BURHAN

Mouvements plans : exercices, niveau examen

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

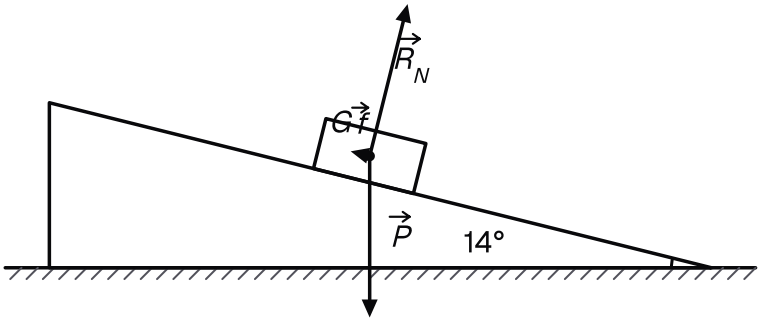
Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/mouvements-plans/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Mouvements plans	Niveau examen	5

Exercice 1 7 pts

Bouée de glisse : descente et freinage

Sur une piste de glisse, un passager assis dans une bouée descend une pente rectiligne AB, puis s'arrête sur une aire de freinage horizontale. On étudie l'ensemble bouée et passager, réduit à son centre d'inertie, dans le référentiel terrestre supposé galiléen ; $g = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.



Bouée de glisse dans la descente : forces au centre d'inertie

A.1. 0,75 pts

Partie A : descente de la pente. La pente a pour longueur $AB = 60\,\mathrm{m}$ et pour inclinaison $\alpha = 14°$. Le système, de masse $m = 80\,\mathrm{kg}$, part de A sans vitesse ; la neige exerce un frottement constant $f = 95\,\mathrm{N}$.

Faire l'inventaire des forces exercées sur le système et préciser la direction et le sens de chacune.

INDICE

Outil : la réaction de la neige se décompose en deux forces ; pense au sens du glissement.

CORRIGÉ

Forces. Le poids $\vec{P}$, vertical, vers le bas, de valeur $m\,g$; la réaction normale $\vec{R}_N$, perpendiculaire à la pente, vers le haut ; le frottement $\vec{f}$, parallèle à la pente, vers le haut car opposé à la descente.

Conclusion. Le système subit trois forces : $\vec{P}$, $\vec{R}_N$ et $\vec{f}$, conformes à la figure.

A.2. 1 pts

On oriente l'axe $(O;\vec{i})$ selon la ligne de plus grande pente, vers le bas. Montrer que l'accélération du système s'écrit $a = g\sin\alpha - \dfrac{f}{m}$.

INDICE

Outil : la deuxième loi de Newton, puis la projection de chaque force sur $(O;\vec{i})$.

CORRIGÉ

Loi. Dans le référentiel galiléen : $\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = m\,\vec{a}_G$.

Projections sur $(O;\vec{i})$: $P_x = m\,g\sin\alpha$, $R_{N,x} = 0$, $f_x = -f$.

Équation. $m\,g\sin\alpha - f = m\,a$, donc $a = g\sin\alpha - \dfrac{f}{m}$, constante.

Conclusion. L'accélération vaut bien $a = g\sin\alpha - \dfrac{f}{m}$: le mouvement est rectiligne uniformément accéléré.

A.3. 0,5 pts

Calculer a.

INDICE

Outil : l'expression établie, avec les données de la partie A.

CORRIGÉ

Application numérique.

$$\begin{aligned} a &= 9{,}80 \times \sin 14^\circ - \frac{95}{80} \\ a &= 2{,}371 - 1{,}188 \\ a &\approx 1{,}2\,\mathrm{m\cdot s^{-2}} \end{aligned}$$

Conclusion. Le système descend avec une accélération d'environ $1{,}2\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

A.4. 0,75 pts

Calculer la vitesse v_B du système en B.

INDICE

Outil : la relation entre les carrés des vitesses et la distance, pour un départ sans vitesse.

CORRIGÉ

Vitesse. $v_B^2 - 0 = 2\,a \times AB$:

$$\begin{aligned} v_B &= \sqrt{2 \times 1{,}183 \times 60} \\ v_B &\approx 12\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} \end{aligned}$$

Conclusion. Le système arrive en B à environ $12\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

A.5. 1 pts

Calculer la réaction normale R_N, puis la valeur R de la réaction de la neige.

INDICE

Outil : la projection de la deuxième loi sur la normale à la pente, puis la composition de deux forces perpendiculaires.

CORRIGÉ

Réaction normale. Sur la normale, $a_y = 0$: $R_N = m\,g\cos\alpha$.

$$\begin{aligned} R_N &= 80 \times 9{,}80 \\ &\quad \times \cos 14^\circ \\ R_N &\approx 7{,}6 \times 10^2\ \mathrm{N} \end{aligned}$$

Réaction. $R = \sqrt{R_N^2 + f^2} = \sqrt{760{,}7^2 + 95^2} \approx 7{,}7 \times 10^2\ \mathrm{N}$.

Conclusion. La neige exerce une réaction de valeur environ $7{,}7 \times 10^2\ \mathrm{N}$, dont la composante normale vaut environ $7{,}6 \times 10^2\ \mathrm{N}$.

B.1. 0,75 pts

Partie B : freinage sur l'aire horizontale. Le système, de masse $m = 80\,\mathrm{kg}$, aborde l'aire horizontale avec la vitesse $v_B = 12\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Un tapis de freinage y exerce un frottement constant $f' = 160\,\mathrm{N}$.

L'axe horizontal est orienté comme la vitesse. Montrer que l'accélération du système sur l'aire vaut $a' = -\dfrac{f'}{m}$, et la calculer.

INDICE

Outil : la deuxième loi de Newton projetée sur l'horizontale ; le poids et la réaction normale sont verticaux.

CORRIGÉ

Projection. Le poids et la réaction normale n'ont pas de composante horizontale ; seul $\vec{f}'$, opposé au mouvement, compte : $-f' = m\,a'$.

$$\begin{aligned} a' &= -\frac{f'}{m} = -\frac{160}{80} \\ a' &= -2{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-2}} \end{aligned}$$

Conclusion. Sur l'aire horizontale, le mouvement est uniformément retardé, avec $a' = -2{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

B.2. 1,25 pts

Calculer la distance d de freinage et la durée t_f du freinage.

INDICE

Outil : les relations du mouvement rectiligne uniformément varié jusqu'à $v = 0$.

CORRIGÉ

Distance.

$$d = \frac{v_B^2}{2\,|a'|}$$
$$d = \frac{12^2}{2 \times 2{,}0} = 36\,\text{m}$$

Durée. $0 = a'\,t_f + v_B$, donc $t_f = \dfrac{12}{2{,}0} = 6{,}0\,\text{s}$.

