\mu\mathrm{F}$. Le circuit, d'amortissement négligeable, est observé sur un oscilloscope ; l'origine des dates est prise à un maximum de u_C.

Document. Oscillogramme de u_C : sensibilité verticale $2\,\mathrm{V/div}$, balayage $0{,}5\,\mathrm{ms/div}$.



Voie u_C : 2 V/div Balayage : 0,5 ms/div

Oscillogramme de la tension aux bornes du condensateur du capteur. Voie Y1 : 2 V/div ; balayage : 0,5 ms/div.

1.

Mesurer la période propre T_0 sur l'oscillogramme.

INDICE

Outil : mesure la durée de plusieurs périodes complètes, puis divise.

CORRIGÉ

Lecture. Trois périodes séparent le maximum de $t = 0$ du quatrième maximum, situé à $9{,}0$ divisions.

Durée.

$$3T_0 = 9{,}0 \times 0{,}5\,\mathrm{ms}$$
$$T_0 \approx 1{,}5\,\mathrm{ms}$$

Conclusion. La période propre vaut environ $1{,}5\,\mathrm{ms}$.

2.

Mesurer l'amplitude U_m de la tension u_C.

INDICE

Outil : l'écart vertical entre le zéro et un maximum, en divisions, multiplié par la sensibilité.

CORRIGÉ

Lecture. Les maximums sont à $2{,}0$ divisions au-dessus du zéro.

Calcul. $U_m \approx 2{,}0 \times 2\,\text{V} = 4{,}0\,\text{V}$.

Conclusion. La tension u_C oscille avec une amplitude d'environ $4{,}0\,\text{V}$.

3.

Calculer l'inductance L de la bobine.

INDICE

Outil : isole L dans l'expression de la période propre.

CORRIGÉ

Expression. $L = \dfrac{T_0^2}{4\pi^2 C}$, avec $T_0^2 = 2{,}25 \times 10^{-6}\,\text{s}^2$ et $4\pi^2 C \approx 1{,}07 \times 10^{-5}\,\text{F}$.

Application numérique.

$$\begin{aligned} L &= \frac{2{,}25 \times 10^{-6}}{1{,}07 \times 10^{-5}} \\ L &\approx 0{,}21\,\text{H} \end{aligned}$$

Conclusion. L'inductance de la bobine vaut environ $0{,}21\,\text{H}$.

4.

Écrire l'expression de $q(t)$ et calculer son amplitude Q_m.

INDICE

Outil : la forme de la solution du circuit idéal ; l'origine des dates est prise à un maximum.

CORRIGÉ

Phase. À $t = 0$, u_C est maximale : $q(0) = Q_m$, donc $\varphi = 0$ et $q(t) = Q_m \cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}\,t\right)$.

Amplitude.

$$\begin{aligned} Q_m &= C\,U_m \\ Q_m &= 0{,}27 \times 10^{-6} \times 4{,}0 \\ Q_m &\approx 1{,}1 \times 10^{-6}\,\text{C} \end{aligned}$$

Conclusion. $q(t) = Q_m \cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}\,t\right)$ avec $Q_m \approx 1{,}1\,\mu\text{C}$ et $T_0 \approx 1{,}5\,\text{ms}$.

5.

En déduire l'expression de $i(t)$ et calculer l'amplitude I_m de l'intensité.

INDICE

Outil : dérive $q(t)$ avec la dérivée d'une fonction composée. **Point délicat :** garde Q_m non arrondie.

CORRIGÉ

Dérivation. $i(t) = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{2\pi}{T_0}\,Q_m \sin\left(\dfrac{2\pi}{T_0}\,t\right)$.

Amplitude. Avec $Q_m = 1{,}08 \times 10^{-6}\ \mathrm{C}$:

