BURHAN

Résumé : Mouvements plans

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/mouvements-plans/resume

Chapitre	Semestre
Mouvements plans	Semestre 2

Contact avec un plan et glissement sur une pente

> **À retenir : Deux forces de contact, un seul plan**
>
> Un plan agit sur le solide par une seule force, la réaction. Tu la sépares en deux : une partie perpendiculaire au plan, une partie parallèle qui freine le glissement. Sur une pente, choisis tes axes selon ces deux directions.

Définition : Réaction d'un plan : composante normale et frottement

Un solide posé sur un plan reçoit de ce plan une force de contact $\vec{R}$, la **réaction du plan**. On la décompose en deux forces :

- la **réaction normale** $\vec{R}_N$, perpendiculaire au plan et dirigée du plan vers le solide ;
- la **force de frottement** $\vec{f}$, parallèle au plan et opposée au sens du glissement.

Ainsi $\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{f}$ et $R = \sqrt{R_N^2 + f^2}$. Si le contact se fait **sans frottement**, $\vec{f} = \vec{0}$ et la réaction est perpendiculaire au plan. Dans ce chapitre, la valeur f du frottement est supposée **constante** pendant le glissement. Au repos, le frottement prend la valeur nécessaire à l'équilibre, sans dépasser cette même valeur f : si l'équilibre exige davantage, le solide glisse.

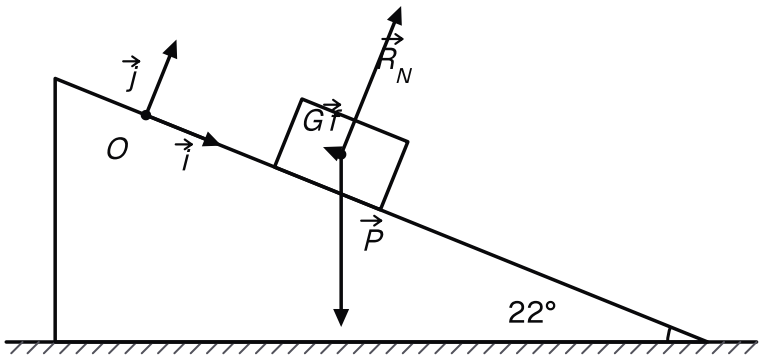
Propriété : Équation différentielle du mouvement sur un plan horizontal ou incliné

Un solide de masse m glisse vers le bas selon la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle α sur l'horizontale. Il n'est soumis qu'à son poids et à la réaction du plan, de frottement f constant. Sur l'axe $(O;\vec{i})$ parallèle à la ligne de plus grande pente et orienté vers le bas, la vitesse v de son centre d'inertie vérifie :

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = g\sin\alpha - \frac{f}{m},$$

et la réaction normale a pour valeur $R_N = m\,g\cos\alpha$.

L'accélération est constante : le mouvement est **rectiligne uniformément varié**. Sans frottement, $a = g\sin\alpha$, indépendante de la masse. Sur un plan horizontal ($\alpha = 0$), l'axe orienté dans le sens du mouvement, un solide lancé et freiné par le seul frottement a pour accélération $a = -\frac{f}{m}$.



Valise sur le toboggan : forces et repère lié à la pente

Exemple

Données. Une valise de masse $m = 18\,\text{kg}$ glisse sur un toboggan à bagages incliné de $\alpha = 22°$. Le frottement vaut $f = 20\,\text{N}$; $g = 9{,}80\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Accélération. $a = g\sin\alpha - \dfrac{f}{m}$, soit

$$a = 3{,}67 - 1{,}11$$
$$a \approx 2{,}6\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Réaction normale. $R_N = m\,g\cos\alpha = 18 \times 9{,}80 \times \cos 22° \approx 1{,}6 \times 10^{2}\,\text{N}$.

Réaction du plan. $R = \sqrt{R_N^2 + f^2} \approx 1{,}6 \times 10^{2}\,\text{N}$: le frottement change peu la valeur de R, mais incline la réaction vers le haut de la pente.

