BURHAN

Ondes mécaniques progressives périodiques

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/ondes-mecaniques-progressives-periodiques/cours

Chapitre	Semestre
Ondes mécaniques progressives périodiques	Semestre 1

Onde progressive périodique et période temporelle

Une corde secouée à intervalles réguliers

Une longue corde élastique est tendue horizontalement. Son extrémité S est fixée à un vibreur. Toutes les $0{,}20\,\mathrm{s}$, le vibreur donne à S la même petite secousse vers le haut. Puis S revient au repos jusqu'à la secousse suivante.

Rappel : une perturbation se propage le long de la corde avec la célérité v. Un point M situé à la distance d de S la reproduit avec le retard $\tau = \dfrac{d}{v}$. Ici, $v = 8{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Devine : Le mouvement d'un point éloigné de la source

Un point M de la corde est à $2{,}4\,\mathrm{m}$ de S. Que fait-il, une fois atteint par la première secousse ?

A. Il reproduit chaque secousse de S, une toutes les $0{,}20\,\mathrm{s}$.

Juste.

Juste : chaque secousse arrive avec le même retard ; en M, elles se suivent au même rythme qu'en S.

B. Il reproduit la première secousse, puis reste immobile.

Faux.

La source continue de secouer la corde : chaque nouvelle secousse se propage aussi jusqu'à M .

C. Il reproduit les secousses, de plus en plus espacées.

Faux.

Toutes les secousses parcourent la même distance à la même célérité : leurs retards sont égaux.

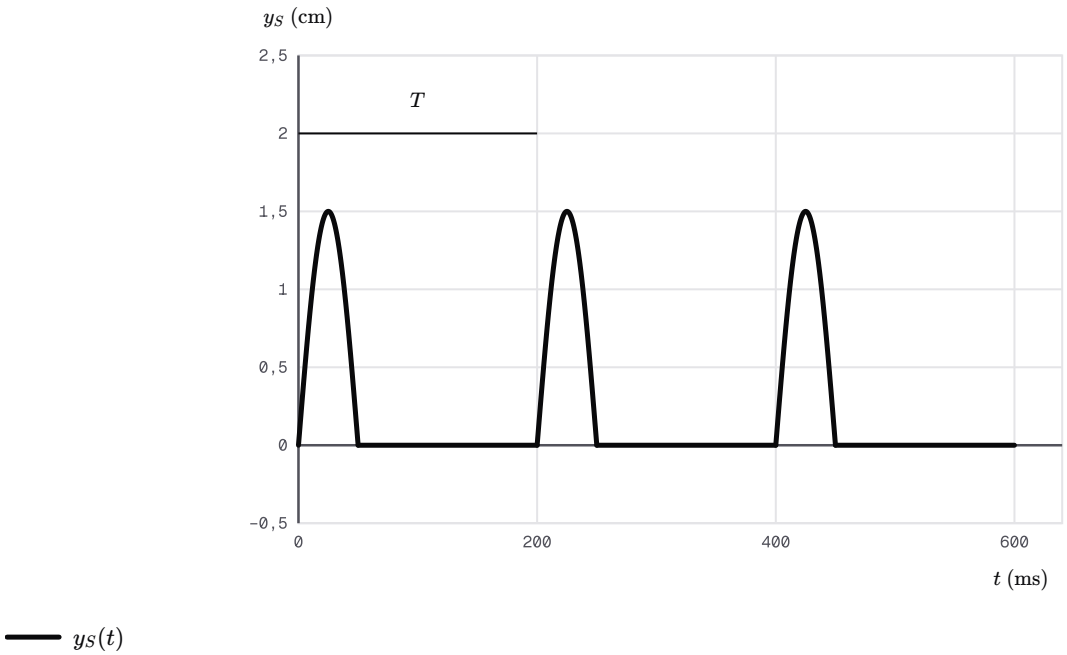
D. Il oscille sans arrêt, sans moment de repos.

Faux.

Entre deux secousses, S est au repos ; M l'est aussi, avec un retard.

Correction

Chaque secousse parcourt la même distance d à la même célérité v : elle atteint M avec le même retard τ. Les secousses arrivent donc en M à intervalles de $0{,}20\,\mathrm{s}$, comme elles quittent S. Le mouvement de M se répète comme celui de la source.



Élongation de l'extrémité S de la corde en fonction du temps : une secousse identique toutes les 0,20 s.

Dans ce chapitre, tu décris les ondes dont la source se répète : leur période, leur fréquence, leur longueur d'onde. Tu apprends à mesurer ces grandeurs. Puis tu étudies deux phénomènes : la diffraction par une ouverture et la dispersion par le milieu.

La période temporelle

En clair. Sur la courbe, la même secousse revient toutes les $0{,}20\,\text{s}$: le mouvement de S est périodique. La durée entre le début de deux secousses successives est sa période. L'onde qui parcourt la corde est une onde progressive périodique.

Définition : Onde progressive périodique et période temporelle

Une onde progressive est **périodique** lorsque la perturbation imposée par la source se reproduit identique à elle-même à intervalles de temps égaux.

La plus petite durée au bout de laquelle la perturbation se reproduit identique à elle-même est la **période temporelle** T de l'onde. Elle s'exprime en secondes (s).

Chaque point du milieu atteint par l'onde reproduit le mouvement de la source avec un retard : il vibre avec la même période T.

Exemple : Les dates d'arrivée des secousses en un point

Le point M est à $d = 2{,}4\,\text{m}$ de S. Son retard vaut

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{d}{v} \\ &= \frac{2{,}4\,\mathrm{m}}{8{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}} \\ &= 0{,}30\,\mathrm{s}\end{aligned}$$

Les secousses quittent S aux dates 0, $0{,}20\,\mathrm{s}$, $0{,}40\,\mathrm{s}$… Elles atteignent M aux dates $0{,}30\,\mathrm{s}$, $0{,}50\,\mathrm{s}$, $0{,}70\,\mathrm{s}$… Le point M vibre avec la période de la source, $T = 0{,}20\,\mathrm{s}$.

Reconnaître une onde périodique

Vérifie : Une perturbation qui se répète

Laquelle de ces situations produit une onde progressive périodique ?

A. Un caillou tombe une seule fois dans une mare.

Faux.

Une seule perturbation : rien ne se répète.

B. Une élève frappe dans ses mains à des moments pris au hasard.

Faux.

Les claps se répètent, mais à intervalles inégaux : il n'y a aucune période.

C. Des gouttes tombent d'un robinet sur l'eau, une toutes les $0{,}50\,\mathrm{s}$.

Juste.

Juste : la même perturbation se reproduit à intervalles de temps égaux.

D. On secoue une seule fois l'extrémité d'une corde.

Faux.

C'est une onde progressive, mais une secousse unique ne se répète pas.

Correction

Une onde est périodique lorsque la perturbation de la source se reproduit identique à elle-même, à intervalles de temps égaux. Seules les gouttes du robinet réunissent les deux conditions : même perturbation, intervalles égaux de $0{,}50\,\mathrm{s}$.

À toi : Retard et dates d'arrivée pour un nouveau réglage

On règle le vibreur : une secousse toutes les $0{,}25\,\mathrm{s}$. La célérité reste $8{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Un point P est à $3{,}2\,\mathrm{m}$ de S. Calcule le retard de P, puis les dates d'arrivée des trois premières secousses. Quelle est la période du mouvement de P ? Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1

Le retard se calcule à partir de la distance et de la célérité de la corde.

Indice 2

La première secousse quitte S à $t = 0$, les suivantes toutes les $0{,}25\,\mathrm{s}$.

Indice 3

Point délicat : le retard décale les dates d'arrivée ; il ne change pas l'intervalle entre deux secousses.

Réponse

Le retard vaut

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{d}{v} \\ &= \frac{3{,}2\,\mathrm{m}}{8{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}} \\ &= 0{,}40\,\mathrm{s}\end{aligned}$$

Les secousses atteignent P aux dates $0{,}40\,\mathrm{s}$, $0{,}65\,\mathrm{s}$ et $0{,}90\,\mathrm{s}$. Le point P vibre avec la période de la source : $T = 0{,}25\,\mathrm{s}$.

Onde sinusoïdale : période et fréquence

Le son d'un diapason sur l'écran

On frappe un diapason devant un microphone relié à un oscilloscope. Le microphone transforme la vibration de l'air en une tension électrique de même période. L'écran affiche cette tension en fonction du temps.

Rappel : l'oscilloscope a deux sensibilités. La sensibilité horizontale S_h est la durée de balayage d'une division. La sensibilité verticale S_v est la tension d'une division.

Devine : La forme du signal d'un diapason

Les branches du diapason vibrent de façon régulière, sans à-coups. Quelle courbe attends-tu sur l'écran ?

A. Des secousses brèves, séparées par des paliers.

Faux.

C'est la forme des secousses de la corde ; un diapason vibre sans s'arrêter.

B. Une sinusoïde régulière.

Juste.

Juste : le diapason oscille de part et d'autre de son repos, et l'air suit ce mouvement.

C. Une droite horizontale.

Faux.

Ce serait une tension constante : aucune vibration.

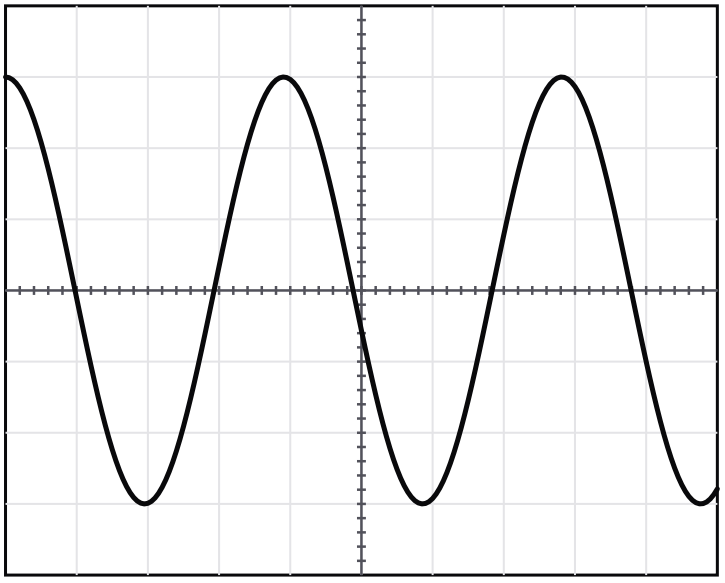
D. Une courbe qui monte sans cesse.

Faux.

Une tension qui croît sans fin ne décrit aucune vibration.

Correction

> Les branches du diapason oscillent de part et d'autre de leur position de repos, de façon sinusoïdale. L'air puis le microphone reproduisent ce mouvement : l'écran montre une sinusoïde. L'oscillogramme qui suit le confirme.