Conclusion. Le système s'arrête après $36\,\text{m}$ de freinage, en $6{,}0\,\text{s}$.

B.3. 1 pts

L'aire de freinage mesure $40\,\text{m}$. Par temps de neige fraîche, le frottement du tapis descend à $f'' = 130\,\text{N}$. L'aire suffit-elle encore ? Justifier.

INDICE

Outil : l'accélération d'un solide freiné par le seul frottement sur un plan horizontal.

CORRIGÉ

Décélération. $|a''| = \dfrac{f''}{m} = \dfrac{130}{80}$, soit $|a''| \approx 1{,}63\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Distance.

$$d'' = \frac{v_B^2}{2\,|a''|}$$
$$d'' = \frac{12^2}{2 \times 1{,}625}$$
$$d'' \approx 44\,\text{m}$$

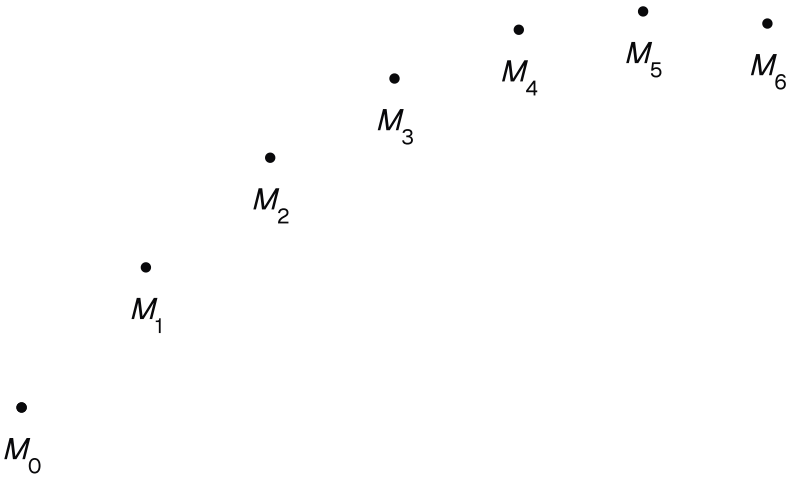
Comparaison. $44\,\text{m} > 40\,\text{m}$: le système atteindrait le bout de l'aire avant de s'arrêter.

Conclusion. Avec un frottement de $130\,\text{N}$, l'aire de $40\,\text{m}$ ne suffit plus : il faut l'allonger ou ralentir l'arrivée.

Exercice 2 7 pts

Caillou filmé, puis lancé depuis une hauteur

Un élève lance un caillou dense devant une caméra placée loin, perpendiculairement au plan du mouvement. L'action de l'air est négligée et $g = 9{,}80\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$.



Positions successives du caillou, à un dixième de seconde d'intervalle

A.1. 0,5 pts

Partie A : exploitation de la vidéo. Le pointage du centre du caillou, une image toutes les $\tau = 0{,}10\,\text{s}$, donne, dans un repère d'axe y vertical vers le haut et d'origine M_0 (instant du lâcher) :

Position	x (cm)	y (cm)
M_0	0	0
M_1	$40{,}0$	$45{,}1$
M_2	$80{,}0$	$80{,}4$
M_3	$120{,}0$	$105{,}9$
M_4	$160{,}0$	$121{,}6$
M_5	$200{,}0$	$127{,}5$
M_6	$240{,}0$	$123{,}6$

Montrer que le caillou avance horizontalement d'un mouvement uniforme, de vitesse v_x à déterminer.

INDICE

Outil : les écarts entre abscisses successives, rapportés à τ.

CORRIGÉ

Écarts. L'abscisse augmente de $40{,}0\,\text{cm}$ à chaque intervalle : v_x est constante.

$$v_x = \frac{0{,}400}{0{,}10}$$
$$v_x = 4{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Conclusion. Le mouvement horizontal est uniforme, avec $v_x = 4{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

A.2. 1 pts

Calculer la coordonnée verticale de la vitesse en M_2 et en M_4.

INDICE

Outil : les positions qui encadrent chaque point, séparées de $2\,\tau$.

CORRIGÉ

En M_2.

$$v_{y2} \approx \frac{y_3 - y_1}{2\,\tau}$$
$$v_{y2} \approx \frac{1{,}059 - 0{,}451}{0{,}20}$$
$$v_{y2} \approx 3{,}04\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

En M_4. $v_{y4} \approx \dfrac{y_5 - y_3}{2\,\tau} = \dfrac{1{,}275 - 1{,}059}{0{,}20} \approx 1{,}08\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Conclusion. Le caillou monte de moins en moins vite : $v_{y2} \approx 3{,}04\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $v_{y4} \approx 1{,}08\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

A.3. 0,75 pts

En déduire la coordonnée a_y de l'accélération en M_3 et la comparer à g.

INDICE

Outil : la variation de v_y entre M_2 et M_4, sur la durée $2\,\tau$.

CORRIGÉ

Accélération.

$$a_y \approx \frac{v_{y4} - v_{y2}}{2\,\tau}$$
$$a_y \approx \frac{1{,}08 - 3{,}04}{0{,}20}$$
$$a_y \approx -9{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

Comparaison. $a_x = 0$ puisque v_x est constante : $\vec{a}$ est verticale, vers le bas, de valeur environ $9{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Conclusion. L'accélération mesurée est celle de la pesanteur, $\vec{a} \approx \vec{g}$, comme le prévoit le modèle du projectile.

A.4. 1 pts

En admettant $a_y = -g$, déterminer la coordonnée v_{0y} de la vitesse au lâcher, puis la valeur v_0 et l'angle de tir θ.

INDICE

Outil : entre le lâcher et M_2, la coordonnée v_y diminue de $g \times 2\,\tau$.

CORRIGÉ

Coordonnée verticale. $v_{0y} = v_{y2} + g \times 2\,\tau = 3{,}04 + 9{,}80 \times 0{,}20 \approx 5{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Valeur.

$$v_0 = \sqrt{4{,}0^2 + 5{,}0^2}$$
$$v_0 \approx 6{,}4\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

Angle. $\tan\theta = \dfrac{5{,}0}{4{,}0} = 1{,}25$, donc $\theta \approx 51^\circ$.

Conclusion. Le caillou a été lancé à environ $6{,}4\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ sous un angle de tir d'environ 51°.

B.1. 1 pts

Partie B : lancer depuis une hauteur. On étudie maintenant le lancer modélisé : le caillou quitte la main au point O, à $h = 1{,}2\,\mathrm{m}$ au-dessus du sol, avec $v_0 = 6{,}4\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ sous l'angle $\theta = 51°$. Le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ a son origine en O, $\vec{j}$ vertical vers le haut ; le sol est la droite $y = -h$.

Montrer, par la deuxième loi de Newton, que $x(t) = v_0\cos\theta\;t$ et $y(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin\theta\;t$, puis écrire ces équations avec les valeurs numériques.

