BURHAN

Mouvements plans : exercices, entraînement

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/mouvements-plans/exercices/entrainement

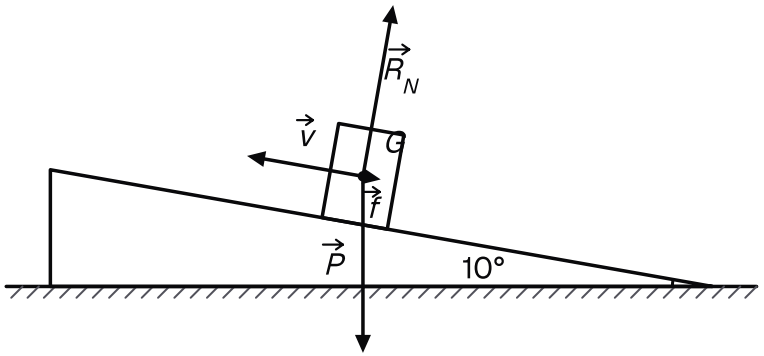
Chapitre	Palier	Exercices
Mouvements plans	Entraînement	7

Exercice 1 4,25 pts

Skieur lancé vers le haut d'une pente

Au pied d'une pente rectiligne inclinée de $\alpha = 10^\circ$, un skieur de masse $m = 70\,\text{kg}$, équipement compris, aborde la montée à $v_0 = 6{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, sans pousser sur ses bâtons.

La neige exerce un frottement de valeur constante $f = 70\,\text{N}$, opposé au glissement. On néglige l'action de l'air ; $g = 9{,}80\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.



Skieur pendant la montée : vitesse et forces

1. 1,25 pts

On oriente l'axe $(O;\vec{i})$ selon la ligne de plus grande pente, vers le haut. Montrer que l'accélération du skieur pendant la montée s'écrit $a = -\left(g\sin\alpha + \dfrac{f}{m}\right)$, puis la calculer.

INDICE

Outil : la deuxième loi de Newton projetée sur l'axe de la pente ; regarde le sens du frottement pendant la montée.

CORRIGÉ

Bilan. Le skieur, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, subit son poids $\vec{P}$, la réaction normale $\vec{R}_N$ et le frottement $\vec{f}$, opposé au glissement, donc vers le bas de la pente.

Projection sur $(O;\vec{i})$, orienté vers le haut : $-m\,g\sin\alpha + 0 - f = m\,a$, donc $a = -\left(g\sin\alpha + \dfrac{f}{m}\right)$.

$$a = -(1{,}70 + 1{,}00)$$
$$a \approx -2{,}7\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Conclusion. Pendant la montée, le mouvement est uniformément retardé, avec $a \approx -2{,}7\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

2. 1 pts

Calculer la distance d parcourue par le skieur sur la pente jusqu'à son arrêt.

INDICE

Outil : la relation entre les carrés des vitesses et la distance parcourue, à accélération constante.

CORRIGÉ

Arrêt. $0 - v_0^2 = 2\,a\,d$, avec $a = -2{,}70\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$:

$$d = \frac{v_0^2}{2\,|a|}$$
$$d = \frac{6{,}0^2}{2 \times 2{,}70}$$
$$d \approx 6{,}7\,\mathrm{m}$$

Conclusion. Le skieur s'arrête après environ $6{,}7\,\mathrm{m}$ de montée.

3. 0,75 pts

Le skieur s'arrête. Tant qu'il est immobile, la neige exerce le frottement qu'exige son équilibre, sans jamais dépasser f ; s'il en faut davantage, il glisse. Le skieur redescend-il ? Justifier.

INDICE

Outil : le modèle du frottement au repos et la composante du poids le long de la pente.

CORRIGÉ

Comparaison. La composante du poids le long de la pente vaut

$$m\,g\sin\alpha = 70 \times 9{,}80 \times \sin 10^\circ$$
$$m\,g\sin\alpha \approx 1{,}2 \times 10^2\,\mathrm{N}$$

L'équilibre exigerait un frottement de cette valeur, qui dépasse $f = 70\,\mathrm{N}$: la neige ne peut pas retenir le skieur.

Conclusion. Le skieur ne reste pas immobile : il redescend la pente.

4. 1,25 pts

Calculer l'accélération du skieur pendant la descente, puis sa vitesse quand il repasse au pied de la pente.

INDICE

Outil : la deuxième loi de Newton sur la descente, puis la relation entre les carrés des vitesses.