Voie Y : 20 $\mathrm{mV/div}$ Balayage : 1 $\mathrm{ms/div}$

Oscillogramme du son du diapason. Balayage : 1 ms par division ; voie Y : 20 mV par division.

Exemple : La période lue sur l'oscillogramme

La crête du bord gauche et la troisième crête sont séparées de $x \approx 7{,}8$ divisions : cela fait $n = 2$ périodes. Avec $S_h = 1\,\mathrm{ms/div}$:

$$\begin{aligned} 2\,T &= x \cdot S_h \\ &\approx 7{,}8 \times 1\,\mathrm{ms} \\ &\approx 7{,}8\,\mathrm{ms} \end{aligned}$$

Donc $T \approx 3{,}9\,\mathrm{ms}$. La crête monte à $3{,}0$ divisions au-dessus de la ligne centrale : l'amplitude de la tension vaut $3{,}0 \times 20\,\mathrm{mV} = 60\,\mathrm{mV}$.

Onde sinusoïdale et fréquence

En clair. La tension, image de la vibration de l'air, est une fonction sinusoïdale du temps. Le son du diapason est une onde progressive sinusoïdale. Sa période est celle du diapason.

Définition : Onde progressive sinusoïdale, période et fréquence

Une onde progressive périodique est **sinusoïdale** lorsque l'élongation de la source est une fonction sinusoïdale du temps :

$$y_S(t) = Y_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}\,t + \varphi\right).$$

Y_m est l'**amplitude**, T la **période** et φ une constante fixée par le choix de l'origine des dates.

La **fréquence** N est le nombre de périodes par seconde :

$$N = \frac{1}{T}.$$

Elle s'exprime en hertz : $1\,\mathrm{Hz} = 1\,\mathrm{s}^{-1}$.

Exemple : La fréquence du diapason

La période vaut $T \approx 3{,}9\,\mathrm{ms}$, soit $3{,}9 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}$. Alors

$$N = \frac{1}{T} = \frac{1}{3{,}9 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}}$$
$$= 2{,}6 \times 10^{2}\,\mathrm{Hz}$$

Le diapason porte l'indication $256\,\mathrm{Hz}$: la mesure est cohérente, à la précision de la lecture.

Mesurer une période sur un écran

Méthode : Mesurer une période et une fréquence à l'oscilloscope

1. **Repère** sur l'écran le plus grand nombre entier n de périodes complètes, par exemple entre deux crêtes.
2. **Mesure** leur longueur x, en divisions, le long de l'axe horizontal.
3. **Calcule** $n\,T = x \cdot S_h$, puis T, et convertis-la en secondes.
4. **Déduis** la fréquence $N = \dfrac{1}{T}$, en hertz, avec les chiffres significatifs de la lecture.

Chiffres significatifs. Un résultat calculé garde autant de chiffres significatifs que la donnée la moins précise. Les zéros de gauche ne comptent pas : $0{,}050\,\mathrm{s}$ en a deux. Une sensibilité est un réglage de l'appareil, supposé exact : c'est la lecture qui fixe la précision.

La lecture $7{,}8$ divisions a deux chiffres : la fréquence s'écrit $2{,}6 \times 10^{2}\,\mathrm{Hz}$, et non $256\,\mathrm{Hz}$. Cette règle vaut dans tout le chapitre.

Écrire et calculer une fréquence mesurée

> **Vérifie : L'écriture d'une fréquence mesurée**
>
> Sur un autre écran, une période se lit $T \approx 2{,}5\,\mathrm{ms}$. Comment écrire la fréquence ?

A. $N = 400{,}0\,\mathrm{Hz}$

Faux.

Quatre chiffres : bien plus que la lecture n'en donne.

B. $N = 400\,\mathrm{Hz}$

Faux.

Écrit ainsi, le résultat semble avoir trois chiffres significatifs.

C. $N = 4{,}0 \times 10^{2}\,\mathrm{Hz}$

Juste.

Juste : deux chiffres, comme la lecture $2{,}5\,\mathrm{ms}$.

D. $N = 0{,}4$

Faux.

Sans unité, et avec un seul chiffre, ce résultat ne dit rien de précis.

Correction

On convertit : $T = 2{,}5 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}$. Alors

$$\begin{aligned} N &= \frac{1}{2{,}5 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}} \\ &= 4{,}0 \times 10^{2}\,\mathrm{Hz} \end{aligned}$$

La lecture a deux chiffres significatifs ; le résultat aussi, en écriture scientifique.

À toi : Fréquence d'un second diapason

On frappe un second diapason. Avec $S_h = 0{,}5\,\mathrm{ms/div}$, trois périodes complètes occupent $6{,}8$ divisions. Calcule la période, puis la fréquence de ce son. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1

Applique la méthode de mesure d'une période : $n\,T = x \cdot S_h$.

Indice 2

Convertis la durée en secondes avant de calculer la fréquence.

Indice 3

Point délicat : combien de chiffres significatifs la lecture de $6{,}8$ divisions laisse-t-elle au résultat ?

Réponse

Trois périodes durent

$$\begin{aligned} 3\,T &= 6{,}8 \times 0{,}5\,\mathrm{ms} \\ &= 3{,}4\,\mathrm{ms} \end{aligned}$$

Donc $T = \dfrac{3{,}4\,\mathrm{ms}}{3} \approx 1{,}1\,\mathrm{ms}$. Pour ne pas arrondir T, on calcule

$$N = \frac{3}{3{,}4 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}} = 8{,}8 \times 10^{2}\,\mathrm{Hz}$$

Longueur d'onde et relation λ = v·T

L'aspect de la corde à un instant

On remplace les secousses par un mouvement sinusoïdal : le vibreur fait osciller S à la fréquence $N = 20\,\mathrm{Hz}$. La corde est la même, la célérité aussi : $v = 8{,}0\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Le vibreur démarre à $t = 0$. À l'instant $t_1 = 0{,}15\,\mathrm{s}$, on photographie la corde.

Devine : La forme de la corde photographiée

À quoi ressemble la corde sur la photographie ?

A. Une sinusoïde régulière sur toute la longueur de la corde, jusqu'au bout.

Faux.

À t_1, l'onde n'a parcouru que la distance $v\,t_1$: la partie lointaine est encore au repos.

B. Une sinusoïde jusqu'au front de l'onde, puis la corde au repos.

Juste.

Juste : seuls les points déjà atteints par l'onde vibrent.

C. Une seule bosse, près du front.

Faux.

Le vibreur oscille sans cesse : chaque oscillation de la source laisse une ondulation sur la corde.

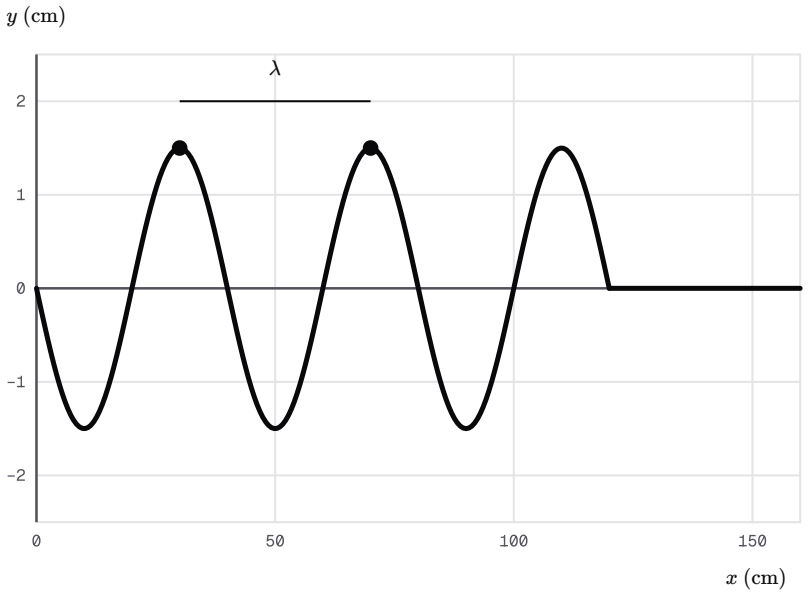
D. Une corde rectiligne, car tout bouge trop vite.

Faux.

Une photographie fige l'instant : l'élongation de chaque point y est nette.

Correction

Le front de l'onde est à la distance $v\,t_1 = 8{,}0\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} \times 0{,}15\,\mathrm{s} = 1{,}2\,\mathrm{m}$ de S. Les points situés avant le front vibrent ; au-delà, la corde est encore au repos. La figure montre cet **aspect de la corde** à l'instant t_1 : l'élongation y en fonction de la position x.

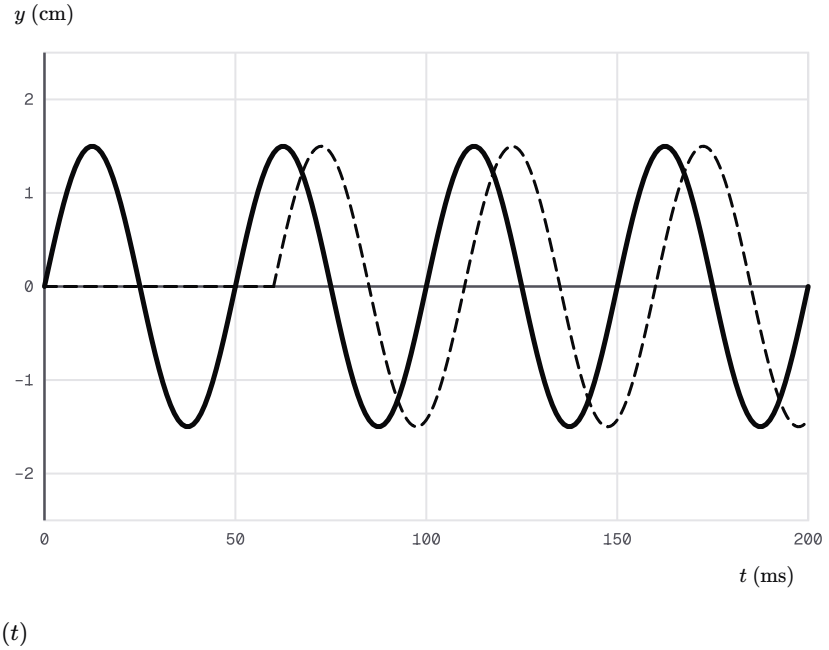


Aspect de la corde à l'instant 0,15 s : élongation en fonction de la distance à la source.

L'élongation d'un point au cours du temps

Rappel : un point M à la distance d de la source reproduit son mouvement avec le retard $\tau = \dfrac{d}{v}$: $y_M(t) = y_S(t - \tau)$.

