BURHAN

Oscillations libres dans un circuit RLC série : exercices, application

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/oscillations-libres-circuit-rlc-serie/exercices/application

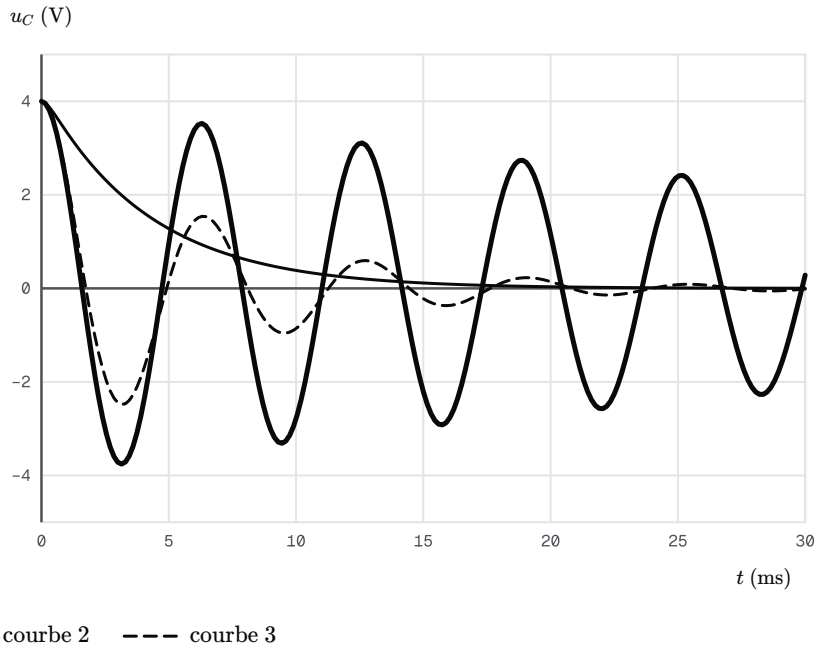
Chapitre	Palier	Exercices
Oscillations libres dans un circuit RLC série	Application	8

Exercice 1

Trois enregistrements d'un oscillateur de démonstration

Un oscillateur de démonstration comporte un condensateur de capacité $C = 2{,}0\,\mu\mathrm{F}$, chargé sous $4{,}0\,\mathrm{V}$, puis relié à une bobine d'inductance $L = 0{,}50\,\mathrm{H}$ et à un résistor réglable.

On enregistre $u_C(t)$ pour trois valeurs de la résistance totale du circuit : $20\,\Omega$, $150\,\Omega$ et $2{,}2\,\mathrm{k}\Omega$. Le document montre les trois enregistrements, dans le désordre.



Trois enregistrements de la tension aux bornes du condensateur

1.

Nommer le régime de chaque enregistrement, en justifiant à partir de l'allure de la courbe.

INDICE

Outil : observe l'amplitude : constante, décroissante, ou absence de toute oscillation.

CORRIGÉ

Courbe 1. La tension rejoint zéro sans changer de signe : le régime est apériodique.

Courbes 2 et 3. La tension change de signe, et ses maximums successifs sont de plus en plus bas : le régime est pseudo-périodique.

Conclusion. La courbe 1 montre un régime apériodique ; les courbes 2 et 3 montrent deux régimes pseudo-périodiques.

2.

Associer chaque enregistrement à la résistance totale du circuit qui le produit.

INDICE

Outil : la résistance totale fixe l'amortissement ; compare les vitesses de décroissance.

CORRIGÉ

Classement. En régime pseudo-périodique, plus la résistance totale est grande, plus l'amplitude décroît vite. Au-delà d'une valeur limite de la résistance totale, le régime devient apériodique.

Association. La courbe 2, la moins amortie, correspond à $20\,\Omega$; la courbe 3 à $150\,\Omega$; la courbe 1, sans oscillation, à $2{,}2\,\mathrm{k\Omega}$.