CORRIGÉ

Accélération. Sur un axe orienté vers le bas, le frottement pointe vers le haut : $a' = g\sin\alpha - \dfrac{f}{m} = 1{,}70 - 1{,}00 \approx 0{,}70\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Vitesse au pied. Départ du repos ; le skieur redescend la distance de la montée, $d = 6{,}66\,\mathrm{m}$:

$$v = \sqrt{2\,a'\,d}$$
$$v = \sqrt{2 \times 0{,}702 \times 6{,}66}$$
$$v \approx 3{,}1\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

Conclusion. Le skieur redescend avec $a' \approx 0{,}70\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ et repasse au pied à environ $3{,}1\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, moins vite qu'au départ.

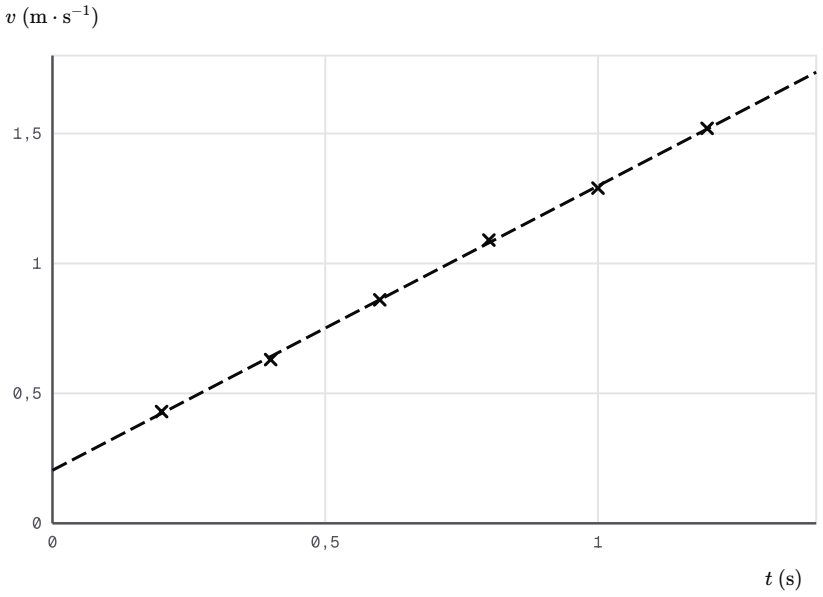
Exercice 2 4 pts

Wagonnet de démonstration : frottement mesuré

Un wagonnet de démonstration de masse $m = 2{,}0\,\text{kg}$ descend des rails rectilignes inclinés de $\alpha = 8{,}0°$. Un capteur relève sa vitesse au cours du temps :

t (s)	v ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)
0,20	0,43
0,40	0,63
0,60	0,86
0,80	1,09
1,00	1,29
1,20	1,52

On prend $g = 9{,}80\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.



Vitesse du wagonnet en fonction du temps

1. 1 pts

Justifier à l'aide du graphique que le mouvement est rectiligne uniformément accéléré. Montrer que l'accélération vaut $a \approx 1{,}09\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

INDICE

Outil : la forme de la courbe $v(t)$ et le coefficient directeur de la droite de modélisation.

CORRIGÉ

Forme. Les points sont alignés sur une droite croissante : v augmente de quantités égales en des durées égales, l'accélération est constante.

Pente. Avec deux points éloignés de la droite :

$$a \approx \frac{1{,}52 - 0{,}43}{1{,}20 - 0{,}20}$$
$$a \approx 1{,}09\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

Conclusion. Sur des rails rectilignes, le mouvement est rectiligne uniformément accéléré, avec $a \approx 1{,}09\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

2. 0,75 pts

Calculer l'accélération qu'aurait le wagonnet sans frottement et la comparer à la mesure.

INDICE

Outil : l'accélération sur un plan incliné quand la réaction est perpendiculaire au plan.

CORRIGÉ

Sans frottement.

$$a_0 = g\sin\alpha$$
$$a_0 = 9{,}80 \times \sin 8{,}0^\circ$$
$$a_0 \approx 1{,}36\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

Comparaison. La valeur mesurée, $1{,}09\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$, est plus faible : une force s'oppose au mouvement.

Conclusion. Sans frottement, l'accélération vaudrait environ $1{,}36\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$; l'écart avec la mesure révèle un frottement.

3. 1 pts

Montrer que la force de frottement vaut $f = m\,(g\sin\alpha - a)$, puis la calculer.

INDICE

Outil : la deuxième loi de Newton projetée sur l'axe de la pente orienté vers le bas, avec f inconnu.