Ici, M est à $d = 0{,}48\,\text{m}$ de S. Son retard vaut $\tau = \dfrac{0{,}48\,\text{m}}{8{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}} = 0{,}060\,\text{s}$, soit $60\,\text{ms}$. La figure suivante donne $y_S(t)$ et $y_M(t)$.



Élongations de la source S et du point M de la corde en fonction du temps.

Vérifie : Ce que l'on lit sur une courbe du temps

Sur la courbe de $y_S(t)$, deux crêtes successives sont séparées d'environ $50\,\text{ms}$. Que représente cette durée ?

A. La période T de l'onde.

Juste.

Juste : l'axe horizontal porte le temps ; deux crêtes successives sont séparées d'une période.

B. Le retard τ du point M.

Faux.

Le retard sépare deux courbes, y_S et y_M ; ici, on reste sur une seule courbe.

C. La longueur d'onde λ.

Faux.

Une longueur se lit sur l'aspect de la corde, pas sur un axe des temps.

Correction

Sur $y_S(t)$, deux crêtes successives sont séparées d'une période : $T \approx 50\,\text{ms}$. C'est cohérent avec $T = \dfrac{1}{N} = \dfrac{1}{20\,\text{Hz}} = 0{,}050\,\text{s}$. Le décalage entre les deux courbes est le retard : $\tau \approx 60\,\text{ms}$.

En clair. Pendant une période, la source fait une oscillation complète. Pendant ce temps, l'onde avance de $v\,T = 8{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \times 0{,}050\,\text{s} = 0{,}40\,\text{m}$. Sur l'aspect de la corde, deux crêtes voisines sont distantes d'environ $40\,\text{cm}$: c'est la même distance.

Relier longueur d'onde, célérité et période

Définition : Longueur d'onde

La **longueur d'onde** λ d'une onde progressive sinusoïdale est la distance parcourue par l'onde pendant une durée égale à sa période T.

Elle s'exprime en mètres (m).

Pourquoi est-ce vrai ? Dans un milieu homogène, la distance parcourue par l'onde est proportionnelle à la durée : $d = v\,\Delta t$. La longueur d'onde est la distance parcourue pendant une durée particulière, $\Delta t = T$.

Propriété : Relation entre longueur d'onde, célérité et période

Une onde progressive sinusoïdale de période T et de fréquence N se propage avec la célérité v dans un milieu homogène. Sa longueur d'onde vaut :

$$\lambda = v\,T = \frac{v}{N}.$$

Démonstration

Étape 1. Dans un milieu homogène, l'onde se propage à la célérité constante v. D'après la relation entre le retard temporel, la distance et la célérité, la distance parcourue pendant une durée Δt vaut $d = v\,\Delta t$.

Étape 2. Par définition, la longueur d'onde λ est la distance parcourue pendant la durée $\Delta t = T$. Donc $\lambda = v\,T$.

Étape 3. La fréquence vaut $N = \dfrac{1}{T}$, donc $T = \dfrac{1}{N}$ et $\lambda = \dfrac{v}{N}$.

Étape 4. Contrôle par les dimensions : $[v\,T] = \mathrm{L}\cdot\mathrm{T}^{-1}\cdot\mathrm{T} = \mathrm{L}$, qui est bien la dimension d'une longueur.

À retenir : Le geste de la preuve : une distance parcourue pendant une période

La preuve applique $d = v\,\Delta t$ à la durée $\Delta t = T$: la distance obtenue est, par définition, la longueur d'onde. Puis $T = \dfrac{1}{N}$ donne $\lambda = \dfrac{v}{N}$. Aucune autre loi n'intervient.

Vérifie : L'argument central de la preuve

Dans la preuve de $\lambda = v\,T$, quel argument relie la longueur d'onde à la célérité ?

A. La lecture de la distance entre deux crêtes sur la figure.

Faux.

Une lecture confirme la relation sur un exemple ; elle ne l'établit pas pour toute onde.

B. La relation $N = \dfrac{1}{T}$.

Faux.

Elle sert à l'étape 3, pour passer de $v\,T$ à $\dfrac{v}{N}$.

C. L'absence d'amortissement de l'onde.

Faux.

L'amplitude n'intervient pas : seule la distance parcourue compte.

D. La définition de λ : la distance parcourue pendant une période.

Juste.

Juste : c'est l'étape 2 de la preuve, appliquée à $d = v\,\Delta t$.

Correction

L'étape 1 rappelle $d = v\,\Delta t$ dans un milieu homogène. L'étape 2 prend $\Delta t = T$: la distance parcourue est alors la longueur d'onde, par sa définition. D'où $\lambda = v\,T$.

Calculer et lire une longueur d'onde

Exemple : Longueur d'onde pour deux réglages du vibreur

Pour $N = 20\,\text{Hz}$, avec $v = 8{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$:

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{v}{N}\\ &= \frac{8{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{20\,\text{Hz}}\\ &= 0{,}40\,\text{m}\end{aligned}$$

Pour $N = 50\,\text{Hz}$, la même corde donne $\lambda = \dfrac{8{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{50\,\text{Hz}} = 0{,}16\,\text{m}$. À célérité égale, une fréquence plus grande donne une longueur d'onde plus courte.

Équation aux dimensions. On note L la dimension d'une longueur et T celle d'une durée. Une célérité est une longueur divisée par une durée : $[v] = \text{L}\cdot\text{T}^{-1}$. Une période est une durée. Donc

$$\begin{aligned}[v\,T] &= \text{L}\cdot\text{T}^{-1}\cdot\text{T}\\ &= \text{L}\end{aligned}$$

On retrouve $[\lambda] = \text{L}$: la relation est homogène, et λ s'exprime en mètres.

Attention : Deux graphes, deux périodes différentes

✗ « Sur la courbe de $y_M(t)$, deux crêtes sont séparées de $50\,\text{ms}$: $\lambda = 50\,\text{ms}$. »

✓ Sur $y(t)$, l'axe horizontal porte des durées : on y lit la période T. Sur l'aspect de la corde, $y(x)$, il porte des distances : on y lit λ. Une longueur d'onde s'exprime en mètres, jamais en secondes.

À toi : Période, longueur d'onde et front à 25 Hz

On règle le vibreur à $N = 25\,\text{Hz}$, sur la même corde. Calcule la période et la longueur d'onde. Où est le front de l'onde à $t = 0{,}20\,\text{s}$? Combien de longueurs d'onde la corde porte-t-elle alors ? Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1
La période est l'inverse de la fréquence.
Indice 2
La relation entre longueur d'onde, célérité et période donne la longueur d'onde.
Indice 3
Point délicat : le front est à la distance $v\,t$ de la source ; divise-la par λ.

Réponse
La période vaut $T = \dfrac{1}{25\,\text{Hz}} = 0{,}040\,\text{s}$. Puis

$$\begin{aligned}\lambda &= v\,T \\ &= 8{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} \\ &\quad \times 0{,}040\,\mathrm{s} \\ &= 0{,}32\,\mathrm{m}\end{aligned}$$

Le front est à $v\,t = 8{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} \times 0{,}20\,\mathrm{s} = 1{,}6\,\mathrm{m}$ de S. La corde porte $\dfrac{1{,}6\,\mathrm{m}}{0{,}32\,\mathrm{m}} = 5$ longueurs d'onde.

Double périodicité de l'onde sinusoïdale

Deux points distants d'une longueur d'onde

Devine : Deux points à 0,40 m l'un de l'autre

Sur la corde excitée à $20\,\mathrm{Hz}$, les points A et B sont à $0{,}40\,\mathrm{m}$ l'un de l'autre, soit une longueur d'onde. L'onde les a déjà atteints. Compare leurs élongations à un même instant.

A. Elles sont égales à chaque instant.

Juste.

Juste : B fait ce que A faisait une période plus tôt, c'est-à-dire la même chose.

B. Elles sont opposées à chaque instant.

Faux.

Le retard de B vaut une période entière : rien ne change d'une période à l'autre.

C. B reste au repos quand A bouge.

Faux.

Une fois atteint, B vibre sans arrêt, comme A.

D. On ne peut rien dire sans connaître l'instant.

Faux.

La comparaison vaut à tout instant, une fois l'onde arrivée aux deux points.

Correction

Le retard de B sur A vaut $\tau = \dfrac{0{,}40\,\mathrm{m}}{8{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}} = 0{,}050\,\mathrm{s}$: exactement une période. B refait donc ce que A faisait une période plus tôt, c'est-à-dire la même élongation. Sur l'aspect de la corde, les crêtes voisines à $30\,\mathrm{cm}$ et à $70\,\mathrm{cm}$ le confirment.

Sur la photographie de la corde à l'instant t_1, le motif se répète : crêtes vers 30, 70 et $110\,\mathrm{cm}$, creux vers 10, 50 et $90\,\mathrm{cm}$. Décaler la courbe de $40\,\mathrm{cm}$ la ramène sur elle-même. À un instant donné, l'aspect de la corde est périodique dans l'espace, de période λ.

Période temporelle et période spatiale

L'onde sinusoïdale a donc deux périodes, lues sur deux graphes différents :

Période	Graphe	Unité
temporelle T	$y(t)$ d'un point	seconde
spatiale λ	$y(x)$ à un instant	mètre

On parle de **double périodicité**. La relation $\lambda = v\,T$ relie ces deux périodes.

Vérifie : La grandeur lue entre deux creux

Un graphe donne l'élongation d'une corde en fonction d'une grandeur graduée en centimètres. Deux creux voisins y sont séparés de $40\,\mathrm{cm}$. Que lis-tu ?

A. La période : $T \approx 40\,\mathrm{cm}$.

Faux.

Une période est une durée ; elle ne s'exprime pas en centimètres.

B. La longueur d'onde : $\lambda \approx 40\,\mathrm{cm}$.

Juste.

Juste : l'axe porte des distances ; c'est l'aspect du milieu à un instant.

C. La célérité de l'onde.

Faux.

Une célérité se calcule, par exemple par $v = \lambda\,N$; elle ne se lit pas entre deux creux.

D. Le retard entre deux points.

Faux.

Un retard est une durée, lue entre deux courbes $y(t)$.

Correction

Un axe gradué en centimètres porte des positions : le graphe est l'aspect du milieu à un instant. Deux creux voisins sont séparés d'une période spatiale, la longueur d'onde : $\lambda \approx 40\,\mathrm{cm}$.

Ce qui fixe la fréquence et la longueur d'onde

Devine : Doubler la fréquence du vibreur

On passe de $20\,\mathrm{Hz}$ à $40\,\mathrm{Hz}$, sans changer la tension de la corde. Que devient la longueur d'onde ?

A. Elle double.

Faux.

Ce serait vrai si λ était proportionnelle à N ; elle est proportionnelle à T.

B. Elle ne change pas.

Faux.

La période change : la distance parcourue pendant une période change aussi.