Conclusion. Courbe 2 : $20\,\Omega$; courbe 3 : $150\,\Omega$; courbe 1 : $2{,}2\,\mathrm{k\Omega}$.

3.

Calculer la période propre T_0 du circuit, puis dire si elle convient pour décrire les courbes 2 et 3.

INDICE

Outil : l'expression de la période propre, avec L et C en unités SI. **Point délicat :** elle ne dépend pas de la résistance.

CORRIGÉ

Période propre. $LC = 0{,}50 \times 2{,}0 \times 10^{-6} = 1{,}0 \times 10^{-6}\,\mathrm{s}^2$, d'où

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$
$$T_0 \approx 6{,}3 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}$$

Comparaison. Sur le document, les courbes 2 et 3 repassent par un maximum environ toutes les $6\,\mathrm{ms}$. L'amortissement reste assez faible pour que leurs pseudo-périodes soient voisines de T_0.

Conclusion. $T_0 \approx 6{,}3\,\mathrm{ms}$: cette valeur décrit bien la durée d'une oscillation des courbes 2 et 3.

Exercice 2

Période propre du circuit d'une alarme sonore

Le circuit oscillant d'une alarme sonore associe une bobine d'inductance $L = 12\,\text{mH}$, de résistance négligeable, à un condensateur de capacité $C = 470\,\text{nF}$. L'oreille humaine perçoit les sons de fréquence comprise entre $20\,\text{Hz}$ et $20\,\text{kHz}$ environ.

1.

Exprimer L et C en unités du système international.

INDICE

Outil : $1\,\text{mH} = 10^{-3}\,\text{H}$ et $1\,\text{nF} = 10^{-9}\,\text{F}$.

CORRIGÉ

Inductance. $L = 12 \times 10^{-3}\,\text{H} = 1{,}2 \times 10^{-2}\,\text{H}$.

Capacité. $C = 470 \times 10^{-9}\,\text{F} = 4{,}70 \times 10^{-7}\,\text{F}$.

Conclusion. En unités SI, $L = 1{,}2 \times 10^{-2}\,\text{H}$ et $C = 4{,}70 \times 10^{-7}\,\text{F}$.

2.

Calculer la période propre T_0 du circuit.

INDICE

Outil : l'expression de la période propre du circuit LC idéal.

CORRIGÉ

Produit. $LC = 1{,}2 \times 10^{-2} \times 4{,}70 \times 10^{-7} = 5{,}64 \times 10^{-9}\,\text{s}^2$.

Période propre.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$
$$T_0 \approx 4{,}7 \times 10^{-4}\,\text{s}$$

Conclusion. La période propre vaut environ $0{,}47\,\text{ms}$, avec deux chiffres significatifs comme L.

3.

Calculer la fréquence propre $N_0 = \dfrac{1}{T_0}$ et dire si le son produit est audible.

INDICE

Point délicat : garde la valeur non arrondie de T_0 pour calculer l'inverse.

CORRIGÉ

Fréquence.

$$N_0 = \frac{1}{T_0}$$
$$N_0 = \frac{1}{4{,}72 \times 10^{-4}}$$
$$N_0 \approx 2{,}1 \times 10^{3}\ \text{Hz}$$

Comparaison. $2{,}1\,\text{kHz}$ est compris entre $20\,\text{Hz}$ et $20\,\text{kHz}$.

Conclusion. La fréquence propre vaut environ $2{,}1\,\text{kHz}$: le son de l'alarme est audible.

Exercice 3

Capacité d'une minuterie électronique

Une minuterie électronique compte les oscillations d'un circuit LC quasi idéal. Le constructeur impose une période propre $T_0 = 5{,}0\,\text{ms}$ et dispose d'une bobine d'inductance $L = 0{,}80\,\text{H}$.

Son catalogue propose trois condensateurs : $0{,}56\,\mu\text{F}$, $0{,}82\,\mu\text{F}$ et $1{,}2\,\mu\text{F}$.

1.

Calculer la capacité C qui donne exactement la période propre imposée.

INDICE

Outil : l'expression de la période propre ; C y figure sous la racine.