CORRIGÉ

Projection. Le wagonnet, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, subit $\vec{P}$, $\vec{R}_N$ et $\vec{f}$. Vers le bas de la pente : $m\,g\sin\alpha - f = m\,a$, donc $f = m\,(g\sin\alpha - a)$.

$$\begin{aligned} f &= 2{,}0 \\ &\quad \times (1{,}364 - 1{,}09) \\ f &\approx 0{,}55\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Conclusion. Le frottement vaut environ $0{,}55\,\mathrm{N}$, positif comme il se doit pour une force opposée au glissement.

4. 0,75 pts

Calculer la réaction normale R_N, puis la valeur R de la réaction des rails.

INDICE

Outil : la projection sur la normale aux rails, puis la composition de deux forces perpendiculaires.

CORRIGÉ

Réaction normale. $R_N = m\,g\cos\alpha = 2{,}0 \times 9{,}80 \times \cos 8{,}0^\circ \approx 19\,\mathrm{N}$.

Réaction.

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{R_N^2 + f^2} \\ R &= \sqrt{19{,}4^2 + 0{,}548^2} \\ R &\approx 19\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Conclusion. La réaction des rails vaut environ $19\,\mathrm{N}$: le frottement, faible, l'incline à peine.

5. 0,5 pts

Citer deux causes possibles de l'écart entre a et $g\sin\alpha$, en dehors du frottement des roues sur les rails.

INDICE

Outil : pense aux autres actions sur le wagonnet et à la précision des grandeurs mesurées.

CORRIGÉ

Action de l'air. L'air freine aussi le wagonnet ; le modèle compte cette action dans f.

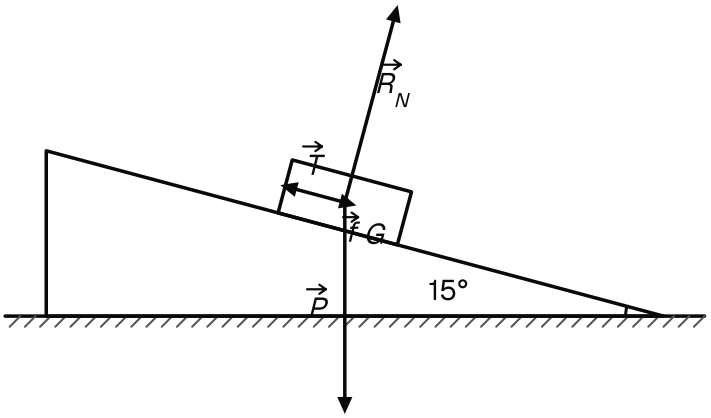
Mesures. Une erreur sur l'angle α, même d'un demi-degré, modifie $g\sin\alpha$ d'environ six pour cent ; la vitesse donnée par le capteur a aussi son incertitude.

Conclusion. L'action de l'air et une mesure imprécise de l'inclinaison ou de la vitesse peuvent expliquer une partie de l'écart.

Exercice 3 — 4 pts

Bateau hissé sur une cale de mise à l'eau

Un treuil hisse un bateau sur sa remorque le long d'une cale de mise à l'eau rectiligne, inclinée de $\alpha = 15°$. Le câble est parallèle à la cale. Le bateau et sa remorque ont une masse $m = 450\,\text{kg}$; le frottement des roues et des essieux vaut $f = 250\,\text{N}$ pendant le mouvement. On prend $g = 9{,}80\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.



Bateau hissé sur la cale : forces au centre d'inertie

1. — 1 pts

Le bateau monte à vitesse constante. Montrer que la tension du câble vaut $T = m\,g\sin\alpha + f$ et la calculer.

INDICE

Outil : la deuxième loi de Newton avec une accélération nulle, projetée sur l'axe de la cale orienté vers le haut.

CORRIGÉ

Bilan. Le bateau, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, subit son poids, la réaction normale, le frottement vers le bas de la cale et la traction $\vec{T}$ vers le haut.

Projection vers le haut de la cale, avec $a = 0$: $T - m\,g\sin\alpha - f = 0$.

$$T = m\,g\sin\alpha + f$$
$$T = 1\,141 + 250$$
$$T \approx 1{,}4\times10^{3}\,\text{N}$$

Conclusion. Pour une montée à vitesse constante, le câble tire avec environ $1{,}4\times10^{3}\,\text{N}$.

2. 1 pts

Le treuil exerce maintenant une tension $T' = 1\,600\,\mathrm{N}$. Calculer l'accélération du bateau.