$$I_m = \frac{2\pi}{T_0}\,Q_m$$
$$I_m \approx 4{,}5 \times 10^{-3}\ \mathrm{A}$$

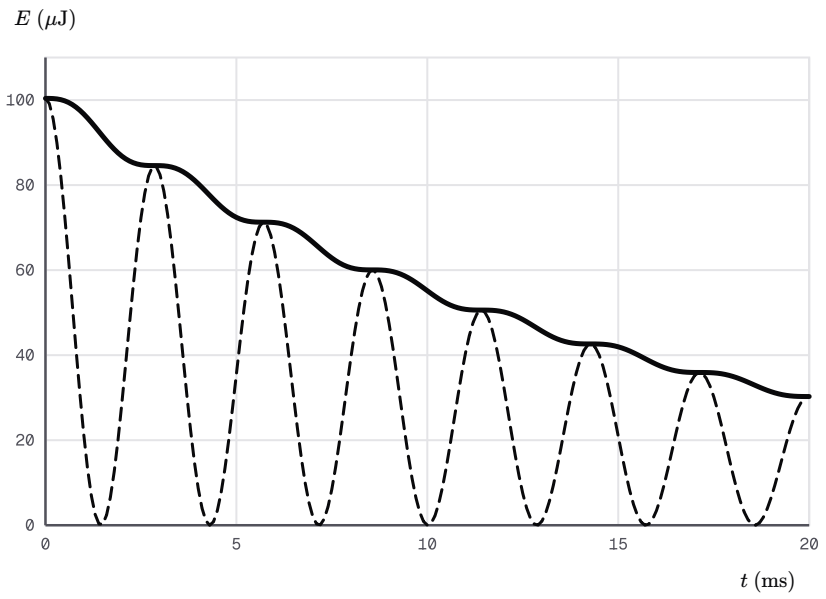
Conclusion. $i(t) = -I_m \sin\left(\dfrac{2\pi}{T_0}\,t\right)$, avec $I_m \approx 4{,}5\,\mathrm{mA}$.

Exercice 4

Énergie dissipée dans le circuit d'allumage d'une chaudière

Dans le circuit d'allumage d'une chaudière, un condensateur chargé sous $U_0 = 7{,}8\,\mathrm{V}$ se décharge à $t = 0$ dans une bobine d'inductance $L = 0{,}25\,\mathrm{H}$. La résistance totale du circuit vaut $R + r = 15\,\Omega$.

Document. Un logiciel d'acquisition calcule l'énergie électrique E_e du condensateur et l'énergie totale E du circuit.



Énergie électrique et énergie totale du circuit d'allumage

1.

Identifier la courbe qui représente l'énergie totale E, en justifiant.

INDICE

Outil : l'énergie totale est la somme de deux énergies positives ou nulles.

CORRIGÉ

Courbe 2. Elle s'annule régulièrement : c'est E_e, nulle quand le condensateur est déchargé.

Courbe 1. Elle ne s'annule jamais et reste au-dessus de la courbe 2 : elle représente $E = E_e + E_m$.

Conclusion. La courbe 1 représente l'énergie totale E du circuit.

2.

Expliquer pourquoi l'énergie totale diminue, et pourquoi sa courbe présente des paliers.

INDICE

Outil : l'expression de la dérivée de l'énergie totale d'un circuit amorti.

CORRIGÉ

Décroissance. $\dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = -(R+r)\,i^2$ est négative ou nulle : l'énergie est dissipée sous forme de chaleur par effet Joule.

Paliers. $\dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$ s'annule aux instants où $i = 0$: la courbe y a une tangente horizontale.

Conclusion. L'énergie totale diminue par effet Joule, sauf aux instants où le courant s'annule, qui donnent les paliers.

3.

Lire l'énergie totale initiale $E(0)$, puis calculer la capacité C du condensateur.

INDICE

Outil : à $t = 0$, le courant est nul et toute l'énergie est électrique.

CORRIGÉ

Lecture. $E(0) \approx 1{,}0 \times 10^{2}\,\mu\mathrm{J}$, soit $1{,}0 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}$.

Capacité. $E(0) = \dfrac{1}{2}\,C\,U_0^2$, donc :

$$C = \frac{2E(0)}{U_0^2}$$
$$C = \frac{2{,}0 \times 10^{-4}}{7{,}8^2}$$
$$C \approx 3{,}3 \times 10^{-6}\,\mathrm{F}$$

Conclusion. La capacité du condensateur vaut environ $3{,}3\,\mu\mathrm{F}$.

4.

Lire l'énergie totale à l'instant $t_2 = 11{,}4\,\mathrm{ms}$. Montrer que le circuit a dissipé environ la moitié de son énergie initiale entre 0 et t_2.

INDICE

Outil : l'énergie dissipée entre deux instants est la diminution de l'énergie totale.

CORRIGÉ

Lecture. $E(t_2) \approx 50\,\mu\mathrm{J}$.

Énergie dissipée. Elle vaut $\Delta E = E(0) - E(t_2)$:

$$\Delta E \approx 100 - 50$$
$$\Delta E \approx 50\,\mu\mathrm{J}$$

Conclusion. Entre 0 et t_2, le circuit dissipe environ $50\,\mu\mathrm{J}$ par effet Joule, soit environ la moitié de son énergie initiale.