CORRIGÉ

Expression. $T_0^2 = 4\pi^2 LC$, donc

$$C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L}$$

Application numérique.

$$C = \frac{(5{,}0 \times 10^{-3})^2}{4\pi^2 \times 0{,}80}$$
$$C \approx 7{,}9 \times 10^{-7}\,\text{F}$$

Conclusion. Il faudrait une capacité d'environ $0{,}79\,\mu\text{F}$.

2.

Choisir le condensateur du catalogue le plus adapté, puis calculer la période propre obtenue et son écart relatif à $5{,}0\,\text{ms}$.

INDICE

Début : prends la valeur du catalogue la plus proche. **Ensuite :** l'écart relatif est l'écart divisé par la valeur visée.

CORRIGÉ

Choix. La valeur la plus proche de $0{,}79\,\mu\text{F}$ est $0{,}82\,\mu\text{F}$.

Période obtenue. $LC = 0{,}80 \times 8{,}2 \times 10^{-7} = 6{,}56 \times 10^{-7}\,\text{s}^2$, d'où

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$
$$T_0 \approx 5{,}1 \times 10^{-3}\,\text{s}$$

Écart relatif. Avec $T_0 \approx 5{,}09\,\text{ms}$ non arrondie, l'écart vaut $\dfrac{5{,}09 - 5{,}0}{5{,}0} \approx 0{,}02$, soit environ $2\,\%$.

Conclusion. Avec le condensateur de $0{,}82\,\mu\text{F}$, la période propre vaut environ $5{,}1\,\text{ms}$, à $2\,\%$ près de la valeur imposée.

3.

Le constructeur veut contrôler la formule utilisée. Vérifier, par une équation aux dimensions, que $2\pi\sqrt{LC}$ a la dimension d'une durée.

INDICE

Outil : la tension aux bornes d'une bobine idéale et la relation entre la charge et la tension d'un condensateur.

CORRIGÉ

Inductance. De $u = L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$, on tire $[L] = [U]\,[T]\,[I]^{-1}$.

Capacité. De $q = C\,u$ et $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$, on tire $[C] = [I]\,[T]\,[U]^{-1}$.

Produit. $[LC] = [T]^2$, donc $\left[\sqrt{LC}\right] = [T]$; le facteur 2π n'a pas de dimension.

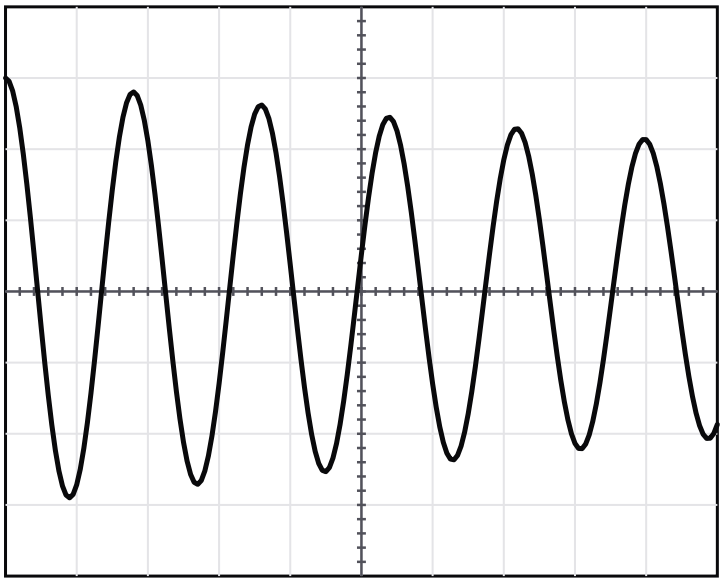
Conclusion. $2\pi\sqrt{LC}$ a la dimension d'une durée : la formule est homogène.

Exercice 4

Pseudo-période du buzzer d'un réveil

Le buzzer d'un réveil contient un condensateur de capacité $C = 0{,}68\,\mu\mathrm{F}$ et une bobine d'inductance $L = 0{,}12\,\mathrm{H}$, de résistance $r = 9{,}0\,\Omega$. Le condensateur, chargé, se décharge dans la bobine à $t = 0$.