C. La célérité double et la longueur d'onde reste la même.

Faux.
La célérité dépend de la corde et de sa tension, pas du vibreur.

D. Elle est divisée par deux.

Juste.
Juste : la célérité ne change pas, et $\lambda = \dfrac{v}{N}$.

Correction

La célérité dépend de la corde : elle reste $8{,}0\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. La longueur d'onde devient $\lambda = \dfrac{8{,}0\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}}{40\,\mathrm{Hz}} = 0{,}20\,\mathrm{m}$: elle est divisée par deux.

Attention : La source fixe la fréquence, le milieu fixe la célérité

✗ « En augmentant la fréquence du vibreur, l'onde va plus vite sur la corde. »

✓ La fréquence N est imposée par la source. La célérité v dépend du milieu, ici la corde tendue ; dans certains milieux, elle dépend aussi de la fréquence. La longueur d'onde s'en déduit : $\lambda = \dfrac{v}{N}$.

À toi : Longueur d'onde et célérité à 15 Hz

On règle le vibreur à $15\,\mathrm{Hz}$. Sur une photographie de la corde, la première et la quatrième crête sont distantes de $1{,}62\,\mathrm{m}$. Calcule la longueur d'onde, puis la célérité. La corde a-t-elle changé ? Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1
Repère sur la photographie les deux crêtes qui délimitent la distance mesurée.

Indice 2
La relation $\lambda = \dfrac{v}{N}$ donne $v = \lambda\, N$.

Indice 3
Point délicat : combien de longueurs d'onde séparent la première de la quatrième crête ?

Réponse
On a $3\,\lambda = 1{,}62\,\mathrm{m}$, donc $\lambda = 0{,}54\,\mathrm{m}$. Puis

$$\begin{aligned} v &= \lambda\, N \\ &= 0{,}54\,\mathrm{m} \times 15\,\mathrm{Hz} \\ &= 8{,}1\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1} \end{aligned}$$

On retrouve $8{,}0\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ à la précision des mesures près : la corde et sa tension n'ont pas changé.

Tu as prévu l'état de deux points distants de λ. La section suivante établit la règle générale : tout dépend du rapport entre la distance des deux points et la longueur d'onde.

Points en phase et en opposition de phase

Vibrer en phase, vibrer en opposition de phase

Devine : Deux points à une demi-longueur d'onde

Sur la corde excitée à $20\,\mathrm{Hz}$, deux points C et D sont à $0{,}20\,\mathrm{m}$ l'un de l'autre, soit $\dfrac{\lambda}{2}$. Compare leurs élongations à un même instant, une fois l'onde arrivée.

A. Elles sont égales.

Faux.
Ce serait vrai pour une distance d'une longueur d'onde entière.

B. Elles sont opposées.

Juste.
Juste : le retard vaut une demi-période, qui inverse une sinusoïde.

C. Elles sont nulles toutes les deux.

Faux.
Les deux points vibrent ; ils passent par zéro aux mêmes instants seulement.

D. L'élongation de D vaut la moitié de celle de C.

Faux.
Sans amortissement, les deux points ont la même amplitude.

Correction
Le retard de D vaut $\tau = \dfrac{0{,}20\,\mathrm{m}}{8{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}} = 0{,}025\,\mathrm{s}$, la moitié de la période $T = 0{,}050\,\mathrm{s}$. Une demi-période plus tôt, C avait l'élongation opposée. D a donc à chaque instant l'élongation opposée à celle de C : ils vibrent **en opposition de phase**.

Pourquoi est-ce vrai ? Le point le plus éloigné reproduit le mouvement de l'autre avec le retard $\tau = \dfrac{d}{v}$. Compté en périodes, ce retard vaut $\dfrac{d}{\lambda}$. Un nombre entier de périodes ne change rien ; une demi-période de plus inverse le signe.

Propriété : Points qui vibrent en phase ou en opposition de phase

Une onde progressive sinusoïdale de longueur d'onde λ se propage sans amortissement. Deux points M_1 et M_2 d'une même direction de propagation sont à la distance $d = M_1M_2$; on les observe après l'arrivée de l'onde en chacun d'eux.

- Si $d = k\,\lambda$, avec k entier naturel non nul, M_1 et M_2 vibrent **en phase** : à chaque instant, ils ont la même élongation.
- Si $d = (2k+1)\,\dfrac{\lambda}{2}$, avec k entier naturel, ils vibrent **en opposition de phase** : à chaque instant, leurs élongations sont opposées.

En particulier, à un instant donné, l'aspect du milieu se reproduit identique à lui-même tous les λ : la longueur d'onde est la **période spatiale** de l'onde. L'onde a ainsi une **double périodicité**, temporelle (T) et spatiale (λ).

Démonstration

Étape 1. Le point M_2, plus éloigné de la source, reproduit le mouvement de M_1 avec le retard $\tau = \dfrac{d}{v}$ (relation entre le retard temporel, la distance et la célérité) : $y_{M_2}(t) = y_{M_1}(t - \tau)$.

Étape 2. D'après la relation entre longueur d'onde, célérité et période, $v = \dfrac{\lambda}{T}$, donc $\tau = \dfrac{d}{\lambda}\,T$.

Étape 3. Si $d = k\,\lambda$, alors $\tau = k\,T$. L'élongation de M_1 est périodique de période T, donc $y_{M_2}(t) = y_{M_1}(t - kT) = y_{M_1}(t)$: les deux points vibrent en phase.

Étape 4. Si $d = (2k+1)\,\dfrac{\lambda}{2}$, alors $\tau = k\,T + \dfrac{T}{2}$. Avec $y_{M_1}(t) = Y_m \cos\left(\dfrac{2\pi}{T}\,t + \varphi_1\right)$, on obtient $y_{M_2}(t) = Y_m \cos\left(\dfrac{2\pi}{T}\,t + \varphi_1 - 2k\pi - \pi\right)$.

Étape 5. Le cosinus est périodique de période 2π et $\cos(\alpha - \pi) = -\cos\alpha$: donc $y_{M_2}(t) = -y_{M_1}(t)$, les deux points vibrent en opposition de phase.

Étape 6. À un instant donné, deux points distants de λ ont donc la même élongation : l'aspect du milieu se répète tous les λ le long de la direction de propagation.

À retenir : Le geste de la preuve : un retard compté en périodes

La preuve écrit le retard en périodes : $\tau = \dfrac{d}{\lambda}\,T$. Pour $d = k\,\lambda$, la périodicité de l'élongation redonne la même valeur. Pour une demi-longueur d'onde de plus, la relation $\cos(\alpha - \pi) = -\cos\alpha$ donne la valeur opposée.

Vérifie : L'argument de l'opposition de phase

Dans la preuve, quel argument donne des élongations opposées pour $d = (2k+1)\,\dfrac{\lambda}{2}$?

A. La relation $d = v\,\tau$ seule.

Faux.

Elle donne le retard (étape 1), pas le signe de l'élongation.

B. L'amortissement de l'onde entre les deux points.

Faux.

La preuve suppose au contraire l'amortissement négligé.

C. La relation $\cos(\alpha - \pi) = -\cos\alpha$.

Juste.

Juste : c'est l'étape 5 de la preuve.

D. La lecture de l'aspect de la corde.

Faux.

Une lecture illustre le résultat sur un exemple ; la preuve vaut pour toute onde sinusoïdale.

Correction

Le retard vaut $k\,T + \dfrac{T}{2}$ (étape 4). La périodicité du cosinus retire $2k\pi$, puis $\cos(\alpha - \pi) = -\cos\alpha$ change le signe (étape 5) : $y_{M_2}(t) = -y_{M_1}(t)$.

Comparer deux points par un rapport de distances

Exemple : États vibratoires de trois paires de points de la corde

Sur la corde excitée à $20\,\text{Hz}$, $\lambda = 0{,}40\,\text{m}$.

- Points distants de $1{,}20\,\text{m}$: $\dfrac{d}{\lambda} = 3$, un entier. Ils vibrent en phase.
- Points distants de $1{,}00\,\text{m}$: $\dfrac{d}{\lambda} = 2{,}5$. Ils vibrent en opposition de phase.
- Points distants de $0{,}70\,\text{m}$: $\dfrac{d}{\lambda} = 1{,}75$. Ils ne vibrent ni en phase, ni en opposition de phase.

Méthode : Trouver l'état vibratoire de deux points

1. **Trouve** la longueur d'onde : mesurée, ou calculée par $\lambda = \dfrac{v}{N}$.
2. **Mesure** la distance d des deux points, sur une même direction de propagation.
3. **Calcule** le rapport $\dfrac{d}{\lambda}$.
4. **Conclus** : un entier, les points vibrent en phase ; un entier plus un demi, en opposition de phase ; une autre valeur, ni l'un ni l'autre.

Mesurer une longueur d'onde avec deux récepteurs

Méthode : Mesurer une longueur d'onde par des positions en phase

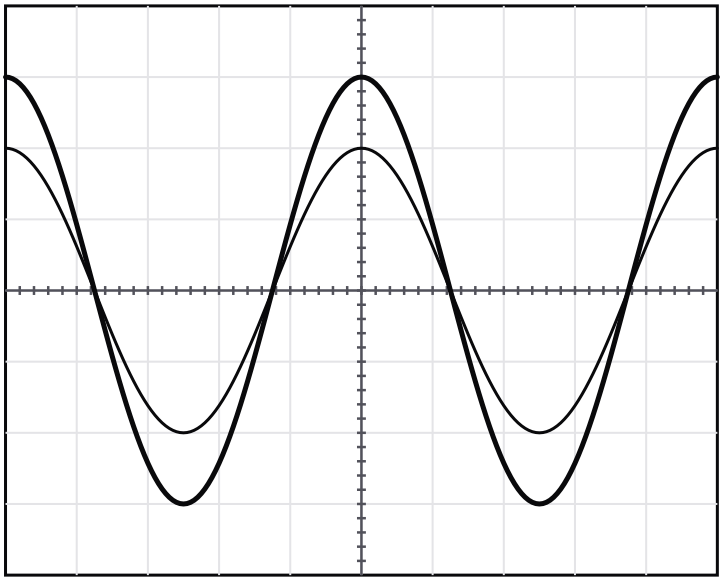
1. **Place** deux récepteurs face à l'émetteur, sur une même direction de propagation, reliés aux deux voies de l'oscilloscope.
2. **Pars** d'une position où les deux signaux sont en phase.
3. **Éloigne** le second récepteur et compte k nouvelles positions où les signaux sont en phase ; mesure son déplacement d.
4. **Calcule** $\lambda = \dfrac{d}{k}$: plus k est grand, plus l'erreur relative sur λ est petite.