INDICE

Outil : la même projection, avec cette fois une accélération non nulle.

CORRIGÉ

Accélération. $T' - m\,g\sin\alpha - f = m\,a$:

$$a = \frac{T' - m\,g\sin\alpha - f}{m}$$
$$a = \frac{1\,600 - 1\,391}{450}$$
$$a \approx 0{,}46\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

Conclusion. Avec $1\,600\,\mathrm{N}$, le bateau monte avec une accélération d'environ $0{,}46\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

3. 1 pts

Le câble casse alors que le bateau monte à $1{,}2\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Calculer la distance qu'il parcourt encore vers le haut avant de s'arrêter.

INDICE

Outil : sans traction, la composante du poids et le frottement pointent tous deux vers le bas pendant la montée.

CORRIGÉ

Décélération. Vers le haut : $-m\,g\sin\alpha - f = m\,a_1$, donc $a_1 = -\left(g\sin\alpha + \dfrac{f}{m}\right) = -(2{,}54 + 0{,}556) \approx -3{,}09\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Distance.

$$d = \frac{v^2}{2\,|a_1|}$$
$$d = \frac{1{,}2^2}{2 \times 3{,}09}$$
$$d \approx 0{,}23\,\mathrm{m}$$

Conclusion. Après la rupture, le bateau monte encore d'environ $23\,\mathrm{cm}$ avant de s'arrêter.

4. 1 pts

À l'arrêt, la cale retient le bateau par un frottement qui s'ajuste à l'équilibre, au plus égal à f ; en mouvement, il vaut f. Le bateau redescend-il ? Si oui, calculer son accélération.

INDICE

Outil : le modèle du frottement au repos, puis la deuxième loi de Newton sur la descente.

CORRIGÉ

Comparaison. $m\,g\sin\alpha \approx 1{,}14\times10^{3}\,\mathrm{N}$ dépasse $f = 250\,\mathrm{N}$: l'équilibre exigerait un frottement plus grand que f, le bateau redescend.

Accélération. Vers le bas, le frottement pointe vers le haut : $a_2 = g\sin\alpha - \dfrac{f}{m} = 2{,}54 - 0{,}556 \approx 2{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

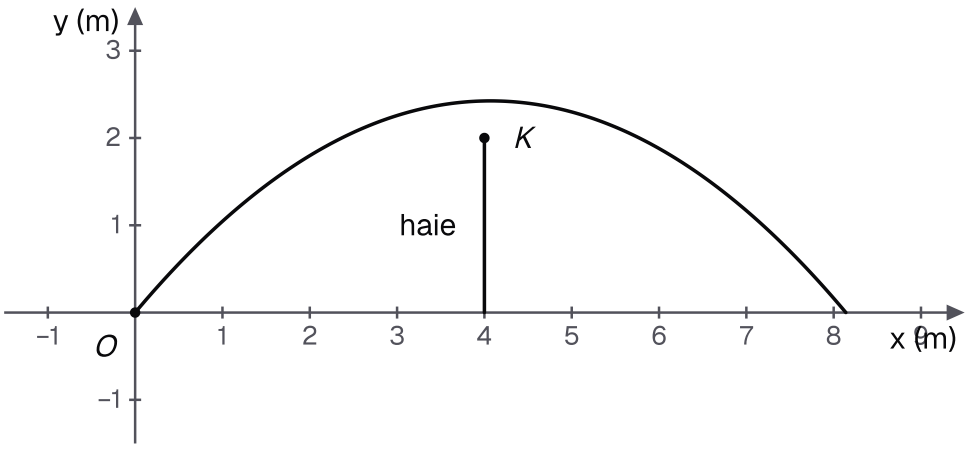
Conclusion. Le bateau redescend la cale avec une accélération d'environ $2{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$: un cliquet de sécurité sur le treuil est indispensable.

Exercice 4 5 pts

Jet d'eau au-dessus d'une haie

Un jardinier tient un tuyau d'arrosage dont l'eau sort en O à $v_0 = 9{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, sous l'angle $\theta = 50°$. Une haie, à la distance horizontale $4{,}0\,\mathrm{m}$, s'élève à $2{,}0\,\mathrm{m}$ au-dessus de la sortie du tuyau.

On assimile une goutte d'eau à un projectile soumis à son seul poids. Repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, $\vec{j}$ vertical vers le haut ; $g = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.



Jet d'eau au-dessus de la haie

1. 1,25 pts

En appliquant la deuxième loi de Newton à une goutte, montrer que ses équations horaires sont $x(t) = v_0\cos\theta\ t$ et $y(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin\theta\ t$.