INDICE

Outil : l'accélération du projectile, puis deux primitives successives avec les conditions initiales en O.

CORRIGÉ

Loi. Le caillou, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, ne subit que son poids : $\vec{a} = \vec{g}$, d'où $a_x = 0$ et $a_y = -g$.

Primitives. Avec $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$ et O pour position initiale : $v_x = v_0\cos\theta$, $v_y = -g\,t + v_0\sin\theta$, puis $x = v_0\cos\theta\;t$ et $y = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin\theta\;t$.

Valeurs. $v_0\cos\theta \approx 4{,}03\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ et $v_0\sin\theta \approx 4{,}97\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$:

$$x(t) = 4{,}03\,t$$

$$y(t) = -4{,}90\,t^2 + 4{,}97\,t$$

Conclusion. Les équations horaires sont établies : $x(t) = 4{,}03\,t$ et $y(t) = -4{,}90\,t^2 + 4{,}97\,t$, en mètres et en secondes.

B.2. 1,25 pts

Calculer l'altitude maximale atteinte par le caillou, mesurée depuis le sol.

INDICE

Outil : la coordonnée verticale de la vitesse au sommet de la trajectoire.

CORRIGÉ

Sommet. $v_y = 0$ pour $t_S = \dfrac{4{,}97}{9{,}80} \approx 0{,}507\,\mathrm{s}$.

Hauteur au-dessus de O.

$$y_S = \frac{(v_0\sin\theta)^2}{2\,g}$$

$$y_S = \frac{4{,}97^2}{2\times 9{,}80}$$

$$y_S \approx 1{,}26\,\mathrm{m}$$

Altitude. $h + y_S \approx 1{,}2 + 1{,}26 \approx 2{,}5\,\mathrm{m}$.

Conclusion. Le caillou monte jusqu'à environ $2{,}5\,\mathrm{m}$ au-dessus du sol.

B.3. 1 pts

Montrer que la date t_I de l'arrivée au sol est solution de $4{,}90\,t^2 - 4{,}97\,t - 1{,}2 = 0$, puis calculer t_I.

INDICE

Outil : au sol, $y = -h$; garde la solution positive de l'équation du second degré.

CORRIGÉ

Équation. $y(t_I) = -1{,}2$ s'écrit $-4{,}90\,t_I^2 + 4{,}97\,t_I + 1{,}2 = 0$, c'est-à-dire $4{,}90\,t_I^2 - 4{,}97\,t_I - 1{,}2 = 0$.

Discriminant. $\Delta = 4{,}97^2 + 4 \times 4{,}90 \times 1{,}2 \approx 48{,}2$.

Solution positive.

$$t_I = \frac{4{,}97 + \sqrt{48{,}2}}{2 \times 4{,}90}$$
$$t_I \approx 1{,}2\,\mathrm{s}$$

Conclusion. Le caillou touche le sol environ $1{,}2\,\mathrm{s}$ après avoir quitté la main.

B.4. 0,5 pts

À quelle distance du lanceur, mesurée horizontalement, le caillou retombe-t-il ?

INDICE

Outil : l'équation horaire horizontale à la date d'arrivée au sol.

CORRIGÉ

Abscisse.

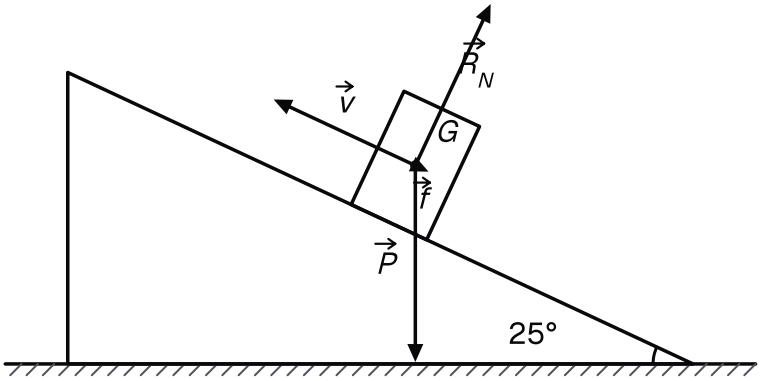
$$x_I = 4{,}03 \times 1{,}216$$
$$x_I \approx 4{,}9\,\mathrm{m}$$

Conclusion. Le caillou retombe à environ $4{,}9\,\mathrm{m}$ du lanceur, mesurés horizontalement.

Exercice 3 — 7 pts

Skateur : montée du tremplin, puis saut

Un skateur s'élance sur un tremplin plan, rectiligne, puis s'envole depuis son sommet B et retombe sur le sol horizontal. Le skateur et sa planche sont assimilés à un point matériel. Le référentiel terrestre est supposé galiléen et $g = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.



Skateur sur le tremplin : vitesse et forces

A.1. — 0,75 pts

Partie A : montée du tremplin. Le tremplin AB mesure $2{,}5\,\mathrm{m}$ et fait l'angle $\alpha = 25^\circ$ avec le sol. Le skateur, de masse $m = 55\,\mathrm{kg}$ avec sa planche, arrive en A avec la vitesse $v_A = 7{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, sans pousser. Les roues subissent un frottement constant $f = 40\,\mathrm{N}$.

Nommer les forces exercées sur le système pendant la montée, puis justifier le sens du frottement représenté sur la figure.

INDICE

Outil : le contact avec le tremplin donne deux forces ; regarde le sens du mouvement.

CORRIGÉ

Forces. Le poids $\vec{P}$, vertical, vers le bas ; la réaction normale $\vec{R}_N$, perpendiculaire au tremplin ; le frottement $\vec{f}$, parallèle au tremplin et vers le bas, car le skateur monte.

Sens du frottement. Le frottement s'oppose au mouvement du skateur par rapport au tremplin : il monte, donc le frottement pointe vers le bas, comme sur la figure.

Conclusion. Pendant la montée, le système subit $\vec{P}$, $\vec{R}_N$ et $\vec{f}$, ce dernier dirigé vers le bas du tremplin car opposé à la montée.

A.2. 1 pts

Sur l'axe $(A;\vec{i})$ parallèle au tremplin et orienté vers le haut, montrer que l'accélération vaut $a = -\left(g\sin\alpha + \dfrac{f}{m}\right)$ et la calculer.

INDICE

Outil : la deuxième loi de Newton projetée sur l'axe du tremplin ; deux forces y ont une composante.

CORRIGÉ

Projection. $-m\,g\sin\alpha - f = m\,a$, d'où $a = -\left(g\sin\alpha + \dfrac{f}{m}\right)$.

$$\begin{aligned} a &= -(4{,}142 + 0{,}727) \\ a &\approx -4{,}9\,\mathrm{m\cdot s^{-2}} \end{aligned}$$

Conclusion. La montée est uniformément retardée, avec $a \approx -4{,}9\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

A.3. 0,75 pts

Calculer la vitesse v_B du skateur au sommet B du tremplin.