L'oscilloscope visualise u_C sur la voie Y_1. Réglages : sensibilité verticale $2\,\mathrm{V/div}$, balayage $1\,\mathrm{ms/div}$.



Voie u_C : 2 V/div Balayage : 1 ms/div

Oscillogramme de la tension aux bornes du condensateur du buzzer. Voie Y1 : 2 V/div ; balayage : 1 ms/div.

1.

Nommer le régime observé et justifier.

INDICE

Outil : compare les amplitudes de deux oscillations successives.

CORRIGÉ

Allure. La tension change de signe régulièrement et chaque maximum est un peu plus bas que le précédent.

Conclusion. Le régime est pseudo-périodique, avec un amortissement faible.

2.

Mesurer la pseudo-période T sur l'oscillogramme, en utilisant quatre oscillations.

INDICE

Outil : repère deux maximums séparés par quatre oscillations, puis multiplie leur écart en divisions par le balayage.

CORRIGÉ

Lecture. Le premier maximum est à $t = 0$; le cinquième, quatre oscillations plus loin, est à environ $7{,}2$ divisions.

Durée.

$$4T \approx 7{,}2 \times 1\,\text{ms}$$
$$T \approx 1{,}8\,\text{ms}$$

Conclusion. La pseudo-période vaut environ $1{,}8\,\text{ms}$.

3.

Calculer la période propre T_0 du circuit et la comparer à T.

INDICE

Outil : l'expression de la période propre, avec L et C en unités SI.

CORRIGÉ

Période propre. $LC = 0{,}12 \times 6{,}8 \times 10^{-7} \approx 8{,}16 \times 10^{-8}\,\text{s}^2$, d'où

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$
$$T_0 \approx 1{,}8 \times 10^{-3}\,\text{s}$$

Comparaison. T et T_0 sont égales à la précision de la lecture : l'amortissement est faible.

Conclusion. $T_0 \approx 1{,}8\,\text{ms}$, très voisine de la pseudo-période mesurée.

Exercice 5

Courant dans un capteur de niveau capacitif

Le condensateur d'un capteur de niveau capacitif forme, avec une bobine, un circuit LC quasi idéal. Le courant i est orienté vers l'armature qui porte la charge q, et :

$$q(t) = Q_m \cos(500\pi\, t)$$

avec $Q_m = 3{,}0 \times 10^{-6}\ \text{C}$, q en coulombs et t en secondes.

1.

Calculer la période propre T_0 du circuit.

INDICE

Outil : identifie l'expression avec la forme générale de la solution du circuit LC idéal.

CORRIGÉ

Identification. $q(t) = Q_m \cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}\, t + \varphi\right)$ avec $\varphi = 0$ et $\dfrac{2\pi}{T_0} = 500\pi\ \text{s}^{-1}$.

Période propre.

$$\begin{aligned} T_0 &= \frac{2\pi}{500\pi} \\ T_0 &= 4{,}0 \times 10^{-3}\ \text{s} \end{aligned}$$

Conclusion. La période propre du circuit vaut $4{,}0\,\text{ms}$.

2.

Exprimer $i(t)$, puis calculer l'amplitude I_m de l'intensité.

INDICE

Outil : la relation entre i et q, avec la dérivée d'une fonction composée.

CORRIGÉ

Dérivée. $i = \dfrac{\text{d}q}{\text{d}t}$ et la dérivée de $\cos(500\pi\, t)$ est $-500\pi \sin(500\pi\, t)$, donc

$$i(t) = -I_m \sin(500\pi\, t)$$

Amplitude.

$$\begin{aligned} I_m &= 500\pi\, Q_m \\ I_m &= 1{,}5 \times 10^{-3}\,\pi \\ I_m &\approx 4{,}7 \times 10^{-3}\ \text{A} \end{aligned}$$

Conclusion. $i(t) = -I_m \sin(500\pi\, t)$, d'amplitude $I_m \approx 4{,}7\,\text{mA}$.