Méthode : Projeter sur la pente et sur la normale

1. **Cadre** : tu étudies le solide dans le référentiel terrestre, supposé galiléen.
2. **Forces** : poids, réaction normale, frottement opposé au glissement, traction s'il y en a une.
3. **Axes** : $(O;\vec{i})$ le long de la pente, dans le sens du mouvement, et $(O;\vec{j})$ selon la normale.
4. **Projections** : sur la pente, le poids donne $m\,g\sin\alpha$, compté positif s'il va dans le sens de $\vec{i}$; sur la normale, il donne $-m\,g\cos\alpha$.
5. **Deuxième loi** : écris-la sur chaque axe, avec $a_y = 0$, puis isole l'inconnue.

Attention : Réaction normale et poids : deux valeurs distinctes sur une pente

Sur un sol horizontal, sans autre force verticale, $R_N = m\,g$. Dès que le plan s'incline, la projection sur la normale donne $R_N = m\,g\cos\alpha$, inférieure au poids. Une traction oblique change encore cette valeur : calcule R_N par la projection, jamais de mémoire.

Attention : Sens du frottement à la montée

Le frottement s'oppose au glissement, pas à la pente. À la montée, il pointe vers le bas, comme la composante du poids : la décélération vaut alors $g\sin\alpha + \dfrac{f}{m}$. À la descente, il pointe vers le haut et retranche $\dfrac{f}{m}$.

Exemple

Données. Un bloc de glace de masse $m = 0{,}80\,\text{kg}$ est lancé à $v_0 = 3{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ sur un sol horizontal ; le frottement vaut $f = 0{,}40\,\text{N}$.

Accélération. Avec $\alpha = 0$: $a = -\dfrac{f}{m} = -\dfrac{0{,}40}{0{,}80} = -0{,}50\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Distance d'arrêt. Rappel : $v^2 - v_0^2 = 2\,a\,d$ pour un mouvement rectiligne uniformément varié. À l'arrêt $v = 0$:

$$d = \frac{v_0^2}{2\,|a|}$$

$$d = \frac{3{,}0^2}{2 \times 0{,}50} = 9{,}0\,\text{m}$$

Frottement tiré d'une accélération mesurée

Méthode : Du relevé de vitesse à la valeur du frottement

1. **Mesure** : trace $v(t)$; une droite indique une accélération constante, égale à sa pente.
2. **Modèle** : écris la deuxième loi sur la pente, avec f inconnu.
3. **Frottement** : pour une descente, $f = m\,(g\sin\alpha - a)$.
4. **Contrôle** : f doit être positif ; une valeur négative trahit une erreur de lecture ou de sens.

Exemple

Données. Une planche à roulettes vide, de masse $m = 2{,}4\,\text{kg}$, descend une rampe inclinée de $\alpha = 15°$. La droite $v(t)$ relevée a pour pente $a = 2{,}1\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Sans frottement, on attendrait $g\sin\alpha \approx 2{,}54\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$: l'accélération mesurée est plus faible.

Frottement.

$$f = m\,(g\sin\alpha - a)$$
$$f = 2{,}4 \times (2{,}536 - 2{,}1)$$
$$f \approx 1{,}0\,\mathrm{N}$$

Projectile : modèle et lois horaires

Remarque

Rappel : un mouvement rectiligne uniformément varié a une accélération constante a ; sa vitesse s'écrit $v = a\,t + v_0$ et sa position $x = \dfrac{1}{2}\,a\,t^2 + v_0\,t + x_0$. Le projectile combine deux mouvements de ce type, un par axe.

Définition : Projectile dans un champ de pesanteur uniforme

Dans une région de quelques centaines de mètres au voisinage du sol, le **champ de pesanteur** $\vec{g}$ est **uniforme** : même direction verticale, même sens vers le bas et même valeur g en tout point.

Un **projectile** est un solide lancé avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ et qui n'est soumis, pendant son vol, qu'à son **poids** $\vec{P} = m\,\vec{g}$: les frottements de l'air et la poussée d'Archimède sont négligés. C'est un **modèle**, valable pour un solide dense et peu rapide.

Les **conditions initiales** sont la position de lancement et le vecteur $\vec{v}_0$, de valeur v_0, qui fait l'**angle de tir** θ avec l'horizontale.

Propriété : Équations horaires du mouvement d'un projectile

Un projectile est lancé à l'instant $t = 0$ depuis l'origine O d'un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, avec $\vec{i}$ horizontal et $\vec{j}$ vertical vers le haut, et le vecteur $\vec{v}_0$ est dans le plan $(O;\vec{i},\vec{j})$. Les équations différentielles de son mouvement sont :

$$\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = 0, \qquad \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = -g.$$

Ses équations horaires sont :

$$x(t) = v_0\cos\theta\;t,$$
$$y(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin\theta\;t.$$

Le mouvement est **plan**, dans le plan vertical qui contient $\vec{v}_0$: il est uniforme selon l'horizontale et uniformément varié selon la verticale.