INDICE

Outil : la relation entre les carrés des vitesses et la distance parcourue.

CORRIGÉ

Vitesse. $v_B^2 = v_A^2 + 2\,a \times AB$:

$$\begin{aligned} v_B^2 &= 7{,}0^2 - 2 \times 4{,}869 \\ &\quad \times 2{,}5 \\ v_B &\approx 5{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} \end{aligned}$$

Conclusion. Le skateur quitte le tremplin en B à environ $5{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

A.4. 0,75 pts

Calculer la hauteur de B au-dessus du sol.

INDICE

Outil : la trigonométrie dans le triangle formé par le tremplin et le sol.

CORRIGÉ

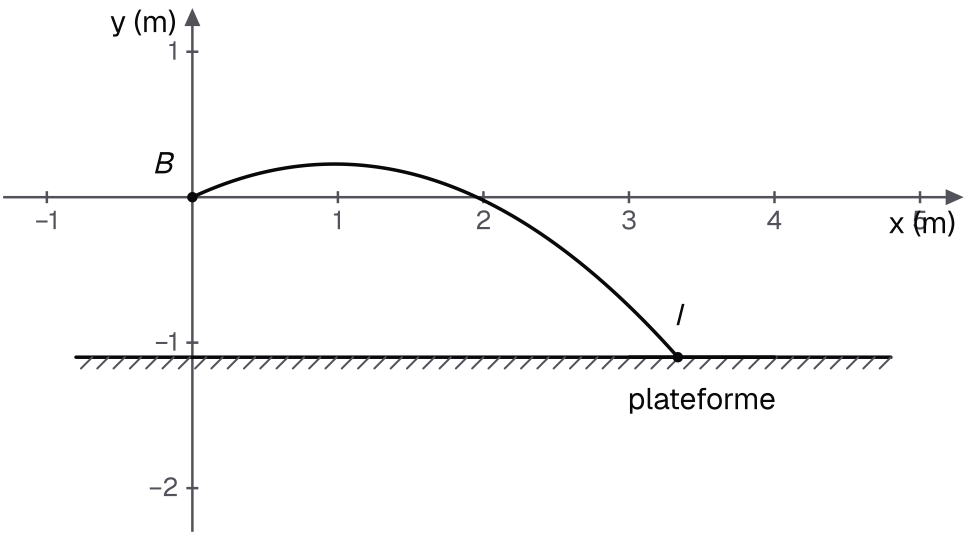
Hauteur. $h_B = AB\,\sin\alpha = 2{,}5 \times \sin 25^\circ \approx 1{,}1\,\mathrm{m}$.

Conclusion. Le sommet du tremplin est à environ $1{,}1\,\mathrm{m}$ au-dessus du sol.

B.1. 1 pts

Partie B : vol après le tremplin. Le skateur quitte B avec une vitesse de $5{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, dirigée à 25° au-dessus de l'horizontale ; B est à $1{,}1\,\mathrm{m}$ au-dessus du sol. On néglige l'action de l'air. Le repère $(B;\vec{i},\vec{j})$ a son origine en B, $\vec{j}$ vertical vers le haut ; le sol est la droite $y=-1{,}1\,\mathrm{m}$.

Montrer que les équations horaires du vol sont $x(t)=4{,}53\,t$ et $y(t)=-4{,}90\,t^2+2{,}11\,t$, en mètres et en secondes.



Vol du skateur depuis le haut du tremplin

INDICE

Outil : pendant le vol, seul le poids agit ; prends les primitives avec les coordonnées de la vitesse en B.

CORRIGÉ

Accélération. Seul le poids agit : $\vec{a}=\vec{g}$, donc $a_x=0$ et $a_y=-g$.

Vitesse en B. $5{,}0\times\cos 25^\circ\approx 4{,}53\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ et $5{,}0\times\sin 25^\circ\approx 2{,}11\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Primitives. Avec $x(0)=y(0)=0$: $x=4{,}53\,t$ et $y=-\dfrac{9{,}80}{2}\,t^2+2{,}11\,t$.

Conclusion. Les équations horaires du vol sont $x(t)=4{,}53\,t$ et $y(t)=-4{,}90\,t^2+2{,}11\,t$.

B.2. 1,25 pts

On note v_B la valeur de la vitesse en B et α l'angle qu'elle fait avec l'horizontale. Montrer que le skateur s'élève au-dessus de B de la hauteur $H = \dfrac{v_B^2 \sin^2\alpha}{2\,g}$, puis calculer sa hauteur maximale au-dessus du sol.

INDICE

Outil : la condition qui caractérise le sommet de la trajectoire.

CORRIGÉ

Sommet. La coordonnée verticale de la vitesse, $v_y = -g\,t + v_B \sin\alpha$, s'annule à la date $t_S = \dfrac{v_B \sin\alpha}{g}$.

Flèche. On reporte t_S dans $y(t)$:

$$\begin{aligned} H &= -\frac{g\,t_S^2}{2} \\ &\quad + v_B \sin\alpha\; t_S \\ H &= \frac{v_B^2 \sin^2\alpha}{2\,g} \end{aligned}$$

Application numérique. $v_B \sin\alpha = 2{,}11\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$:

$$\begin{aligned} H &= \frac{2{,}11^2}{2 \times 9{,}80} \\ H &\approx 0{,}23\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Hauteur au-dessus du sol. $1{,}1 + 0{,}23 \approx 1{,}3\,\mathrm{m}$.

Conclusion. La flèche du vol vaut $H = \dfrac{v_B^2 \sin^2\alpha}{2\,g} \approx 0{,}23\,\mathrm{m}$: le skateur monte jusqu'à environ $1{,}3\,\mathrm{m}$ au-dessus du sol.

B.3. 0,75 pts

Calculer la durée du vol et la distance horizontale entre B et le point d'impact I sur le sol.

INDICE

Outil : résous $y(t) = -1{,}1$ et garde la racine positive, puis utilise $x(t)$.

CORRIGÉ

Équation. $-4{,}90\,t^2 + 2{,}11\,t + 1{,}1 = 0$, de discriminant $\Delta = 2{,}11^2 + 4 \times 4{,}90 \times 1{,}1 \approx 26{,}0$.

Durée.

$$\begin{aligned} t_I &= \frac{2{,}11 + \sqrt{26{,}0}}{2 \times 4{,}90} \\ t_I &\approx 0{,}74\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Distance. $x_I = 4{,}53 \times 0{,}736 \approx 3{,}3\,\mathrm{m}$.

Conclusion. Le vol dure environ $0{,}74\,\mathrm{s}$ et le skateur touche le sol à environ $3{,}3\,\mathrm{m}$ de B, horizontalement.