3.

Calculer q et i à l'instant $t_1 = 1{,}0\,\text{ms}$, puis interpréter le signe de i.

INDICE

Début : calcule $500\pi\, t_1$. **Point délicat :** un courant négatif circule en sens inverse de l'orientation choisie.

CORRIGÉ

Angle. $500\pi \times 1{,}0 \times 10^{-3} = \dfrac{\pi}{2}$: le cosinus est nul et le sinus vaut 1.

Valeurs. $q(t_1) = 0$ et $i(t_1) \approx -4{,}7 \times 10^{-3}\,\text{A}$.

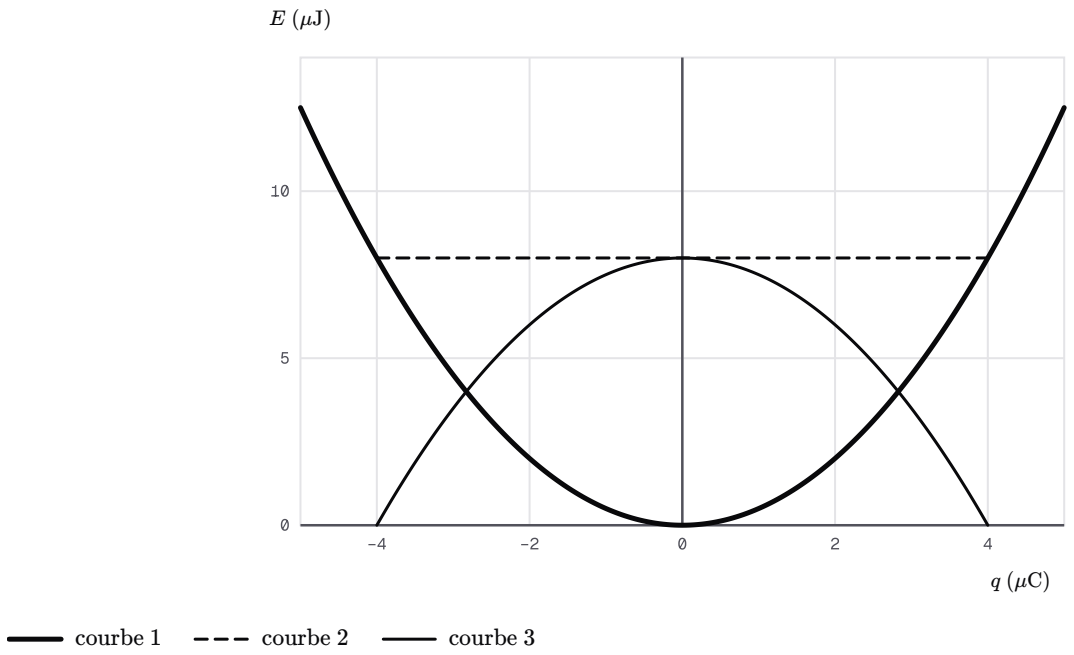
Conclusion. À t_1, le condensateur est déchargé et l'intensité est maximale en valeur absolue ; le courant circule en sens inverse de l'orientation choisie.

Exercice 6

Diagramme d'énergie d'une horloge à circuit LC

L'oscillateur d'une horloge électronique est modélisé par un circuit LC idéal, dont la bobine a une inductance $L = 0{,}15\,\mathrm{H}$.

Document. Diagramme d'énergie : trois courbes tracées en fonction de la charge q du condensateur, et non du temps. Elles représentent E_e, E_m et E, sans ordre.



Énergies du circuit de l'horloge en fonction de la charge du condensateur

1.

Identifier les trois courbes, puis lire l'énergie totale E et la charge maximale Q_m du condensateur.

INDICE

Outil : l'énergie du condensateur dépend du carré de sa charge ; l'énergie totale se conserve.