Méthode : Montage, protocole, exploitation de la mesure de la célérité des ultrasons

Montage. Un générateur de basses fréquences alimente un émetteur d'ultrasons à $N = 40{,}0\,\mathrm{kHz}$. Deux récepteurs R_1 et R_2 sont posés face à l'émetteur, sur une règle graduée parallèle à la propagation. Ils sont reliés aux voies Y_1 et Y_2 d'un oscilloscope.

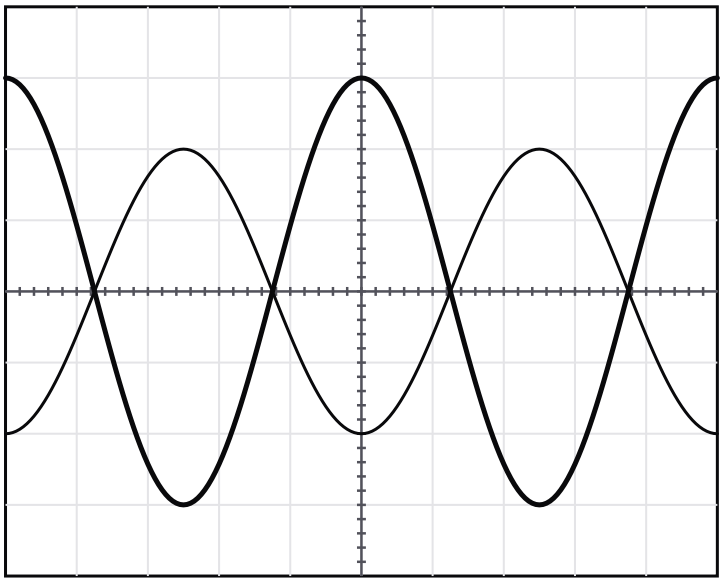
Protocole. On place R_1 et R_2 côte à côte : les signaux sont en phase. On garde R_1 fixe et on éloigne lentement R_2. On compte les positions où les signaux sont de nouveau en phase. À la dixième, on relève le déplacement d de R_2.

Exploitation. Entre deux positions en phase successives, R_2 s'éloigne d'une longueur d'onde. Donc $\lambda = \dfrac{d}{10}$, puis $v = \lambda\, N$.



Voie Y_1 : 50 $\mathrm{mV/div}$ Voie Y_2 : 50 $\mathrm{mV/div}$ Balayage : 5 $\mu\mathrm{s/div}$

Signaux des deux récepteurs côte à côte. Balayage : 5 microsecondes par division ; voies Y1 et Y2 : 50 mV par division.



Voie Y_1 : 50 $\mathrm{mV/div}$ Voie Y_2 : 50 $\mathrm{mV/div}$ Balayage : 5 $\mu\mathrm{s/div}$

Signaux des deux récepteurs après un déplacement de R2, avec les mêmes réglages de l'oscilloscope.

Exemple : Longueur d'onde et célérité des ultrasons

À la dixième position en phase, R_2 s'est éloigné de $d = 8{,}6\,\mathrm{cm}$. Donc $\lambda = \dfrac{8{,}6\,\mathrm{cm}}{10} = 0{,}86\,\mathrm{cm}$, soit $8{,}6 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}$. Avec $N = 4{,}00 \times 10^{4}\,\mathrm{Hz}$:

$$\begin{aligned} v &= \lambda\, N \\ &= 8{,}6 \times 10^{-3}\,\mathrm{m} \\ &\quad \times 4{,}00 \times 10^{4}\,\mathrm{Hz} \\ &= 3{,}4 \times 10^{2}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} \end{aligned}$$

La distance d a deux chiffres significatifs : le résultat aussi. C'est l'ordre de grandeur de la célérité du son dans l'air à $20\,^{\circ}\mathrm{C}$.

Réduire l'erreur relative en comptant dix intervalles

Vérifie : Pourquoi compter dix positions en phase

Pourquoi déplace-t-on R_2 sur dix positions en phase plutôt qu'une seule ?

A. Pour que l'erreur de lecture sur d pèse dix fois moins sur λ.

Juste.

Juste : la même erreur de lecture est partagée entre dix longueurs d'onde.

B. Pour que le signal de R_2 devienne plus grand.

Faux.

En s'éloignant, R_2 reçoit au contraire un signal plus faible.

C. Pour mesurer la fréquence de l'émetteur.

Faux.

La fréquence est celle du générateur ; la méthode mesure λ.

Correction

Une position en phase se repère à environ $1\,\text{mm}$ près. Un seul intervalle mesure environ $9\,\text{mm}$: une erreur de $1\,\text{mm}$ y pèse plus de $10\,\%$. Dix intervalles mesurent environ $86\,\text{mm}$: la même erreur ne pèse plus qu'environ $1\,\%$.

À toi : Célérité des ultrasons à 25,0 kHz

On règle le générateur à $N = 25{,}0\,\text{kHz}$ et on recommence. Après dix positions en phase, R_2 s'est éloigné de $13{,}6\,\text{cm}$. Calcule la longueur d'onde. Quelle célérité des ultrasons obtiens-tu ? Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1

Entre deux positions en phase successives, R_2 avance d'une longueur d'onde.

Indice 2

Convertis λ en mètres et N en hertz.

Indice 3

Point délicat : garde trois chiffres significatifs, ceux de $13{,}6\,\text{cm}$ et de $25{,}0\,\text{kHz}$.

Réponse

On a $\lambda = \dfrac{13{,}6\,\text{cm}}{10} = 1{,}36\,\text{cm}$, soit $1{,}36 \times 10^{-2}\,\text{m}$. Puis

$$\begin{aligned} v &= \lambda\, N \\ &= 1{,}36 \times 10^{-2}\,\text{m} \\ &\quad \times 2{,}50 \times 10^{4}\,\text{Hz} \\ &= 3{,}40 \times 10^{2}\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

On retrouve, aux erreurs de mesure près, la célérité obtenue à $40{,}0\,\text{kHz}$.

Stroboscopie : mesurer une fréquence et une longueur d'onde

Des éclairs brefs et périodiques

La corde est excitée par le vibreur à une fréquence N que l'on veut mesurer. Dans le noir, on l'éclaire par un stroboscope. Il émet des éclairs très brefs, à la fréquence N_e réglable. L'œil ne voit la corde qu'au moment des éclairs.

Devine : Des éclairs à la fréquence de l'onde

On règle $N_e = N$. Qu'observe-t-on ?

A. On ne voit rien : les éclairs sont trop brefs.

Faux.
Les éclairs sont brefs mais intenses : l'œil garde l'image entre deux éclairs.

B. La corde paraît vibrer deux fois plus vite.
Faux.
Rien n'accélère : chaque éclair montre chaque point à la même étape de son mouvement.

C. La corde paraît rectiligne, au repos.
Faux.
Les points vibrent toujours : chaque éclair les montre écartés de leur position de repos.

D. La corde paraît immobile, avec la forme d'une sinusoïde.
Juste.
Juste : entre deux éclairs, chaque point fait exactement une oscillation.

Correction
Entre deux éclairs, la durée vaut $T_e = \dfrac{1}{N_e} = T$. Chaque point de la corde fait une oscillation complète : il revient à la même position. Chaque éclair montre donc le même aspect : la corde paraît **immobile**.

Immobilité apparente. Plus généralement, la corde paraît immobile lorsque la durée entre deux éclairs est un multiple entier de la période. On écrit $T_e = k\,T$, soit $N_e = \dfrac{N}{k}$, avec k entier non nul.

Trouver la fréquence de l'onde

On part d'une fréquence des éclairs élevée, puis on la diminue. Pour cette corde, on observe :

N_e (Hz)	Ce que l'on voit
100	deux sinusoïdes opposées, immobiles
50	une sinusoïde immobile
45	une sinusoïde qui avance lentement
25	une sinusoïde immobile

Méthode : Mesurer une fréquence et une longueur d'onde avec un stroboscope

1. **Règle** d'abord une fréquence des éclairs N_e élevée.
2. **Diminue** N_e jusqu'à la première immobilité apparente avec un seul aspect : alors $N = N_e$.
3. **Mesure** sur l'aspect immobile plusieurs longueurs d'onde à la fois, par exemple de la première à la sixième crête, puis divise.
4. **Calcule** la célérité : $v = \lambda\,N$.

Attention : Plusieurs fréquences d'éclairs immobilisent la corde

✗ « La corde paraît immobile à $N_e = 25\,\text{Hz}$: la fréquence de l'onde vaut $25\,\text{Hz}$. »

✓ L'immobilité apparaît aussi pour $N_e = \frac{N}{2}, \frac{N}{3}$… Seule la plus grande fréquence des éclairs qui donne un aspect unique et immobile est égale à N. Ici, $N = 50\,\text{Hz}$.

Exemple : Fréquence, longueur d'onde et célérité de la corde

La plus grande fréquence des éclairs qui donne un aspect unique et immobile est $50\,\text{Hz}$: $N = 50\,\text{Hz}$. Sur l'aspect immobile, la première et la sixième crête sont distantes de $0{,}80\,\text{m}$, soit $5\,\lambda$. Donc $\lambda = 0{,}16\,\text{m}$, et

$$\begin{aligned} v &= \lambda\, N \\ &= 0{,}16\,\text{m} \times 50\,\text{Hz} \\ &= 8{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

On retrouve la célérité de la corde.

Le mouvement ralenti apparent

Devine : Des éclairs un peu moins fréquents

On règle $N_e = 45\,\text{Hz}$, un peu moins que $N = 50\,\text{Hz}$. Qu'observe-t-on ?

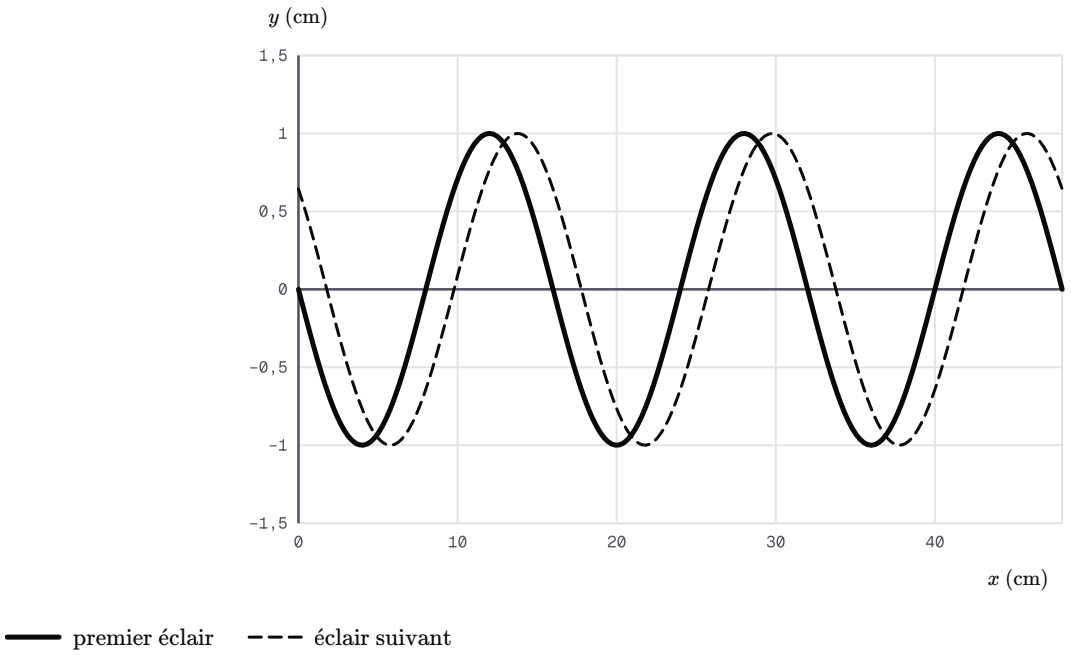
A. La sinusoïde semble reculer lentement, vers le vibreur.
Faux.
Ce serait le cas pour N_e un peu plus grand que N.