B.4. 0,75 pts

Une plateforme de réception s'étend sur le sol de $3{,}0\,\mathrm{m}$ à $4{,}0\,\mathrm{m}$ de B, horizontalement. Le skateur atterrit-il dessus ? Avec un frottement plus fort sur le tremplin, atterrirait-il plus près ou plus loin ? Justifier.

INDICE

Outil : l'abscisse du point d'impact, puis la relation entre les carrés des vitesses sur le tremplin.

CORRIGÉ

Réception. $3{,}0\,\mathrm{m} < x_I \approx 3{,}3\,\mathrm{m} < 4{,}0\,\mathrm{m}$: l'impact est sur la plateforme.

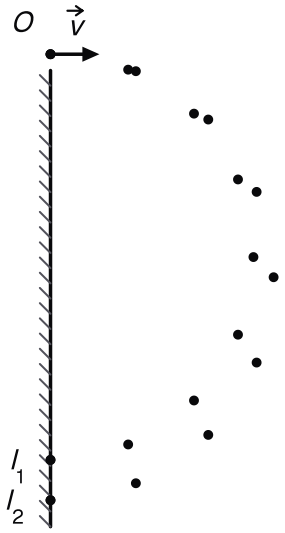
Frottement plus fort. La décélération sur le tremplin augmente, donc la vitesse en B diminue. Les deux coordonnées de la vitesse initiale du vol diminuent : le vol est plus court et moins rapide horizontalement.

Conclusion. Le skateur atterrit sur la plateforme ; avec plus de frottement, il atterrirait plus près de B, au risque de la manquer.

Exercice 4 7 pts

Spectrographe à ions néon et déflexion de deutons

Un laboratoire utilise des champs magnétiques uniformes pour trier des ions et pour dévier un faisceau. Dans les deux parties, le référentiel terrestre est supposé galiléen, $e = 1{,}60 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$ et $g = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.



Spectrographe : demi-cercles des deux ions néon, champ sortant de la feuille

A.1. 0,75 pts

Partie A : spectrographe de masse. Des ions $^{20}\mathrm{Ne}^{+}$, de masse $m_1 = 3{,}32 \times 10^{-26}\,\mathrm{kg}$, et $^{22}\mathrm{Ne}^{+}$, de masse $m_2 = 3{,}65 \times 10^{-26}\,\mathrm{kg}$, ont la même charge $q = e$.

Ils entrent en O avec la même vitesse $v_0 = 1{,}2 \times 10^{5}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, horizontale et vers la droite. Ils pénètrent dans un champ uniforme $B = 0{,}20\,\mathrm{T}$, perpendiculaire à $\vec{v}_0$.

Les ions sont déviés vers le bas. Préciser la force de Lorentz en O (direction, sens), puis montrer que le champ est sortant.

INDICE

Outil : la force est dirigée vers l'intérieur du virage ; ensuite la règle de la main droite pour une charge positive.

CORRIGÉ

Force. La trajectoire tourne vers le bas : en O, $\vec{F}$ est verticale, vers le bas, perpendiculaire à $\vec{v}_0$.

Champ. $q > 0$: pouce vers la droite selon $\vec{v}_0$, majeur vers le bas selon $\vec{F}$; l'index sort alors de la feuille.

Conclusion. En O, la force de Lorentz est verticale vers le bas et le champ magnétique est sortant.

A.2. 0,5 pts

Calculer la valeur de la force de Lorentz sur un ion $^{20}\mathrm{Ne}^{+}$ et la comparer à son poids.

INDICE

Outil : la valeur de la force de Lorentz quand $\vec{v}$ est perpendiculaire à $\vec{B}$, puis le rapport des deux forces.

CORRIGÉ

Force de Lorentz.

$$\begin{aligned} F &= e\,v_0\,B \\ F &= 1{,}60\times10^{-19} \\ &\quad\times 1{,}2\times10^{5}\times 0{,}20 \\ F &\approx 3{,}8\times10^{-15}\ \mathrm{N} \end{aligned}$$

Poids. $P = m_1\,g = 3{,}32\times10^{-26}\times 9{,}80 \approx 3{,}3\times10^{-25}\ \mathrm{N}$.

Rapport. $\dfrac{F}{P} \approx 1\times10^{10}$.

Conclusion. La force de Lorentz vaut environ $3{,}8\times10^{-15}\ \mathrm{N}$, dix milliards de fois le poids : le poids est négligeable.

A.3. 0,75 pts

Montrer, à l'aide de la base de Frenet, que la valeur de la vitesse d'un ion reste égale à v_0 dans le champ.

INDICE

Outil : la deuxième loi de Newton, la direction de la force de Lorentz par rapport à $\vec{v}$, puis la coordonnée tangentielle de l'accélération.

CORRIGÉ

Loi. Le poids étant négligé : $\vec{F} = m\,\vec{a}$.

Direction. $\vec{F}$ est perpendiculaire à $\vec{v}$ à chaque instant, donc portée par $\vec{u}_N$: $a_T = 0$.

Vitesse. $a_T = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$: la valeur v ne varie pas et reste v_0.

Conclusion. Dans le champ, le mouvement de chaque ion est uniforme : sa vitesse garde la valeur v_0.

A.4. 0,75 pts

Calculer le rayon r_1 de la trajectoire des ions $^{20}\mathrm{Ne}^{+}$ et le rayon r_2 de celle des ions $^{22}\mathrm{Ne}^{+}$.

INDICE

Outil : le rayon de la trajectoire circulaire d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme.

CORRIGÉ

Premier ion.

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{m_1\, v_0}{e\, B} \\ r_1 &= \frac{3{,}32 \times 10^{-26}}{1{,}60 \times 10^{-19}} \\ &\quad \times \frac{1{,}2 \times 10^{5}}{0{,}20} \\ r_1 &\approx 0{,}12\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Second ion. $r_2 = r_1 \times \dfrac{m_2}{m_1} = 0{,}1245 \times \dfrac{3{,}65}{3{,}32} \approx 0{,}14\,\mathrm{m}$.

Conclusion. Les ions décrivent des demi-cercles de rayons $r_1 \approx 0{,}12\,\mathrm{m}$ et $r_2 \approx 0{,}14\,\mathrm{m}$.

A.5. 1 pts

Après un demi-tour, les ions frappent la plaque en I_1 et I_2. Montrer que $I_1I_2 = \dfrac{2\,v_0\,(m_2 - m_1)}{e\,B}$, puis calculer cette distance.

INDICE

Outil : l'expression du rayon de la trajectoire de chaque ion.