CORRIGÉ

Courbe 1. C'est une parabole nulle pour $q = 0$: c'est $E_e = \dfrac{q^2}{2C}$.

Courbe 2. Elle est horizontale : c'est l'énergie totale E, constante dans le circuit idéal. **Courbe 3.** C'est la différence $E - E_e$, donc E_m.

Lectures. $E \approx 8{,}0\,\mu\mathrm{J}$. Quand $|q| = Q_m$, le courant est nul et $E_e = E$: la parabole coupe la droite en $q \approx \pm 4{,}0\,\mu\mathrm{C}$.

Conclusion. Courbe 1 : E_e ; courbe 2 : E ; courbe 3 : E_m ; $E \approx 8{,}0\,\mu\mathrm{J}$ et $Q_m \approx 4{,}0\,\mu\mathrm{C}$.

2.

En déduire la capacité C du condensateur.

INDICE

Outil : l'énergie totale du circuit idéal, exprimée avec la charge maximale.

CORRIGÉ

Expression. $E = \dfrac{Q_m^2}{2C}$, donc $C = \dfrac{Q_m^2}{2E}$.

Application numérique.

$$C = \frac{(4{,}0 \times 10^{-6})^2}{2 \times 8{,}0 \times 10^{-6}}$$
$$C = 1{,}0 \times 10^{-6}\,\mathrm{F}$$

Conclusion. La capacité du condensateur vaut $1{,}0\,\mu\mathrm{F}$.

3.

À un instant où $q = 3{,}0\,\mu\mathrm{C}$, lire E_e sur le document, puis calculer E_m et la valeur absolue de l'intensité i.

INDICE

Début : lis l'ordonnée de la parabole pour cette charge. **Ensuite :** l'énergie de la bobine dépend du carré de l'intensité.

CORRIGÉ

Lecture. Pour $q = 3{,}0\,\mu\mathrm{C}$, la parabole donne $E_e \approx 4{,}5\,\mu\mathrm{J}$.

Énergie magnétique. $E_m = E - E_e \approx 8{,}0 - 4{,}5 = 3{,}5\,\mu\mathrm{J}$.

Intensité. $E_m = \dfrac{1}{2}\,L\,i^2$, donc :

$$|i| = \sqrt{\frac{2E_m}{L}}$$
$$|i| = \sqrt{\frac{7{,}0 \times 10^{-6}}{0{,}15}}$$
$$|i| \approx 6{,}8 \times 10^{-3}\,\mathrm{A}$$

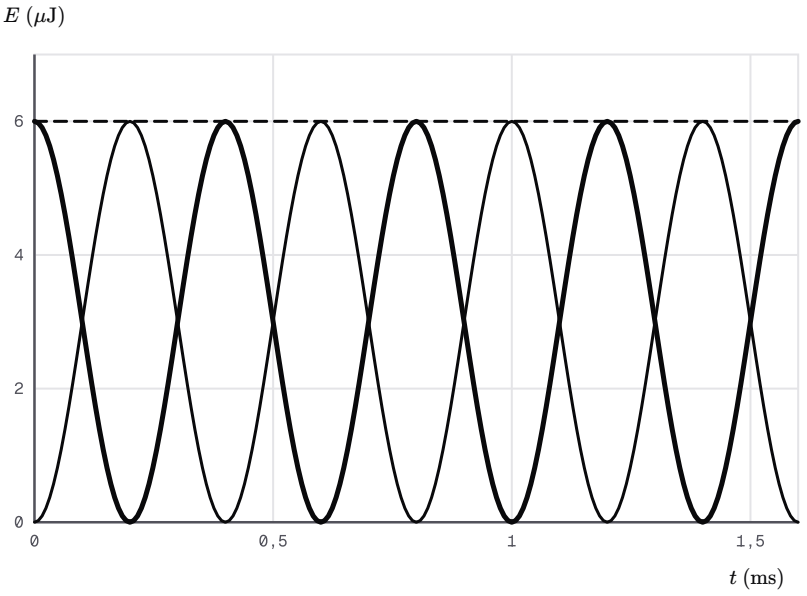
Conclusion. À cet instant, $E_m \approx 3{,}5\,\mu\mathrm{J}$ et l'intensité vaut environ $6{,}8\,\mathrm{mA}$ en valeur absolue.