Exemple

Données. Une pierre est lancée depuis O à $v_0 = 12\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, avec l'angle de tir $\theta = 35°$; $g = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Vitesse initiale. $v_0\cos\theta = 12 \times \cos 35° \approx 9{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ et $v_0\sin\theta = 12 \times \sin 35° \approx 6{,}9\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Équations horaires, en mètres et en secondes :

$$x(t) = 9{,}8\,t$$

$$y(t) = -4{,}90\,t^2 + 6{,}9\,t$$

Sommet. $v_y = 0$ à la date $t_S = \dfrac{v_0 \sin\theta}{g} \approx 0{,}70\,\text{s}$.

Méthode : Lire un relevé de positions d'un tir

1. **Plan** : toutes les positions sont dans un même plan vertical.
2. **Horizontale** : des écarts égaux entre abscisses successives donnent v_x constante.
3. **Vitesse** : en M_i, $v_i \approx \dfrac{M_{i-1}M_{i+1}}{2\,\tau}$, coordonnée par coordonnée.
4. **Accélération** : la variation de v_y sur $2\,\tau$ redonne $-g$; $\vec{a}$ est verticale, vers le bas.
5. **Conditions initiales** : déduis v_0 et θ des coordonnées de la vitesse au départ.

Parabole, sommet et point d'impact

Propriété : Équation de la trajectoire, flèche et portée d'un projectile

Avec les notations des équations horaires du projectile et pour $0 < \theta < 90°$, la trajectoire est une portion de **parabole** d'équation :

$$y = -\frac{g}{2\,v_0^2\cos^2\theta}\,x^2 + x\tan\theta.$$

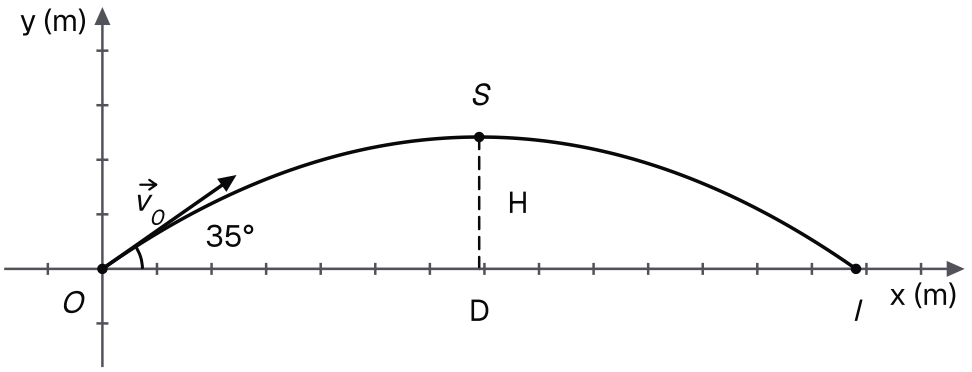
La **flèche** H est la hauteur maximale atteinte au-dessus du point de lancement :

$$H = \frac{v_0^2\sin^2\theta}{2\,g}.$$

La **portée** D est la distance horizontale entre le point de lancement et le point où le projectile revient à la même altitude :

$$D = \frac{v_0^2\sin(2\theta)}{g}.$$

Pour une même valeur v_0, la portée est maximale pour $\theta = 45°$.



Trajectoire de la pierre : sommet, flèche et portée

Exemple

Pour la pierre lancée à $12\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ sous $35°$:

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2\,g}$$
$$H = \frac{12^2 \times \sin^2 35°}{2 \times 9{,}80}$$
$$H \approx 2{,}4\,\mathrm{m}$$

$$D = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$$
$$D = \frac{12^2 \times \sin 70°}{9{,}80}$$
$$D \approx 14\,\mathrm{m}$$

Le sommet est atteint à mi-portée, car la parabole est symétrique par rapport à la verticale de S.