CORRIGÉ

Expression. $OI_1 = 2\,r_1$ et $OI_2 = 2\,r_2$, sur la même demi-droite :

$$\begin{aligned} I_1I_2 &= 2\,(r_2 - r_1) \\ I_1I_2 &= \frac{2\,v_0\,(m_2 - m_1)}{e\,B} \end{aligned}$$

Application numérique.

$$\begin{aligned} I_1I_2 &= \frac{2 \times 1{,}2 \times 10^{5}}{1{,}60 \times 10^{-19}} \\ &\quad \times \frac{3{,}3 \times 10^{-27}}{0{,}20} \\ I_1I_2 &\approx 2{,}5 \times 10^{-2}\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

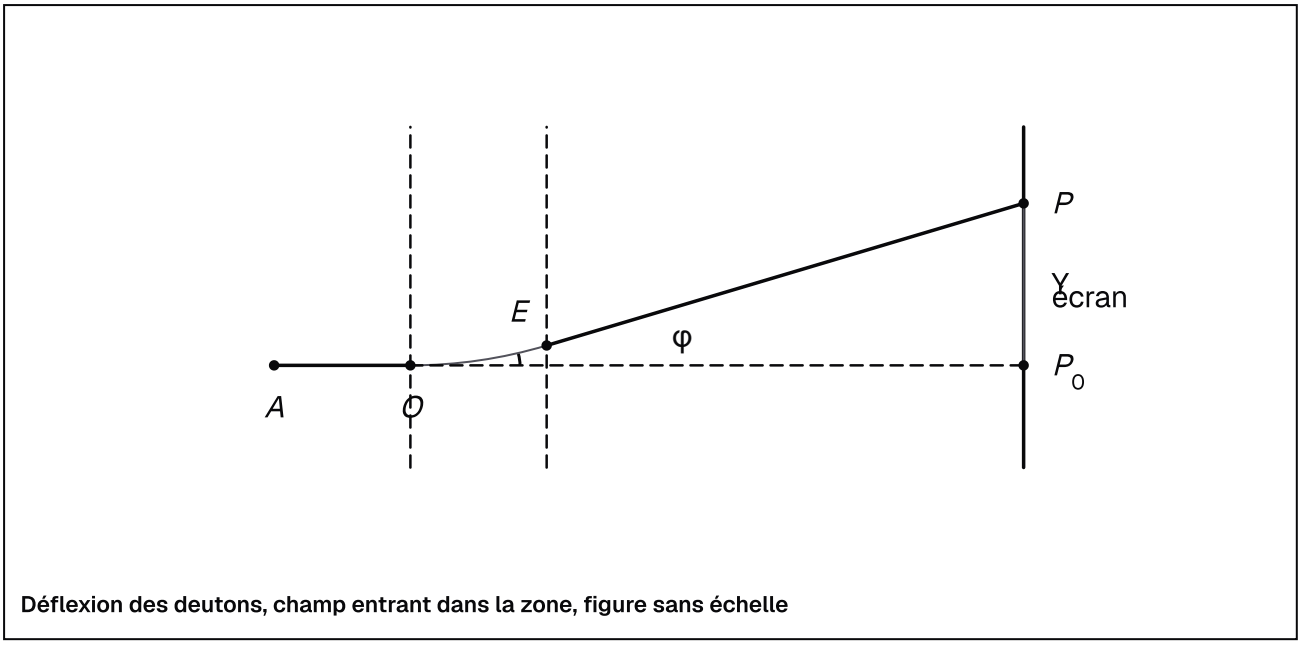
Conclusion. Les deux isotopes arrivent à environ $2{,}5\,\mathrm{cm}$ l'un de l'autre, écart proportionnel à la différence de leurs masses.

B.1. 1 pts

Partie B : déflexion d'un faisceau de deutons. Des deutons, de masse $m = 3{,}34 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$ et de charge e, entrent en O avec la vitesse $v_0 = 4{,}0 \times 10^{6}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Ils traversent une zone de largeur $\ell = 3{,}0\,\mathrm{cm}$ où règne un champ uniforme $B' = 5{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{T}$, perpendiculaire à $\vec{v}_0$. Un écran est placé à $L = 40\,\mathrm{cm}$ du milieu de la zone. Le poids est négligé.

Calculer le rayon r de l'arc de cercle décrit dans la zone, puis $\sin\varphi$, où φ est l'angle de déviation à la sortie. L'approximation des petits angles est-elle justifiée ?



Déflexion des deutons, champ entrant dans la zone, figure sans échelle

INDICE

Outil : le rayon de la trajectoire, puis la relation entre la largeur de la zone, le rayon et l'angle de déviation.

CORRIGÉ

Rayon.

$$r = \frac{m\,v_0}{e\,B'}$$
$$r = \frac{3{,}34 \times 10^{-27}}{1{,}60 \times 10^{-19}} \times \frac{4{,}0 \times 10^{6}}{5{,}0 \times 10^{-2}}$$
$$r \approx 1{,}7\,\mathrm{m}$$

Déviation. $\sin\varphi = \dfrac{\ell}{r} = \dfrac{0{,}030}{1{,}67} \approx 1{,}8 \times 10^{-2}$.

Petit angle. $\varphi \approx 0{,}018\,\mathrm{rad}$, soit environ 1° : $\sin\varphi$, $\tan\varphi$ et φ en radian sont égaux à mieux que un pour mille près.

Conclusion. Les deutons décrivent un arc de rayon environ $1{,}7\,\mathrm{m}$, très supérieur à ℓ ; $\sin\varphi \approx 1{,}8 \times 10^{-2}$: l'approximation des petits angles est justifiée.

B.2. 0,5 pts

Quelle est la nature du mouvement des deutons entre la sortie de la zone et l'écran ? Justifier.

INDICE

Outil : le principe d'inertie, hors du champ et le poids étant négligé.

CORRIGÉ

Forces. Hors de la zone, il n'y a plus de champ magnétique, et le poids est négligé : la somme des forces est nulle.

Conclusion. Entre la zone et l'écran, le mouvement des deutons est rectiligne uniforme, selon la tangente à l'arc au point de sortie.

B.3. 1 pts

On admet que la droite suivie après la sortie coupe la direction initiale au milieu de la zone. L'angle φ étant petit, exprimer la déflexion Y en fonction de ℓ, L et r, puis en fonction de e, B', ℓ, L, m et v_0. Calculer Y.

INDICE

Outil : la tangente de l'angle de déviation, lue dans le triangle formé avec l'écran, puis l'expression du rayon.

CORRIGÉ

Géométrie. Le point de concours est à la distance L de l'écran : $\tan\varphi = \dfrac{Y}{L}$.

Petit angle. $\tan\varphi \approx \sin\varphi = \dfrac{\ell}{r}$, d'où $Y \approx \dfrac{\ell\,L}{r}$.

Expression littérale. Avec $r = \dfrac{m\,v_0}{e\,B'}$:

$$Y \approx \frac{\ell\,L}{r}$$

$$Y \approx \frac{e\,B'\,\ell\,L}{m\,v_0}$$

Application numérique.

$$Y \approx \frac{0{,}030 \times 0{,}40}{1{,}67}$$

$$Y \approx 7{,}2 \times 10^{-3}\ \text{m}$$

Conclusion. La déflexion vaut $Y \approx \dfrac{e\,B'\,\ell\,L}{m\,v_0}$: le faisceau de deutons est dévié d'environ $7{,}2\ \text{mm}$ sur l'écran.