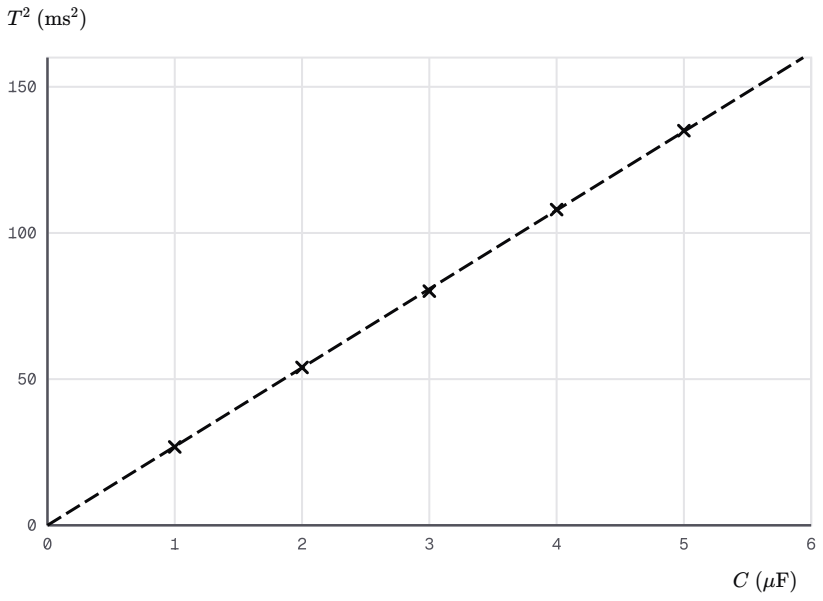
Exercice 5

Inductance d'une bobine sans étiquette

Un tiroir de laboratoire contient plusieurs bobines interchangeables ; l'étiquette de l'une d'elles a disparu. Pour mesurer son inductance L, on l'associe successivement à des condensateurs de capacités connues. Pour chacun, on enregistre la décharge et on mesure la pseudo-période T.

Document. Mesures, et représentation de T^2 en fonction de C avec la droite de modélisation.

C (μF)	T (ms)	T^2 (ms^2)
1,0	5,18	26,8
2,0	7,35	54,0
3,0	8,95	80,1
4,0	10,4	108
5,0	11,6	135



Carré de la pseudo-période en fonction de la capacité

1.

Pourquoi choisit-on un circuit de faible résistance totale, et pourquoi mesure-t-on chaque pseudo-période sur plusieurs oscillations ?

INDICE

Outil : la condition pour que la pseudo-période soit voisine de la période propre.

CORRIGÉ

Faible résistance. L'amortissement est alors faible : plusieurs oscillations sont visibles et $T \approx T_0$.

Plusieurs oscillations. L'erreur de lecture porte sur la durée totale : divisée par le nombre d'oscillations, elle pèse moins sur T.

Conclusion. Une faible résistance donne $T \approx T_0$, et la mesure sur plusieurs oscillations rend T plus précise.

2.

Montrer que, si $T \approx T_0$, la grandeur T^2 est proportionnelle à C. Le document le confirme-t-il ?

INDICE

Outil : élève au carré l'expression de la période propre.

CORRIGÉ

Relation. $T^2 \approx T_0^2 = 4\pi^2 L\,C$: pour une même bobine, $4\pi^2 L$ est constant.

Document. Les points sont alignés sur une droite qui passe par l'origine.

Conclusion. T^2 est proportionnelle à C, de coefficient $4\pi^2 L$, ce que confirment les mesures.

3.

Déterminer le coefficient directeur a de la droite, puis l'inductance L de la bobine.

INDICE

Début : prends un point de la droite éloigné de l'origine. **Point délicat :** $1\,\mathrm{ms^2}$ pour $1\,\mu\mathrm{F}$ vaut $1\,\mathrm{s^2}$ pour $1\,\mathrm{F}$.

CORRIGÉ

Pente. La droite passe par l'origine et par le point d'abscisse $5{,}0\,\mu\mathrm{F}$ et d'ordonnée $134{,}7\,\mathrm{ms^2}$ environ :

$$a = \frac{134{,}7}{5{,}0}$$
$$a \approx 26{,}9\,\mathrm{s^2 \cdot F^{-1}}$$

Inductance. $a = 4\pi^2 L$, donc :

$$L = \frac{a}{4\pi^2}$$
$$L \approx 0{,}68\,\mathrm{H}$$

Conclusion. La pente vaut environ $26{,}9\,\mathrm{s^2 \cdot F^{-1}}$ et la bobine a une inductance d'environ $0{,}68\,\mathrm{H}$.