B. La corde paraît immobile.
Faux.
$45\,\text{Hz}$ n'est pas un sous-multiple de $50\,\text{Hz}$: l'aspect change d'un éclair à l'autre.

C. La sinusoïde semble avancer lentement, dans le sens de propagation.
Juste.
Juste : entre deux éclairs, l'onde avance d'un peu plus d'une longueur d'onde.

D. On voit deux sinusoïdes immobiles.
Faux.
Deux aspects immobiles apparaissent pour $N_e = 2\,N$.

Correction
Entre deux éclairs, $T_e = \frac{1}{45}\,\text{s}$, un peu plus que $T = \frac{1}{50}\,\text{s}$. L'onde avance d'un peu plus d'une longueur d'onde : chaque éclair montre la sinusoïde légèrement décalée vers l'avant. On observe un **mouvement ralenti apparent**.



Aspects de la corde à deux éclairs successifs, avec des éclairs à 45 Hz et une onde à 50 Hz.

Exemple : Le décalage de la corde entre deux éclairs

Entre deux éclairs, l'onde parcourt $\dfrac{v}{N_e}$, un peu plus que λ. Le décalage vaut

$$\begin{aligned}\Delta x &= \frac{v}{N_e} - \lambda \\ &= \frac{8{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}}{45\,\mathrm{Hz}} \\ &\quad - 0{,}16\,\mathrm{m} \\ &\approx 1{,}8\times 10^{-2}\,\mathrm{m}\end{aligned}$$

Avec 45 éclairs par seconde, la corde semble avancer à $\Delta x \cdot N_e = v - \lambda\, N_e$, soit

$$\begin{aligned}v - \lambda\, N_e &= 8{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} \\ &\quad - 0{,}16\,\mathrm{m}\times 45\,\mathrm{Hz} \\ &= 0{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}\end{aligned}$$

C'est dix fois moins vite que l'onde.

À toi : Stroboscopie d'une cuve à ondes

Un vibreur crée des rides à la surface de l'eau d'une cuve à ondes. En diminuant N_e depuis $60\,\mathrm{Hz}$, on obtient un aspect unique et immobile à $24\,\mathrm{Hz}$, puis à $12\,\mathrm{Hz}$ et à $8\,\mathrm{Hz}$. Sur l'aspect immobile, onze rides consécutives occupent $103\,\mathrm{mm}$. Quelles sont la fréquence de l'onde, sa longueur d'onde et la célérité des rides ? Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1

La plus grande fréquence des éclairs qui donne un aspect unique et immobile est la fréquence de l'onde.

Indice 2

Combien de longueurs d'onde onze rides consécutives délimitent-elles ?

Indice 3

Point délicat : que représentent $12\,\mathrm{Hz}$ et $8\,\mathrm{Hz}$ par rapport à la fréquence de l'onde ?

Réponse

La fréquence vaut $N = 24\,\mathrm{Hz}$. Puis $10\,\lambda = 103\,\mathrm{mm}$, donc $\lambda = 10{,}3\,\mathrm{mm}$, soit $1{,}03 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}$.

$$\begin{aligned} v &= \lambda\, N \\ &= 1{,}03 \times 10^{-2}\,\mathrm{m} \\ &\quad \times 24\,\mathrm{Hz} \\ &= 0{,}25\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} \end{aligned}$$

La fréquence $24\,\mathrm{Hz}$ n'a que deux chiffres significatifs : le résultat aussi.

Diffraction d'une onde mécanique

Une onde plane devant une fente

Dans une cuve à ondes, une réglette fixée au vibreur frappe l'eau à $N = 20\,\mathrm{Hz}$. Elle crée des rides rectilignes et parallèles, qui avancent vers une paroi. La stroboscopie donne leur espacement : $\lambda = 1{,}2\,\mathrm{cm}$. La paroi est percée d'une fente dont on règle la largeur a.

Devine : Les rides derrière une fente étroite

On règle une fente étroite : $a = 0{,}80\,\mathrm{cm}$, moins que λ. Que deviennent les rides derrière la paroi ?

A. Elles deviennent circulaires, centrées sur la fente, avec le même espacement.

Juste.

Juste : la fente se comporte comme une source qui émet dans toutes les directions au-delà de la paroi.

B. Elles deviennent circulaires et plus serrées.

Faux.

La fréquence et le milieu ne changent pas : l'espacement reste λ.

C. Elles restent rectilignes, de la largeur de la fente.

Faux.

Ce serait le cas d'une ouverture large ; une fente étroite étale l'onde.

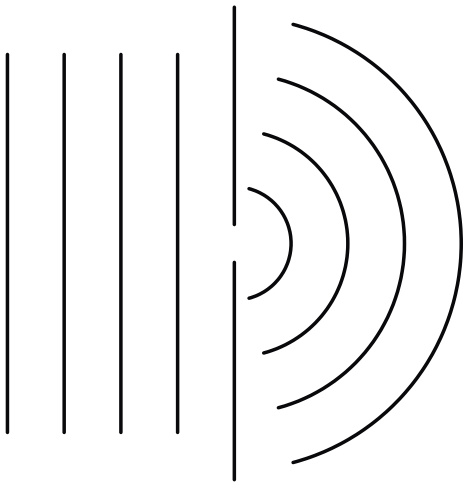
D. Aucune ride ne passe : la fente est trop étroite.

Faux.

L'onde passe, même par une fente plus étroite que λ ; elle s'étale.

Correction

Derrière la fente, l'onde se propage dans des directions qu'elle n'avait pas avant : les rides deviennent des arcs de cercle centrés sur la fente. Leur espacement reste $1{,}2\,\mathrm{cm}$. La figure montre ce phénomène, la **diffraction**.



Cuve à ondes vue de dessus : rides rectilignes devant une fente étroite, puis rides circulaires derrière elle.

La condition d'obtention de la diffraction

En clair. Sans la paroi, les rides resteraient rectilignes. Derrière une fente étroite, l'onde s'étale : elle atteint des points situés hors de l'axe de la fente. Ce phénomène dépend de la largeur de la fente comparée à la longueur d'onde.

Propriété : Condition d'obtention de la diffraction

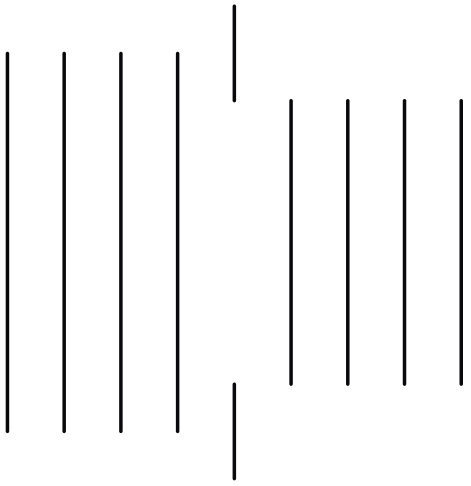
Une onde progressive sinusoïdale de longueur d'onde λ rencontre une ouverture, ou un obstacle, de dimension a. Au-delà de l'ouverture, l'onde se propage dans des directions qu'elle n'avait pas avant : c'est le phénomène de **diffraction**.

La diffraction est nette lorsque la dimension de l'ouverture est inférieure ou égale à la longueur d'onde :

$$a \leq \lambda.$$

Lorsque a est grande devant λ, l'onde traverse l'ouverture presque sans changer de direction.

Un résultat expérimental. La condition $a \leq \lambda$ et la description de l'onde diffractée viennent de l'observation, en cuve à ondes ou avec des ultrasons. Leur explication par un modèle des ondes dépasse ce chapitre : on admet ces résultats.



La même cuve vue de dessus, avec une ouverture large devant la longueur d'onde.

Exemple : Deux largeurs d'ouverture comparées à la longueur d'onde

Ici, $\lambda = 1{,}2\,\text{cm}$.

- Fente de $0{,}80\,\text{cm}$: $a < \lambda$. La diffraction est nette : les rides deviennent circulaires.
- Ouverture de $6{,}0\,\text{cm}$: $\dfrac{a}{\lambda} = 5{,}0$. L'onde passe presque sans changer de direction ; elle ne s'étale qu'aux bords de l'ouverture.

Les caractéristiques de l'onde diffractée

Propriété : Caractéristiques de l'onde diffractée

L'onde diffractée par une ouverture a la **même période**, la **même fréquence** et la **même longueur d'onde** que l'onde incidente. Elle se propage dans le même milieu, avec la **même célérité**.

La diffraction modifie la forme de l'onde et sa direction de propagation : derrière une fente fine, à la surface de l'eau, les rides deviennent circulaires, centrées sur la fente. L'amplitude de l'onde diffractée est plus faible que celle de l'onde incidente.

Vérifie : La longueur d'onde derrière la fente

Derrière la fente, l'eau est la même et le vibreur aussi. Quelle est la longueur d'onde des rides circulaires ?

A. Plus de $1{,}2\,\text{cm}$, car l'onde s'étale.

Faux.
L'onde s'étale en direction, pas en espacement : $\lambda = \dfrac{v}{N}$ ne change pas.

B. $1{,}2\,\text{cm}$, comme les rides incidentes.

Juste.
Juste : même fréquence et même célérité, donc même longueur d'onde.

C. Moins de $1{,}2\,\text{cm}$, car la fente est étroite.

Faux.
La largeur de la fente change la forme de l'onde, pas sa longueur d'onde.

D. $0{,}80\,\text{cm}$, la largeur de la fente.

Faux.
La largeur de la fente n'est pas une distance entre deux rides.

Correction
La fréquence vient du vibreur : $N = 20\,\text{Hz}$. La célérité vient de l'eau, la même des deux côtés :

$$\begin{aligned} v &= \lambda\, N \\ &= 1{,}2 \times 10^{-2}\,\text{m} \\ &\quad \times 20\,\text{Hz} \\ &= 0{,}24\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

La longueur d'onde reste donc $\lambda = \dfrac{v}{N} = 1{,}2\,\text{cm}$.