Exercice 7

Courbes d'énergie du bip d'un four

Le bip d'un four est produit par un circuit LC quasi idéal, dont le condensateur a une capacité $C = 0{,}33\,\mu\text{F}$. À $t = 0$, le condensateur est chargé et le courant est nul.

Le document représente, en fonction du temps, l'énergie électrique du condensateur, l'énergie magnétique de la bobine et l'énergie totale, dans le désordre.



Énergies du circuit du bip en fonction du temps

1.

Associer chaque courbe à l'énergie qu'elle représente, en justifiant.

INDICE

Outil : à $t = 0$, regarde quelle énergie est maximale et laquelle est nulle.

CORRIGÉ

Courbe 3. Elle est maximale à $t = 0$, quand le condensateur est chargé : c'est E_e.

Courbe 1. Elle est nulle à $t = 0$, quand le courant est nul : c'est E_m.

Courbe 2. Elle reste constante et égale à la somme des deux autres : c'est E.

Conclusion. Courbe 1 : énergie magnétique ; courbe 2 : énergie totale ; courbe 3 : énergie électrique.

2.

Lire la période des énergies E_e et E_m, puis en déduire la période propre T_0.

INDICE

Point délicat : une énergie dépend du carré de la charge ou de l'intensité.

CORRIGÉ

Lecture. La courbe 3 repasse par son maximum à $t \approx 0{,}40\,\text{ms}$: la période des énergies vaut environ $0{,}40\,\text{ms}$.

Période propre. Les énergies ont une période moitié de T_0, donc $T_0 \approx 2 \times 0{,}40 = 0{,}80\,\text{ms}$.

Conclusion. La période propre du circuit vaut environ $0{,}80\,\text{ms}$.

3.

Calculer l'inductance L de la bobine.

INDICE

Outil : isole L dans l'expression de la période propre.

CORRIGÉ

Expression. $T_0^2 = 4\pi^2 LC$, donc $L = \dfrac{T_0^2}{4\pi^2 C}$.

Application numérique. $T_0^2 = 6{,}4 \times 10^{-7}\,\text{s}^2$ et $4\pi^2 C \approx 1{,}30 \times 10^{-5}\,\text{F}$:

$$L = \frac{6{,}4 \times 10^{-7}}{1{,}30 \times 10^{-5}}$$
$$L \approx 4{,}9 \times 10^{-2}\,\text{H}$$

Conclusion. L'inductance de la bobine vaut environ $49\,\text{mH}$.

Exercice 8

Entretien des oscillations d'un carillon électronique

Le circuit d'un carillon électronique comporte un condensateur, un résistor de résistance $R = 47\,\Omega$ et une bobine de résistance $r = 12\,\Omega$. Un générateur placé en série délivre une tension $u_G = k\,i$, proportionnelle à l'intensité du courant.

1.

Calculer la valeur de k qui donne des oscillations d'amplitude constante.

INDICE

Outil : la condition d'entretien des oscillations par le générateur.

CORRIGÉ

Condition. Les oscillations sont entretenues quand $k = R + r$.

Application numérique. $k = 47 + 12 = 59\,\Omega$.

Conclusion. Le générateur doit être réglé sur $k = 59\,\Omega$.

2.

Le générateur est réglé par erreur sur $k = 50\,\Omega$. Décrire l'évolution de la tension u_C.

INDICE

Outil : compare k à la résistance totale du circuit.

CORRIGÉ

Terme d'amortissement. $R + r - k = 59 - 50 = 9\,\Omega$: il est positif mais réduit.

Évolution. Le générateur ne compense qu'une partie de l'énergie dissipée par effet Joule.

Conclusion. L'amortissement est réduit sans être supprimé : l'amplitude de u_C diminue encore, plus lentement que sans générateur.