4.

Prévoir la pseudo-période obtenue avec un condensateur de capacité $6{,}8\ \mu\mathrm{F}$.

INDICE

Outil : la droite de modélisation donne T^2 pour toute capacité.

CORRIGÉ

Carré. $T^2 \approx a\,C = 26{,}9 \times 6{,}8 \approx 183\ \mathrm{ms}^2$.

Pseudo-période.

$$T \approx \sqrt{183}\ \mathrm{ms}$$
$$T \approx 13{,}5\ \mathrm{ms}$$

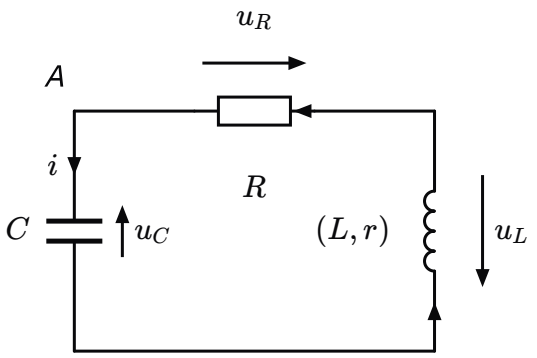
Conclusion. Avec $6{,}8\ \mu\mathrm{F}$, la pseudo-période vaut environ $13{,}5\ \mathrm{ms}$.

Exercice 6

Amortissement des oscillations d'un jouet musical

Dans un jouet musical, un condensateur de capacité $C = 10\,\mu\text{F}$, chargé, se décharge dans un résistor de résistance $R = 22\,\Omega$ et une bobine d'inductance $L = 0{,}40\,\text{H}$ et de résistance $r = 8{,}0\,\Omega$, en série.

Document. Schéma orienté du circuit ; q est la charge de l'armature A.



Circuit RLC série orienté du jouet

1.

Montrer que la charge q vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{\mathrm{d}^2 q}{\mathrm{d}t^2} + \frac{R + r}{L}\,\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{LC}\,q = 0$$

INDICE

Outil : la loi d'additivité des tensions, avec la loi d'Ohm et la tension d'une bobine résistive.

CORRIGÉ

Conventions. $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ et $u_C = \dfrac{q}{C}$; les trois tensions sont en convention récepteur.

Tensions. $u_R = R\,i$ et $u_L = r\,i + L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$.

Additivité. Sans générateur, $u_C + u_R + u_L = 0$:

$$\frac{q}{C} + (R + r)\,\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} + L\,\frac{\mathrm{d}^2 q}{\mathrm{d}t^2} = 0$$

Conclusion. En divisant par L et en rangeant les termes, on obtient l'équation demandée.

2.

L'énergie totale du circuit est $E = \dfrac{q^2}{2C} + \dfrac{1}{2}\,L\,i^2$. Montrer que $\dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = -(R+r)\,i^2$.

INDICE

Outil : la dérivée d'un carré, et la relation entre les tensions écrite à la question 1.

CORRIGÉ

Dérivée. $\dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = \dfrac{q}{C}\,i + L\,i\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = i\left(\dfrac{q}{C} + L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\right)$.

Additivité. D'après la question 1, $\dfrac{q}{C} + L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = -(R+r)\,i$.

Conclusion. $\dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = -(R+r)\,i^2$: l'énergie totale ne peut que diminuer ou rester stationnaire.

3.

Calculer $\dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$ à un instant où $i = 25\,\mathrm{mA}$, et interpréter le résultat.

INDICE

Outil : la résistance totale est celle du résistor et de la bobine.

CORRIGÉ

Résistance totale. $R + r = 22 + 8{,}0 = 30\,\Omega$.

Application numérique.

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = -30 \times 0{,}025^2$$
$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} \approx -1{,}9 \times 10^{-2}\,\mathrm{W}$$

Conclusion. À cet instant, le circuit perd environ $19\,\mathrm{mW}$, transférés au milieu extérieur sous forme de chaleur par effet Joule.

4.

On remplace le résistor par un résistor de résistance beaucoup plus grande. Quel régime peut-on obtenir ? Justifier du point de vue énergétique.