INDICE

Outil : l'accélération est égale à $\vec{g}$; prends deux primitives successives avec les conditions initiales en O.

CORRIGÉ

Loi. La goutte, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, ne subit que son poids : $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $a_x = 0$ et $a_y = -g$.

Vitesse. Par primitive, avec $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$: $v_x = v_0\cos\theta$ et $v_y = -g\,t + v_0\sin\theta$.

Position. Par primitive, avec $x(0) = y(0) = 0$: $x = v_0\cos\theta\ t$ et $y = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin\theta\ t$.

Conclusion. Les équations horaires d'une goutte sont bien $x(t) = v_0\cos\theta\ t$ et $y(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin\theta\ t$.

2. 1 pts

En déduire l'équation de la trajectoire et la mettre sous la forme $y = -c\,x^2 + b\,x$ avec des valeurs numériques.

INDICE

Outil : exprime t à partir de $x(t)$, puis remplace dans $y(t)$.

CORRIGÉ

Élimination du temps. $t = \dfrac{x}{v_0 \cos\theta}$, d'où $y = -\dfrac{g}{2\,v_0^2 \cos^2\theta}\,x^2 + x\tan\theta$.

Coefficients.

$$c = \frac{9{,}80}{2 \times 9{,}0^2 \times \cos^2 50^\circ}$$
$$c \approx 0{,}146\ \mathrm{m^{-1}}$$

et $b = \tan 50^\circ \approx 1{,}19$.

Conclusion. La trajectoire du jet est la parabole $y \approx -0{,}146\,x^2 + 1{,}19\,x$, en mètres.

3. 1 pts

Montrer que l'eau atteint son point le plus haut à la date $t_S = \dfrac{v_0 \sin\theta}{g}$, puis que la flèche du jet s'écrit $H = \dfrac{v_0^2 \sin^2\theta}{2\,g}$. Calculer H.

INDICE

Outil : la coordonnée verticale de la vitesse au sommet de la trajectoire.

CORRIGÉ

Sommet. Au sommet, la vitesse est horizontale : $v_y(t_S) = 0$, soit $-g\,t_S + v_0 \sin\theta = 0$, donc $t_S = \dfrac{v_0 \sin\theta}{g}$.

Flèche. On reporte t_S dans $y(t)$:

$$H = -\frac{g\,t_S^2}{2} + v_0 \sin\theta\ t_S$$
$$H = -\frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2\,g} + \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{g}$$
$$H = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2\,g}$$

Application numérique.

$$H = \frac{9{,}0^2 \times \sin^2 50^\circ}{2 \times 9{,}80}$$
$$H \approx 2{,}4\ \mathrm{m}$$

Conclusion. Le jet culmine à la date $t_S = \dfrac{v_0 \sin\theta}{g}$, à la hauteur $H \approx 2{,}4\,\mathrm{m}$ au-dessus de la sortie du tuyau.

4. 0,75 pts

L'eau passe-t-elle au-dessus de la haie ? Justifier par un calcul.

INDICE

Outil : l'ordonnée du jet à l'abscisse de la haie, à comparer à sa hauteur.

CORRIGÉ

Ordonnée à $x = 4{,}0\,\mathrm{m}$.

$$\begin{aligned} y &= -0{,}146 \times 4{,}0^2 \\ &\quad + 1{,}19 \times 4{,}0 \\ y &\approx 2{,}4\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Comparaison. $2{,}4\,\mathrm{m} > 2{,}0\,\mathrm{m}$.

Conclusion. Le jet passe au-dessus de la haie, avec une marge d'environ $0{,}4\,\mathrm{m}$.

5. 1 pts

Montrer que l'eau revient à l'altitude de la sortie du tuyau à la distance horizontale $D = \dfrac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$ de O, puis calculer D.

INDICE

Outil : l'équation de la trajectoire avec $y = 0$, puis la formule de duplication du sinus.

CORRIGÉ

Retour à l'altitude de O. Avec $c = \dfrac{g}{2\,v_0^2 \cos^2\theta}$ et $b = \tan\theta$, l'équation $y = x\,(b - c\,x) = 0$ a deux solutions : $x = 0$, la sortie du tuyau, et $x = \dfrac{b}{c}$.