Méthode : Sommet, retour au sol, impact plus bas

1. **Repère** : origine au point de lancement, $\vec{j}$ vers le haut ; écris $x(0)$, $y(0)$ et les coordonnées de $\vec{v}_0$.
2. **Sommet** : $v_y = 0$ donne t_S, puis $H = y(t_S)$.
3. **Retour à l'altitude de départ** : la portée D par sa formule.
4. **Impact plus bas** : résous $y = -h$, en x avec l'équation de la trajectoire ou en t avec les équations horaires ; garde la solution positive.
5. **Vérification** : unité et ordre de grandeur.

Attention : Vitesse au sommet : horizontale, non nulle

Au sommet, seule v_y est nulle. La vitesse vaut $v_0 \cos\theta$, horizontale : pour la pierre, environ $9{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. L'accélération reste $\vec{g}$ pendant tout le vol, au sommet aussi.

Attention : Portée et tir depuis une hauteur

La formule de D suppose que le projectile retombe à l'altitude de son lancement. Lancé d'une hauteur h, il va plus loin : résous $y = -h$. L'angle qui donne la plus grande distance est alors inférieur à $45°$.

Charge en mouvement dans un champ magnétique

Propriété : Force de Lorentz

Une particule de charge q, animée d'une vitesse $\vec{v}$ dans un champ magnétique $\vec{B}$, subit la **force de Lorentz** $\vec{F}$ dont les caractéristiques sont :

- **direction** : perpendiculaire à la fois à $\vec{v}$ et à $\vec{B}$;
- **sens** : donné par la **règle de la main droite** : le pouce dans le sens de $q\,\vec{v}$, l'index dans le sens de $\vec{B}$, le majeur indique le sens de $\vec{F}$;
- **valeur** : $F = |q|\,v\,B\,\sin\beta$, où β est l'angle entre $\vec{v}$ et $\vec{B}$.

Pour $q > 0$, $q\,\vec{v}$ a le sens de $\vec{v}$; pour $q < 0$, le sens opposé. Si $\vec{v}$ est perpendiculaire à $\vec{B}$, $F = |q|\,v\,B$. L'unité du champ magnétique est le tesla (T).

Méthode : Main droite : pouce, index, majeur

1. **Signe** : pour $q > 0$, $q\,\vec{v}$ a le sens de $\vec{v}$; pour $q < 0$, le sens contraire.
2. **Main droite** : pouce selon $q\,\vec{v}$, index selon $\vec{B}$.
3. **Lecture** : le majeur donne le sens de $\vec{F}$, perpendiculaire aux deux autres doigts.
4. **Contrôle** : $\vec{F}$ pointe vers l'intérieur du virage de la trajectoire.

Exemple

Données. Un ion sodium de charge $q = e = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$ se déplace vers la droite à $v = 3{,}0 \times 10^{5}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Le champ $\vec{B}$, de valeur $0{,}40\ \mathrm{T}$, est perpendiculaire à la feuille et entrant.

Sens. $q > 0$: le pouce va vers la droite, l'index entre dans la feuille ; le majeur pointe vers le haut de la feuille.

Valeur. $\vec{v}$ est perpendiculaire à $\vec{B}$:

$$\begin{aligned} F &= |q|\,v\,B \\ F &= 1{,}60 \times 10^{-19} \\ &\quad \times 3{,}0 \times 10^{5} \times 0{,}40 \\ F &\approx 1{,}9 \times 10^{-14}\ \mathrm{N} \end{aligned}$$

Attention : Vitesse de valeur constante sous la force de Lorentz

La force de Lorentz reste perpendiculaire à la vitesse : elle courbe la trajectoire sans changer la valeur v. Seule la direction de la vitesse tourne : le mouvement reste uniforme.

Trajectoire circulaire et écart sur un écran

Propriété : Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme

Une particule de masse m et de charge q entre en O, avec une vitesse $\vec{v}_0$ perpendiculaire à $\vec{B}$, dans une région où règne un champ magnétique **uniforme** $\vec{B}$. Si elle n'est soumise qu'à la force de Lorentz, son mouvement est **plan, circulaire et uniforme**, dans le plan perpendiculaire à $\vec{B}$ qui contient $\vec{v}_0$, de rayon

$$r = \frac{m\,v_0}{|q|\,B}.$$

Propriété : Déflexion magnétique

Une particule de charge q et de masse m traverse, avec la vitesse $\vec{v}_0$ perpendiculaire à $\vec{B}$, une zone de champ magnétique uniforme de largeur ℓ, puis atteint un écran perpendiculaire à sa direction initiale. Si l'angle de déviation φ est petit, la **déflexion magnétique** Y, distance sur l'écran entre le point d'impact et le point atteint sans champ, vaut :

$$Y \approx \frac{|q|\,B\,\ell\,L}{m\,v_0},$$

où L est la distance entre le milieu de la zone de champ et l'écran. La déflexion est proportionnelle à B.