Attention : Les rides diffractées gardent leur espacement

✗ « Après la fente, les rides sont plus serrées : la longueur d'onde a diminué. »

✓ L'onde diffractée se propage dans le même milieu, à la même fréquence : sa célérité et sa longueur d'onde sont inchangées. Seules la forme des rides, la direction de propagation et l'amplitude changent.

Attention : Une fente un peu large diffracte encore

✗ « Avec $a = 1{,}6\,\text{cm}$ et $\lambda = 1{,}2\,\text{cm}$, on a $a > \lambda$: aucune diffraction. »

✓ La condition $a \leq \lambda$ est un ordre de grandeur, pas un seuil exact. Pour une ouverture un peu plus large que λ, la diffraction existe encore, moins marquée. Elle s'accentue quand a diminue.

Prévoir une diffraction

Méthode : Prévoir et décrire une diffraction

1. **Calcule** la longueur d'onde incidente : $\lambda = \dfrac{v}{N}$.

2. **Compare** la dimension a de l'ouverture, ou de l'obstacle, à λ, en ordre de grandeur : pour $a \leq \lambda$, diffraction nette ; pour a grande devant λ, diffraction faible.
3. **Décris** l'onde diffractée : même fréquence, même célérité, même longueur d'onde ; forme et direction changées, amplitude plus faible.

Exemple : Une fente de 1,6 cm à deux fréquences

La fente mesure $a = 1{,}6\,\text{cm}$.

- À $20\,\text{Hz}$, $\lambda = 1{,}2\,\text{cm}$: $\dfrac{a}{\lambda} \approx 1{,}3$. La diffraction est visible, un peu moins marquée qu'avec la fente de $0{,}80\,\text{cm}$.
- À $45\,\text{Hz}$, on mesure $\lambda = 0{,}64\,\text{cm}$: $\dfrac{a}{\lambda} = 2{,}5$. L'onde s'étale beaucoup moins.

Exemple : Un obstacle sur le trajet des rides

La condition de diffraction vaut aussi pour un obstacle de dimension a. Ici encore, $\lambda = 1{,}2\,\text{cm}$.

- Tige verticale de $0{,}50\,\text{cm}$ de diamètre : $a < \lambda$. L'onde contourne la tige ; juste derrière elle, les rides se referment et continuent leur chemin.
- Planche de $10\,\text{cm}$ de large : a est grande devant λ. Derrière la planche, l'eau reste presque calme : c'est une zone d'ombre. Les rides n'y entrent qu'un peu, par les bords.

À toi : Diffraction à 30 Hz par une fente de 1,0 cm

On règle le vibreur à $N = 30\,\text{Hz}$. À cette fréquence, la célérité des rides vaut $v = 0{,}258\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. La fente mesure $a = 1{,}0\,\text{cm}$. Observe-t-on une diffraction ? Donne la fréquence, la célérité et la longueur d'onde de l'onde diffractée. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1
Calcule d'abord la longueur d'onde incidente.
Indice 2
Compare a et λ en ordre de grandeur.
Indice 3
Point délicat : une fente un peu plus large que λ n'empêche pas la diffraction.

Réponse
La longueur d'onde vaut

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{v}{N} \\ &= \frac{0{,}258\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{30\,\text{Hz}} \\ &= 8{,}6\times10^{-3}\,\text{m}\end{aligned}$$

Soit $\lambda = 0{,}86\,\mathrm{cm}$, du même ordre que $a = 1{,}0\,\mathrm{cm}$: la diffraction est visible, un peu moins marquée que pour $a \leq \lambda$. L'onde diffractée garde $N = 30\,\mathrm{Hz}$, $v = 0{,}258\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ et $\lambda = 0{,}86\,\mathrm{cm}$.

Mettre en évidence la diffraction des ultrasons

Un montage pour les ultrasons

Devine : Un récepteur hors de l'axe de la fente

Un émetteur envoie des ultrasons de $40{,}0\,\mathrm{kHz}$ vers une fente de $1{,}5\,\mathrm{cm}$. Leur célérité dans l'air vaut $340\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Un récepteur est placé derrière la fente, à 20 degrés de l'axe. Reçoit-il un signal ?

A. Non : les ultrasons vont en ligne droite.
Faux.
Derrière une fente de l'ordre de λ, l'onde s'étale : elle ne va plus seulement tout droit.

B. Oui, plus fort que dans l'axe.
Faux.
L'amplitude est la plus grande dans l'axe de la fente.

C. Oui, aussi fort que dans l'axe.
Faux.
L'onde s'étale : son amplitude diminue loin de l'axe.

D. Oui, plus faible que dans l'axe.
Juste.
Juste : l'onde diffractée se propage aussi hors de l'axe de la fente.

Correction
La longueur d'onde vaut

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{v}{N} \\ &= \frac{340\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}}{4{,}00 \times 10^{4}\,\mathrm{Hz}} \\ &= 8{,}50 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}\end{aligned}$$

La fente, de $15\,\mathrm{mm}$, est du même ordre : l'onde est diffractée. Le récepteur reçoit un signal, plus faible que dans l'axe. Le travail pratique qui suit le mesure.

Méthode : Montage, protocole, exploitation de la diffraction des ultrasons

Montage. Un générateur alimente un émetteur d'ultrasons à $40{,}0\,\mathrm{kHz}$. Devant lui, une plaque est percée d'une fente verticale de largeur $a = 1{,}5\,\mathrm{cm}$. Le récepteur est fixé au bout d'un bras qui tourne autour de la fente, au-dessus d'un rapporteur. Il est relié à l'oscilloscope.

Protocole. On garde la même distance entre la fente et le récepteur. On tourne le bras de -70 à 70 degrés, de 5 en 5 degrés. Pour chaque angle θ, on lit l'amplitude du signal reçu en divisions, puis on la convertit avec S_v.

Exploitation. On trace l'amplitude en fonction de θ. On repère le maximum, les minima, et le domaine où le signal reste fort.

Vérifie : Une distance constante entre la fente et le récepteur

Pourquoi garde-t-on la même distance entre la fente et le récepteur pendant toute la mesure ?

A. La fréquence reçue changerait avec la distance.

Faux.

La fréquence reste celle de l'émetteur, à toute distance.

B. L'amplitude reçue dépend aussi de la distance : seul l'angle doit changer.

Juste.

Juste : on compare des amplitudes à distance égale.

C. La célérité des ultrasons dépend de la distance parcourue.

Faux.

Dans l'air homogène, la célérité ne dépend pas de la distance parcourue.

Correction

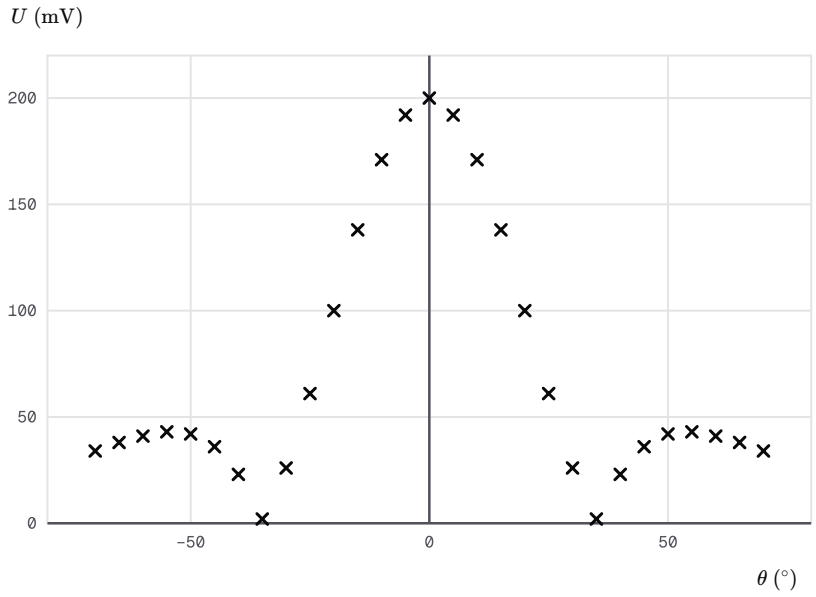
En s'éloignant de la fente, l'onde s'étale et son amplitude diminue. Pour lire l'effet de l'angle seul, la distance reste fixe : on ne change qu'un paramètre à la fois.

Les relevés d'amplitude

Les relevés sont symétriques par rapport à l'axe de la fente. Pour les angles positifs :

θ (degrés)	U (mV)
0	200
5	192
10	171
15	138
20	100
25	61
30	26
35	2
40	23

θ (degrés)	U (mV)
45	36
50	42
55	43
60	41
65	38
70	34



× mesures

Amplitude du signal reçu derrière la fente en fonction de l'angle du récepteur avec l'axe.

Exploiter les relevés d'amplitude

Exemple : Maximum central, minima et longueur d'onde

Le signal est le plus fort dans l'axe, pour $\theta = 0$. Il diminue de part et d'autre. Il devient presque nul vers ± 35 degrés : ce sont les premiers minima. Au-delà, il remonte un peu, puis diminue.

Le récepteur capte donc des ultrasons dans des directions où ils n'iraient pas sans la fente : c'est une diffraction. Elle est attendue, car $\dfrac{a}{\lambda} = \dfrac{15\,\text{mm}}{8{,}50\,\text{mm}} \approx 1{,}8$: la fente est du même ordre que la longueur d'onde.

> **Vérifie : Une fente plus étroite**

On remplace la fente par une fente de $1{,}0\,\mathrm{cm}$, sans rien changer d'autre. Comment évolue le pic central ?

A. Il s'élargit : l'onde s'étale davantage.

Juste.

Juste : la diffraction s'accentue quand a diminue.

B. Il se resserre autour de l'axe.

Faux.

C'est l'effet d'une fente plus large.

C. Il ne change pas : la longueur d'onde est la même.

Faux.

La longueur d'onde est la même, mais le rapport $\dfrac{a}{\lambda}$ diminue.

D. Il disparaît : plus aucun signal ne passe.

Faux.

Une fente plus étroite laisse passer moins d'énergie, mais l'onde est encore diffractée.

Correction

La longueur d'onde ne change pas : $\lambda = 8{,}50\,\mathrm{mm}$. Le rapport $\dfrac{a}{\lambda}$ passe d'environ $1{,}8$ à environ $1{,}2$: la diffraction s'accentue, l'onde s'étale davantage. Le pic central s'élargit, et les minima s'écartent de l'axe.

Sources d'écart. Les minima ne sont pas tout à fait nuls. Les ultrasons se réfléchissent sur la table et sur les objets proches. Le récepteur a une taille non négligeable, et l'angle se lit au degré près sur le rapporteur.