Expression. Comme $2\sin\theta\cos\theta = \sin(2\theta)$:

$$\begin{aligned} D &= \tan\theta \times \frac{2\,v_0^2 \cos^2\theta}{g} \\ D &= \frac{2\,v_0^2 \sin\theta\cos\theta}{g} \\ D &= \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g} \end{aligned}$$

Application numérique.

$$\begin{aligned} D &= \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g} \\ D &= \frac{9{,}0^2 \times \sin 100^\circ}{9{,}80} \\ D &\approx 8{,}1\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

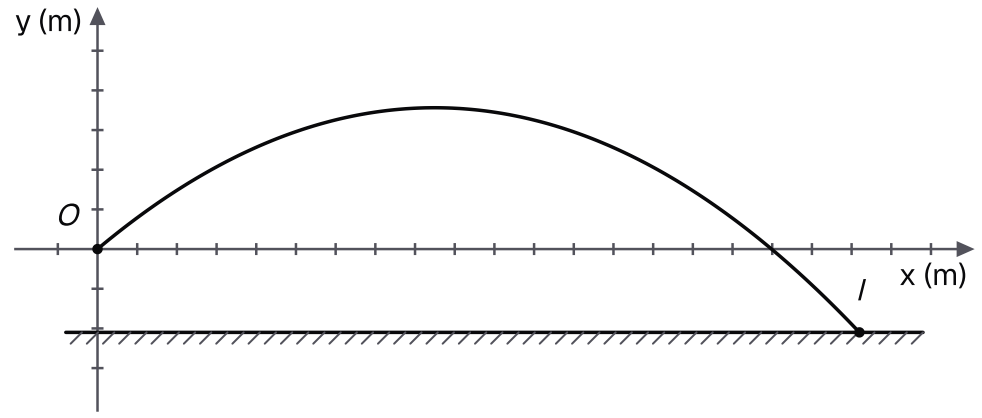
Conclusion. La portée du jet vaut $D = \dfrac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$: l'eau revient à l'altitude de la sortie à environ $8{,}1\,\mathrm{m}$ de O, bien au-delà de la haie.

Exercice 5 — 3,5 pts

Lancer du poids : durée du vol et point d'impact

Une athlète lâche le poids, une boule de fonte de $4\,\text{kg}$, à la hauteur $h = 2{,}1\,\text{m}$ au-dessus du sol, avec la vitesse $v_0 = 13\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ sous l'angle $\theta = 40^\circ$. L'action de l'air est négligée.

L'origine O du repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ est au point de lâcher, $\vec{j}$ vertical vers le haut ; le sol est la droite $y = -h$. On prend $g = 9{,}80\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.



Trajectoire du poids, du lâcher au sol

1. — 0,75 pts

Écrire les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du centre du poids avec les valeurs numériques.

INDICE

Outil : les équations horaires d'un projectile lancé depuis l'origine du repère, avec les coordonnées de $\vec{v}_0$.

CORRIGÉ

Vitesse initiale. $v_0\cos\theta = 13\times\cos 40^\circ \approx 9{,}96\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $v_0\sin\theta = 13\times\sin 40^\circ \approx 8{,}36\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Équations, en mètres et en secondes :

$$x(t) = 9{,}96\,t$$

$$y(t) = -4{,}90\,t^2 + 8{,}36\,t$$

Conclusion. Le centre du poids suit $x(t) = 9{,}96\,t$ et $y(t) = -4{,}90\,t^2 + 8{,}36\,t$.

2. 1,25 pts

Montrer que la date t_I de l'impact au sol vérifie $4{,}90\,t_I^2 - 8{,}36\,t_I - 2{,}1 = 0$, puis calculer t_I.

INDICE

Outil : au sol, l'ordonnée vaut $-h$; garde la racine positive de l'équation du second degré.

CORRIGÉ

Équation. $y(t_I) = -2{,}1$ donne $-4{,}90\,t_I^2 + 8{,}36\,t_I = -2{,}1$, soit $4{,}90\,t_I^2 - 8{,}36\,t_I - 2{,}1 = 0$.

Discriminant. $\Delta = 8{,}36^2 + 4 \times 4{,}90 \times 2{,}1 \approx 111$.

Racine positive.

$$t_I = \frac{8{,}36 + \sqrt{111}}{2 \times 4{,}90}$$
$$t_I \approx 1{,}9\,\text{s}$$

Conclusion. Le poids touche le sol environ $1{,}9\,\text{s}$ après le lâcher.

3. 0,75 pts

Calculer la distance horizontale entre le point de lâcher et le point d'impact.

INDICE

Outil : l'équation horaire horizontale à la date de l'impact.