INDICE

Outil : la part de l'énergie initiale dissipée pendant un échange entre le condensateur et la bobine.

CORRIGÉ

Énergie. La part de l'énergie dissipée par effet Joule pendant un échange augmente avec $R + r$. Pour une résistance assez grande, l'énergie stockée au départ est dissipée avant que la charge ne s'inverse.

Régime. La tension rejoint zéro sans osciller.

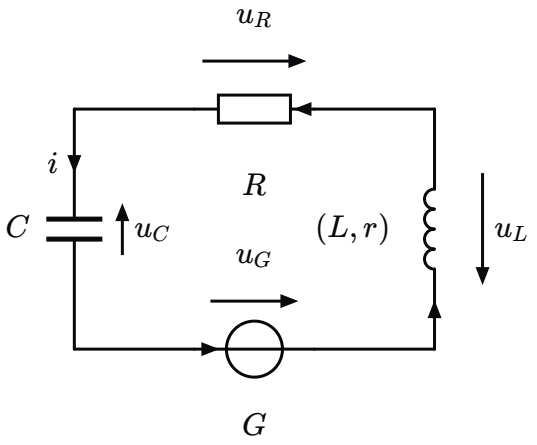
Conclusion. Avec une résistance beaucoup plus grande, on peut obtenir le régime apériodique.

Exercice 7

Entretien des oscillations d'un métronome électronique

Le circuit d'un métronome électronique comporte un condensateur de capacité $C = 0{,}15\,\mu\mathrm{F}$, un résistor $R = 39\,\Omega$ et une bobine d'inductance $L = 60\,\mathrm{mH}$ et de résistance $r = 14\,\Omega$. Un générateur G placé en série délivre la tension $u_G = k\,i$, réglable par le coefficient k.

Document. Schéma orienté du circuit ; u_G est fléchée en convention générateur.



Circuit RLC série entretenu par le générateur G

1.

Montrer que la charge q du condensateur vérifie :

$$\frac{\mathrm{d}^2 q}{\mathrm{d}t^2} + \frac{R + r - k}{L}\,\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{LC}\,q = 0$$

INDICE

Outil : la loi d'additivité des tensions : la tension du générateur égale la somme des tensions des récepteurs.

CORRIGÉ

Conventions. $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$; u_C, u_R, u_L en convention récepteur ; $u_G = k\,i$ en convention générateur.

Additivité.

$$k\,i = \frac{q}{C} + R\,i + r\,i + L\,\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

Une seule inconnue. On remplace i par $\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ et $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ par $\dfrac{\mathrm{d}^2 q}{\mathrm{d}t^2}$, on regroupe les termes en $\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$, puis on divise par L.

Conclusion. La charge vérifie l'équation demandée.

2.

Calculer la valeur de k pour laquelle les oscillations sont sinusoïdales d'amplitude constante.

INDICE

Outil : le terme d'amortissement de l'équation doit disparaître.

CORRIGÉ

Condition. Le terme en $\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ s'annule pour $k = R + r$: on retrouve l'équation du circuit LC idéal.

Application numérique. $k = 39 + 14 = 53\,\Omega$.

Conclusion. Les oscillations sont entretenues pour $k = 53\,\Omega$.

3.

Calculer alors la période des oscillations.

INDICE

Outil : pour cette valeur de k, l'équation est celle du circuit idéal.

CORRIGÉ

Produit. $LC = 6{,}0 \times 10^{-2} \times 1{,}5 \times 10^{-7} = 9{,}0 \times 10^{-9}\,\mathrm{s}^2$.

Période.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$
$$T_0 \approx 6{,}0 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}$$

Conclusion. Les oscillations entretenues ont une période d'environ $0{,}60\,\mathrm{ms}$.

4.

Le condensateur est chargé avant d'être placé dans le circuit. Proposer un protocole pour régler expérimentalement k à l'aide d'un oscilloscope.

INDICE

Début : choisis la tension à observer et le critère d'un bon réglage.

CORRIGÉ

Observation. Brancher la voie Y_1 aux bornes du condensateur et la masse à l'armature reliée au générateur, puis choisir un balayage de $0{,}2\,\mathrm{ms/div}$.

Départ. Charger le condensateur, puis fermer le circuit avec une petite valeur de k : l'amplitude décroît.

Réglage. Recommencer en augmentant k progressivement. Si l'amplitude croît, diminuer légèrement k.

Conclusion. Le bon réglage est celui pour lequel l'amplitude de u_C reste constante ; il correspond à $k = R + r$.