La même expérience avec un son audible

On refait l'expérience avec un haut-parleur relié au générateur, qui émet un son de $1{,}70\,\mathrm{kHz}$. Un microphone remplace le récepteur. Deux panneaux laissent entre eux une ouverture de $20\,\mathrm{cm}$. Avec $v = 340\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$:

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{340\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}}{1{,}70\times 10^{3}\,\mathrm{Hz}}\\ &= 0{,}200\,\mathrm{m}\end{aligned}$$

L'ouverture est de l'ordre de λ : le son est diffracté. Hors de l'axe, derrière un panneau, on l'entend encore.

À toi : Diffraction des ultrasons à 30,0 kHz

On règle l'émetteur à $30{,}0\,\mathrm{kHz}$, avec la fente de $1{,}5\,\mathrm{cm}$. La célérité reste $340\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Calcule la longueur d'onde. La diffraction est-elle plus ou moins marquée qu'à $40{,}0\,\mathrm{kHz}$? Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1

Applique $\lambda = \dfrac{v}{N}$, avec N en hertz.

Indice 2

Compare le nouveau rapport $\dfrac{a}{\lambda}$ à celui obtenu à $40{,}0\,\mathrm{kHz}$, environ $1{,}8$.

Indice 3

Point délicat : une fréquence plus basse donne-t-elle une longueur d'onde plus grande ou plus petite ? Qu'en déduis-tu pour $\dfrac{a}{\lambda}$?

Réponse

La longueur d'onde vaut

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{340\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}}{3{,}00\times 10^{4}\,\mathrm{Hz}}\\ &= 1{,}13\times 10^{-2}\,\mathrm{m}\end{aligned}$$

Soit $\lambda \approx 11{,}3\,\mathrm{mm}$. Alors $\dfrac{a}{\lambda} = \dfrac{15\,\mathrm{mm}}{11{,}3\,\mathrm{mm}} \approx 1{,}3$, plus petit qu'à $40{,}0\,\mathrm{kHz}$: la diffraction est plus marquée, le pic central plus large.

Milieu dispersif

Célérité des rides à plusieurs fréquences

Devine : La célérité des rides et la fréquence

Dans la cuve, on mesure λ par stroboscopie pour plusieurs fréquences du vibreur. La célérité $v = \lambda\, N$ dépend-elle de la fréquence ?

A. Non : la célérité est la même pour toutes les fréquences.

Faux.

C'est vrai dans certains milieux ; les mesures vont trancher pour les rides de la cuve.

B. Oui : elle est proportionnelle à N.

Faux.

Il faudrait une longueur d'onde constante ; or λ diminue quand N augmente.

C. Oui : elle change un peu avec la fréquence.

Juste.

Juste : dans la cuve, pour ces rides de quelques millimètres, la célérité croît avec N.

D. Oui : elle est inversement proportionnelle à N.

Faux.

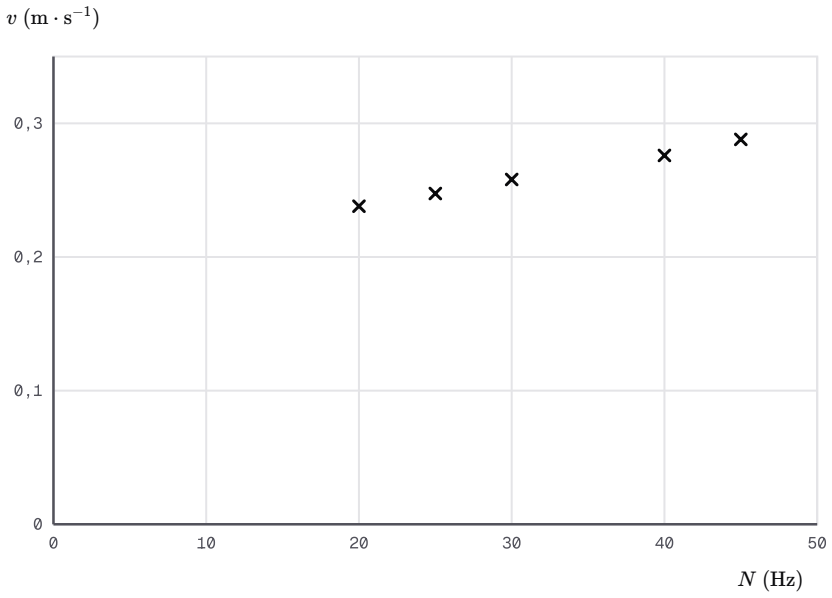
La célérité varie bien moins vite ; ici, elle augmente même un peu avec N.

Correction

Le tableau qui suit donne les mesures. La célérité passe de $0{,}24\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ à $20\,\mathrm{Hz}$ à $0{,}29\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ à $45\,\mathrm{Hz}$: elle dépend de la fréquence.

Pour chaque fréquence, on mesure dix longueurs d'onde à la fois sur l'aspect immobile, au millimètre près.

N (Hz)	$10\,\lambda$ (mm)	λ (mm)	v ($\mathrm{m \cdot s^{-1}}$)
20	119	11,9	0,24
25	99	9,9	0,25
30	86	8,6	0,26
40	69	6,9	0,28
45	64	6,4	0,29



Célérité des rides en fonction de la fréquence du vibreur, à la surface de l'eau de la cuve.

Milieu dispersif et milieu non dispersif

En clair. La célérité des rides de la cuve augmente d'environ $20\,\%$ entre $20\,\mathrm{Hz}$ et $45\,\mathrm{Hz}$. Chaque mesure porte sur plusieurs centimètres, au millimètre près : elle est précise à moins de $2\,\%$. Cet écart vient donc de l'eau, pas des mesures.

Définition : Milieu dispersif

Un milieu de propagation est **dispersif** lorsque la célérité d'une onde progressive sinusoïdale y dépend de la fréquence de l'onde.

Dans un milieu non dispersif, toutes les ondes sinusoïdales se propagent avec la même célérité, quelle que soit leur fréquence. Dans les deux cas, la relation $\lambda = \dfrac{v}{N}$ reste vraie, avec la célérité qui correspond à la fréquence N.

Exemple : L'eau de la cuve, un milieu dispersif

Dans la cuve, la célérité des rides dépend de leur fréquence : l'eau est un milieu dispersif. La relation $\lambda = \dfrac{v}{N}$ reste vraie, avec la célérité qui correspond à chaque fréquence. À $20\,\mathrm{Hz}$:

$$\lambda = \frac{0{,}24\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}}{20\,\mathrm{Hz}} = 1{,}2\times10^{-2}\,\mathrm{m}$$

On retrouve l'espacement des rides de la section sur la diffraction. Pour des ondes de surface bien plus longues, de fréquence de l'ordre du hertz ou moins, la tendance s'inverse : leur célérité diminue quand N augmente. Dans les deux cas, elle dépend de N.

Méthode : Décider si un milieu est dispersif

1. **Relève**, pour plusieurs fréquences N, la longueur d'onde λ dans le même milieu.
2. **Calcule** la célérité $v = \lambda N$ pour chaque mesure.
3. **Estime** la précision des mesures, en pour cent.
4. **Compare** : célérités égales à cette précision près, milieu non dispersif ; écart plus grand, milieu dispersif.

Le son dans l'air

Pour le son audible, l'air se comporte comme un milieu non dispersif. Un son de $500\,\mathrm{Hz}$ a une longueur d'onde de $0{,}680\,\mathrm{m}$; un son de $2{,}00\,\mathrm{kHz}$, de $0{,}170\,\mathrm{m}$. Dans les deux cas, $v = \lambda N = 340\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Les sons graves et aigus d'un concert arrivent donc ensemble.

Vérifie : Doubler la fréquence d'un son dans l'air

Un son passe de $500\,\mathrm{Hz}$ à $1{,}00\,\mathrm{kHz}$ dans l'air. Que devient sa longueur d'onde ?

A. Elle est divisée par deux : $0{,}340\,\mathrm{m}$.
Juste.
Juste : l'air n'est pas dispersif pour le son ; v reste $340\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

B. Elle double et passe à $1{,}36\,\mathrm{m}$.
Faux.
À célérité fixe, $\lambda = \dfrac{v}{N}$ diminue quand N augmente.

C. Elle reste égale à $0{,}680\,\mathrm{m}$.

Faux.

La longueur d'onde dépend de la fréquence, même si la célérité n'en dépend pas.

Correction

Dans l'air, la célérité du son ne dépend pas de sa fréquence : $v = 340\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Donc

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{340\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}}{1{,}00\times 10^{3}\,\mathrm{Hz}}\\ &= 0{,}340\,\mathrm{m}\end{aligned}$$

C'est la moitié de $0{,}680\,\mathrm{m}$.

À toi : Une mesure à 35 Hz dans la cuve

Dans la cuve, on règle le vibreur à $35\,\mathrm{Hz}$. Dix longueurs d'onde mesurent $77\,\mathrm{mm}$. Calcule la célérité. Compare-la à celle mesurée à $20\,\mathrm{Hz}$: le résultat confirme-t-il que l'eau est dispersive ? Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1

Divise par dix pour obtenir λ, puis convertis en mètres.

Indice 2

Applique $v = \lambda\, N$.

Indice 3

Point délicat : compare l'écart des deux célérités à la précision des mesures, moins de $2\,\%$.

Réponse

On a $\lambda = 7{,}7\,\mathrm{mm}$, soit $7{,}7\times 10^{-3}\,\mathrm{m}$. Puis

$$\begin{aligned}v &= \lambda\, N\\ &= 7{,}7\times 10^{-3}\,\mathrm{m}\\ &\quad\times 35\,\mathrm{Hz}\\ &= 0{,}27\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}\end{aligned}$$

À $20\,\mathrm{Hz}$, $v = 0{,}24\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. L'écart dépasse $10\,\%$, bien plus que la précision des mesures : l'eau est bien dispersive.

À retenir : Les savoir-faire sur les ondes progressives périodiques

Les gestes du chapitre.

- lire une période sur un oscillogramme, puis calculer $N = \dfrac{1}{T}$;
- calculer $\lambda = v\,T = \dfrac{v}{N}$, avec unités et chiffres significatifs ;
- comparer les états vibratoires de deux points par le rapport $\dfrac{d}{\lambda}$;

- mesurer λ avec deux récepteurs ou par stroboscopie ;
- prévoir une diffraction en comparant a et λ ;
- reconnaître un milieu dispersif à partir de mesures.

Et ensuite. Le chapitre suivant étudie la lumière : une onde qui se propage aussi dans le vide, et qui se diffracte à son tour.

SOURCES

Référentiel BURHAN du chapitre « Ondes mécaniques progressives périodiques » (2bac · pc · physique-chimie)