CORRIGÉ

Abscisse.

$$x_I = 9{,}96 \times t_I$$
$$x_I \approx 9{,}96 \times 1{,}928$$
$$x_I \approx 19\,\text{m}$$

Conclusion. Le poids touche le sol à environ $19\,\text{m}$, mesurés horizontalement depuis le point de lâcher.

4. 0,75 pts

Un élève calcule la distance avec la formule de la portée et trouve environ $17\,\text{m}$. Expliquer pourquoi ce résultat ne convient pas.

INDICE

Outil : la condition de validité de la formule de la portée.

CORRIGÉ

Formule. $D = \dfrac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g} = \dfrac{13^2 \times \sin 80^\circ}{9{,}80} \approx 17\,\text{m}$: c'est la distance au retour à l'altitude du lâcher, $y = 0$.

Situation. Le sol est $2{,}1\,\text{m}$ plus bas : le poids vole encore après avoir franchi l'altitude de départ.

Conclusion. La formule de la portée ne vaut que pour un retour à l'altitude de lancement ; ici le poids va plus loin, jusqu'à environ $19\,\text{m}$.

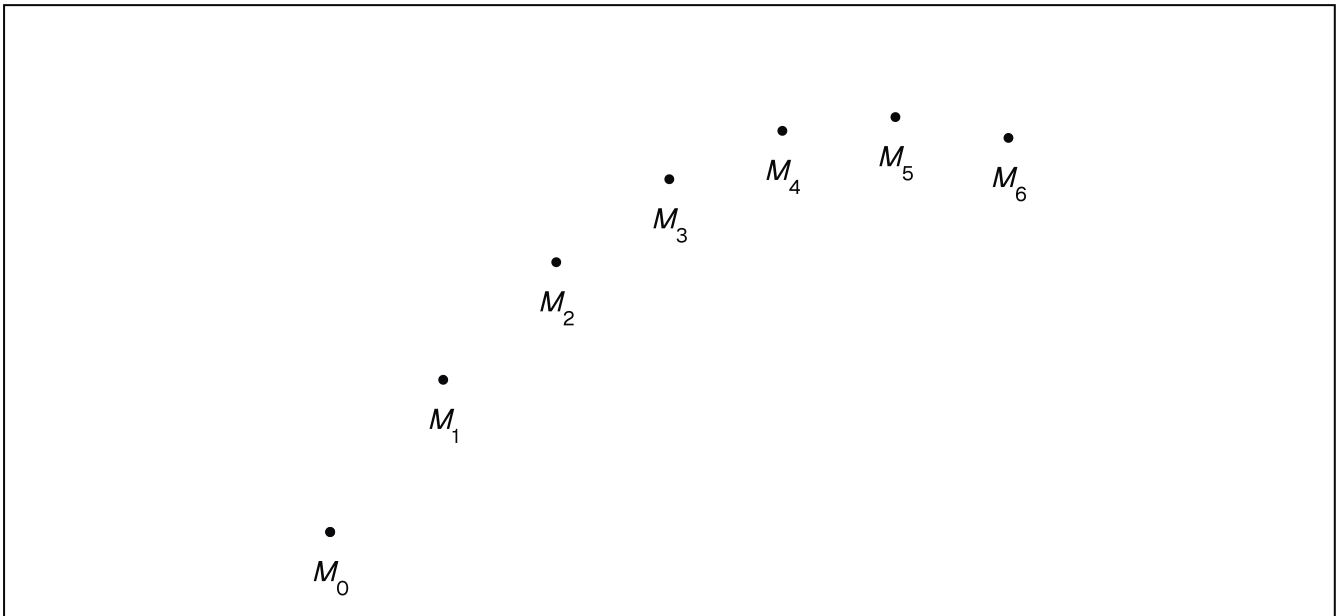
Exercice 6

4 pts

Bille d'un lanceur à ressort : vitesse initiale tirée du relevé

Un petit lanceur à ressort projette une bille d'acier. Une caméra filme le tir de profil, une image toutes les $\tau = 50\,\text{ms}$; le pointage du centre de la bille donne, dans un repère d'axe y vertical vers le haut et d'origine M_0 (instant du départ) :

Position	x (cm)	y (cm)
M_0	0	0
M_1	$8{,}0$	$10{,}8$
M_2	$16{,}0$	$19{,}1$
M_3	$24{,}0$	$25{,}0$
M_4	$32{,}0$	$28{,}4$
M_5	$40{,}0$	$29{,}4$
M_6	$48{,}0$	$27{,}9$



Positions de la bille toutes les 50 ms

1. 0,75 pts

Montrer que le mouvement horizontal de la bille est uniforme et calculer v_x.