B.4. `0,75 pts`

D'après l'expression littérale de Y, quelle valeur faut-il donner au champ pour obtenir $Y = 1{,}0\,\text{cm}$? L'approximation reste-t-elle valable ?

INDICE

Outil : la proportionnalité entre la déflexion et le champ, à vitesse et géométrie fixées.

CORRIGÉ

Proportionnalité. Dans $Y \approx \dfrac{e\,B'\,\ell\,L}{m\,v_0}$, seuls Y et le champ changent : Y est proportionnelle au champ.

Nouveau champ.

$$B'' = B' \times \frac{1{,}0\,\text{cm}}{0{,}719\,\text{cm}}$$
$$B'' \approx 7{,}0 \times 10^{-2}\,\text{T}$$

Validité. Le rayon devient environ $1{,}2\,\text{m}$, $\sin\varphi \approx 0{,}025$: l'angle reste petit.

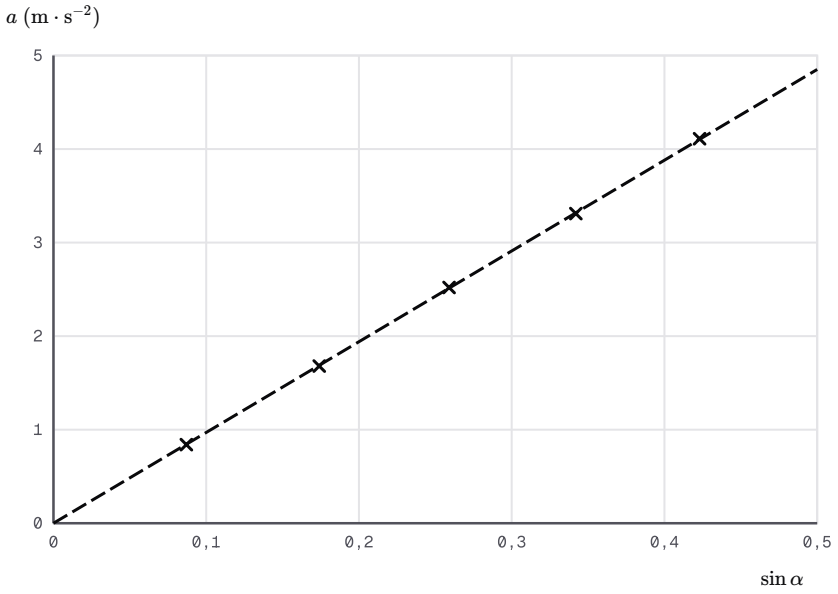
Conclusion. Il faut un champ d'environ $7{,}0 \times 10^{-2}\,\text{T}$; la déviation reste assez faible pour que l'expression approchée s'applique.

Exercice 5

6,75 pts

Mesurer g sur une pente, puis la vitesse d'électrons

Deux expériences de travaux pratiques exploitent la deuxième loi de Newton : l'une sur une pente, l'autre avec un faisceau d'électrons. Le référentiel du laboratoire est supposé galiléen.



✕ Points de mesure — — — Droite de modélisation

Accélération du disque en fonction du sinus de l'inclinaison

A.1. 1 pts

Partie A : un disque presque sans frottement. Un disque de neige carbonique glisse sur une plaque de verre inclinable, sans frottement notable : un mince film de gaz le sépare du verre. On mesure son accélération a pour plusieurs inclinaisons α :

α	$\sin\alpha$	a ($\mathrm{m\cdot s^{-2}}$)
5°	$0{,}087$	$0{,}84$
10°	$0{,}174$	$1{,}68$
15°	$0{,}259$	$2{,}52$
20°	$0{,}342$	$3{,}31$
25°	$0{,}423$	$4{,}11$

Montrer que, sans frottement, $a = g\sin\alpha$.

INDICE

Outil : la deuxième loi de Newton projetée sur la ligne de plus grande pente ; la réaction est alors perpendiculaire au plan.

CORRIGÉ

Bilan. Le disque subit son poids $\vec{P}$ et la réaction $\vec{R}_N$, perpendiculaire à la plaque puisqu'il n'y a pas de frottement.

Projection sur l'axe de la pente orienté vers le bas : $m\,g\sin\alpha + 0 = m\,a$.

Conclusion. Sans frottement, l'accélération du disque vaut $a = g\sin\alpha$, quelle que soit sa masse.

A.2. 1 pts

Le graphique représente a en fonction de $\sin\alpha$. Justifier que les mesures sont en accord avec la relation précédente et en déduire une valeur expérimentale g_{exp}.

INDICE

Outil : la forme de la droite de modélisation et la signification de son coefficient directeur.

CORRIGÉ

Forme. Les points sont alignés sur une droite qui passe par l'origine : a est proportionnelle à $\sin\alpha$, comme le prévoit $a = g\sin\alpha$.

Coefficient directeur. Avec le point de mesure à 25°, proche de la droite :

$$g_{\text{exp}} \approx \frac{4{,}11}{0{,}423}$$
$$g_{\text{exp}} \approx 9{,}7\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

Conclusion. Les mesures suivent la loi $a = g\sin\alpha$; le coefficient directeur donne $g_{\text{exp}} \approx 9{,}7\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

A.3. 0,5 pts

Calculer l'écart relatif entre g_{exp} et la valeur de référence $g = 9{,}80\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$. Proposer une cause de cet écart.

INDICE

Outil : l'écart relatif est la différence des deux valeurs rapportée à la valeur de référence.

CORRIGÉ

Écart relatif.

$$\frac{|g - g_{\text{exp}}|}{g} = \frac{9{,}80 - 9{,}70}{9{,}80} \approx 1\,\%$$

Cause. Un léger frottement résiduel du film de gaz diminue un peu l'accélération ; une erreur sur la mesure des angles fausse aussi $\sin\alpha$, dans un sens ou dans l'autre.

Conclusion. L'écart relatif est d'environ $1\,\%$: la mesure est en bon accord avec la valeur de référence.

A.4. 1 pts

Proposer un protocole pour mesurer l'accélération du disque à une inclinaison donnée.

INDICE

Outil : les grandeurs à mesurer et la loi qui relie la vitesse du disque au temps.

CORRIGÉ

Réglage. Incline la plaque et mesure α avec un rapporteur ou par la hauteur et la longueur de la plaque.

Enregistrement. Lâche le disque sans vitesse et filme sa descente de face, avec une règle graduée sur la plaque pour l'échelle.

Exploitation. Pointe les positions image par image, calcule les vitesses par les positions encadrantes, trace $v(t)$ et prends sa pente pour a.