Méthode : Du rayon à la déflexion

1. **Hypothèses** : champ uniforme, $\vec{v}_0$ perpendiculaire à $\vec{B}$, poids négligeable.
2. **Rayon** : $r = \dfrac{m\,v_0}{|q|\,B}$, en unités SI.
3. **Sortie** : si $\ell < r$, la particule quitte la zone dévié de φ, avec $\sin\varphi = \dfrac{\ell}{r}$.
4. **Déflexion** : pour φ petit, $Y \approx \dfrac{|q|\,B\,\ell\,L}{m\,v_0}$, ou $Y \approx \dfrac{\ell\,L}{r}$.

Exemple

Rayon. L'ion sodium précédent a pour masse $m = 3{,}82 \times 10^{-26}\,\mathrm{kg}$:

$$r = \frac{m\,v_0}{|q|\,B}$$
$$r = \frac{3{,}82 \times 10^{-26} \times 3{,}0 \times 10^{5}}{1{,}60 \times 10^{-19} \times 0{,}40}$$
$$r \approx 0{,}18\,\mathrm{m}$$

Zone étroite. Il traverse une zone de largeur $\ell = 1{,}5\,\text{cm}$: $\sin\varphi = \dfrac{0{,}015}{0{,}179} \approx 0{,}084$, angle petit.

Déflexion sur un écran à $L = 25\,\text{cm}$ du milieu de la zone :

$$Y \approx \frac{\ell\, L}{r}$$
$$Y \approx \frac{0{,}015 \times 0{,}25}{0{,}179}$$
$$Y \approx 2{,}1 \times 10^{-2}\,\text{m}$$

Attention : Poids d'une particule : le comparer avant de l'ignorer

Pour l'ion sodium, le poids vaut $m\,g \approx 3{,}7 \times 10^{-25}\,\text{N}$ et la force de Lorentz $1{,}9 \times 10^{-14}\,\text{N}$: le rapport dépasse 10^{10}. Le poids se néglige parce que ce calcul le montre. Pour une bille ou un solide, c'est l'inverse.

Choisir la méthode et rédiger

Méthode : Associer une question à sa méthode

- **Solide sur un plan** : bilan des forces, axes selon la pente et la normale, deuxième loi projetée.
- **Arrêt ou distance parcourue** : accélération constante, puis $v^2 - v_0^2 = 2\,a\,d$.
- **Courbe v(t) d'une descente** : pente de la droite, puis frottement.
- **Relevé de positions d'un tir** : v_x constante, vitesses par positions encadrantes.
- **Flèche, portée, impact** : équations horaires, puis $v_y = 0$ ou $y = y_{\text{sol}}$.
- **Sens d'une force magnétique** : main droite et signe de q.
- **Rayon ou déflexion** : $r = \dfrac{m\,v_0}{|q|\,B}$, puis $Y \approx \dfrac{\ell\, L}{r}$.

Pente $a = g\sin\alpha - \dfrac{f}{m}$	Réaction $R = \sqrt{R_N^2 + f^2}$
Horizontale $x = v_0\cos\theta\; t$	Verticale $y = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin\theta\; t$
Flèche $H = \dfrac{v_0^2\sin^2\theta}{2\,g}$	Portée $D = \dfrac{v_0^2\sin(2\theta)}{g}$
Lorentz $F = \lvert q\rvert\, v\, B\, \sin\beta$	Rayon $r = \dfrac{m\,v_0}{\lvert q\rvert\, B}$

Déflexion

$$Y \approx \frac{|q|\, B\, \ell\, L}{m\, v_0}$$

À retenir : Rédiger une étude de mouvement

Avant toute équation, écris le système, le référentiel terrestre supposé galiléen et le bilan des forces. Oriente chaque axe et dis son sens. Termine par une application numérique avec unité, aux chiffres significatifs de la donnée la moins précise.