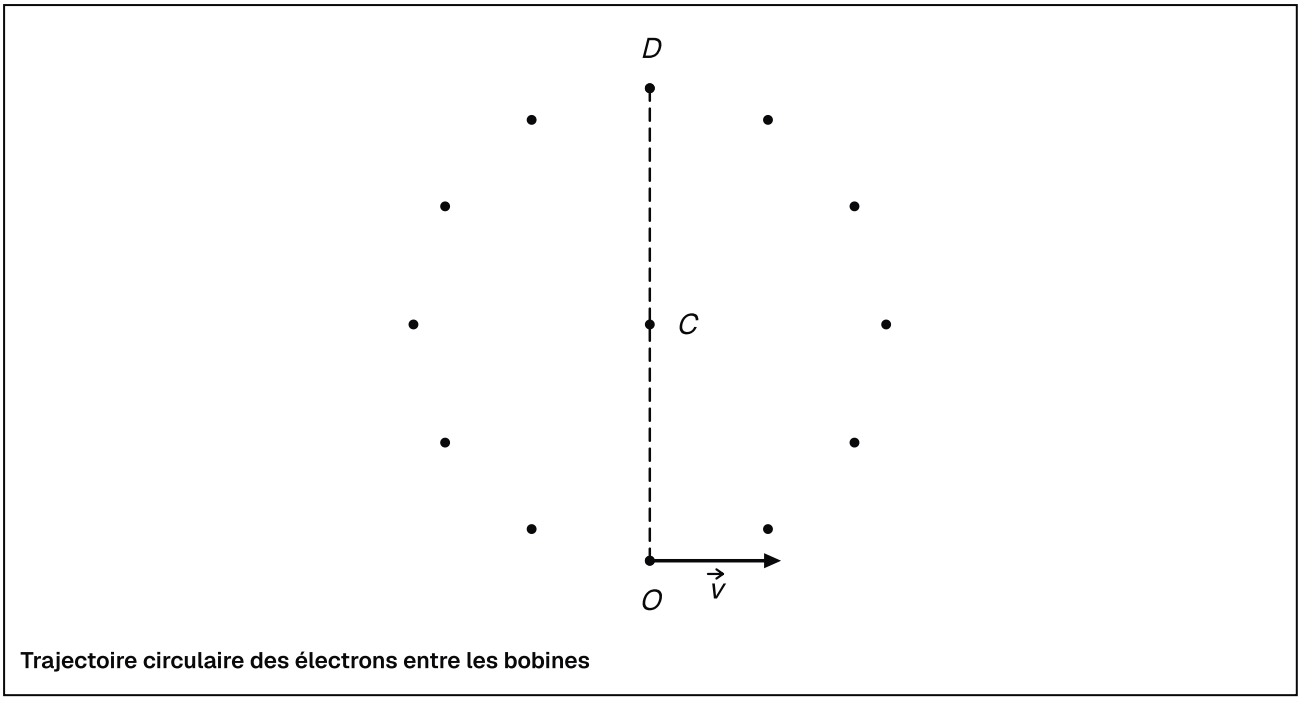
Conclusion. La pente de la droite $v(t)$, répétée sur plusieurs lâchers, donne l'accélération à l'inclinaison choisie.

B.1. `0,75 pts`

Partie B : faisceau d'électrons entre deux bobines. Dans une ampoule à gaz raréfié, des électrons de charge $-e$, avec $e = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$, et de masse $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg}$ partent de O vers la droite.

Deux bobines créent un champ uniforme $B = 1{,}2 \times 10^{-3}\ \mathrm{T}$, perpendiculaire à leur vitesse. Leur trajectoire, au-dessus de O, est un cercle de diamètre mesuré $9{,}0\ \mathrm{cm}$. Le poids est négligé.

Déterminer le sens du champ magnétique.



Trajectoire circulaire des électrons entre les bobines

INDICE

Outil : la force pointe vers le centre du cercle ; la règle de la main droite s'applique à $q\,\vec{v}$, de sens opposé à $\vec{v}$ ici.

CORRIGÉ

Force en O. Le centre du cercle est au-dessus de O : $\vec{F}$ est verticale, vers le haut.

Main droite. $q < 0$: le pouce suit $q\,\vec{v}$, vers la gauche ; le majeur suit $\vec{F}$, vers le haut ; l'index sort alors de la feuille.

Conclusion. Le champ magnétique est perpendiculaire à la feuille et sortant.

B.2. 0,75 pts

Montrer que la vitesse des électrons s'écrit $v_0 = \dfrac{e\,B\,r}{m_e}$, où r est le rayon de la trajectoire.

INDICE

Outil : l'expression du rayon de la trajectoire circulaire, que tu résous pour la vitesse.

CORRIGÉ

Rayon. Le mouvement est circulaire uniforme, de rayon $r = \dfrac{m_e\,v_0}{|q|\,B}$ avec $|q| = e$.

Vitesse. En multipliant par $\dfrac{e\,B}{m_e}$: $v_0 = \dfrac{e\,B\,r}{m_e}$.

Conclusion. La mesure du rayon donne la vitesse : $v_0 = \dfrac{e\,B\,r}{m_e}$.

B.3. 1 pts

Calculer v_0.

INDICE

Outil : le rayon est la moitié du diamètre mesuré, en mètres.

CORRIGÉ

Rayon. $r = \dfrac{9{,}0}{2} = 4{,}5\,\text{cm} = 4{,}5\times10^{-2}\,\text{m}$.

Vitesse.

$$\begin{aligned} v_0 &= \frac{1{,}60\times10^{-19}}{9{,}11\times10^{-31}} \\ &\quad\times 1{,}2\times10^{-3} \\ &\quad\times 4{,}5\times10^{-2} \\ v_0 &\approx 9{,}5\times10^{6}\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

Conclusion. Les électrons se déplacent à environ $9{,}5\times10^{6}\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

B.4. 0,75 pts

On double le courant dans les bobines, ce qui double la valeur du champ, sans changer la vitesse des électrons. Quel diamètre faut-il s'attendre à mesurer ? La force de Lorentz change-t-elle la valeur de la vitesse ?

INDICE

Outil : la dépendance du rayon envers le champ, à vitesse fixée ; puis la direction de la force par rapport à la vitesse.

CORRIGÉ

Diamètre. À m_e, e et v_0 fixés, r est inversement proportionnel à B : le rayon, donc le diamètre, est divisé par deux : le diamètre devient $\dfrac{9{,}0}{2} = 4{,}5\,\text{cm}$.

Vitesse. La force reste perpendiculaire à la vitesse : elle courbe davantage la trajectoire sans changer la valeur v_0.

Conclusion. Avec un champ double, le cercle a un diamètre d'environ $4{,}5\,\text{cm}$ et les électrons gardent la même vitesse.