INDICE

Outil : les écarts entre abscisses successives, rapportés à τ.

CORRIGÉ

Écarts. L'abscisse augmente de $8{,}0\,\text{cm}$ à chaque intervalle : v_x est constante.

$$v_x = \frac{8{,}0 \times 10^{-2}}{0{,}050}$$
$$v_x = 1{,}6\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Conclusion. Le mouvement horizontal est uniforme, avec $v_x = 1{,}6\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

2. 1,25 pts

Calculer la coordonnée verticale de la vitesse en M_1 et en M_3. En déduire la coordonnée a_y de l'accélération en M_2.

INDICE

Outil : les positions encadrantes, séparées de $2\,\tau$, pour chaque vitesse ; puis la variation de v_y entre M_1 et M_3.

CORRIGÉ

En M_1. $v_{y1} \approx \dfrac{y_2 - y_0}{2\,\tau} = \dfrac{19{,}1 \times 10^{-2}}{0{,}10} \approx 1{,}91\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

En M_3. $v_{y3} \approx \dfrac{y_4 - y_2}{2\,\tau} = \dfrac{9{,}3 \times 10^{-2}}{0{,}10} \approx 0{,}93\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Accélération.

$$a_y \approx \frac{v_{y3} - v_{y1}}{2\,\tau}$$
$$a_y \approx \frac{0{,}93 - 1{,}91}{0{,}10}$$
$$a_y \approx -9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Conclusion. L'accélération est verticale, vers le bas, de valeur environ $9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$: celle de la pesanteur.

3. 1,25 pts

En admettant $a_y = -g$, déterminer v_{0y}, puis la valeur v_0 de la vitesse initiale et l'angle de tir θ.

INDICE

Outil : entre le départ et M_1, v_y diminue de $g\,\tau$; ensuite, la valeur et l'angle d'un vecteur se tirent de ses deux coordonnées.

CORRIGÉ

Coordonnée verticale. $v_{0y} = v_{y1} + g\,\tau = 1{,}91 + 9{,}80 \times 0{,}050 \approx 2{,}40\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Valeur.

$$v_0 = \sqrt{v_x^2 + v_{0y}^2}$$
$$v_0 = \sqrt{1{,}6^2 + 2{,}40^2}$$
$$v_0 \approx 2{,}9\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

Angle. $\tan\theta = \dfrac{v_{0y}}{v_x} = \dfrac{2{,}40}{1{,}6} = 1{,}5$, donc $\theta \approx 56^\circ$.

Conclusion. La bille part à environ $2{,}9\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ sous un angle de tir d'environ 56°.

4. 0,75 pts

Proposer un protocole qui utilise ce lanceur et la caméra pour mesurer la valeur de g.

INDICE

Outil : la grandeur que le pointage permet de suivre au cours du temps et la loi qui la relie à g.

CORRIGÉ

Montage. Fixe le lanceur et place la caméra loin, perpendiculaire au plan du tir, avec une règle graduée dans ce plan pour l'échelle.

Mesures. Filme plusieurs tirs ; pointe le centre de la bille image par image, sur toute la trajectoire.

Exploitation. Calcule v_y en chaque position par les positions encadrantes, puis trace v_y en fonction du temps. Le modèle prévoit une droite de coefficient directeur $-g$: sa pente donne g, et la moyenne sur les tirs réduit l'incertitude.

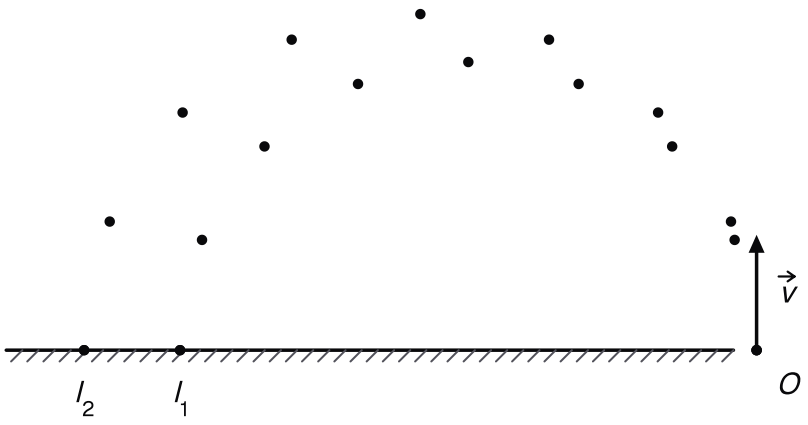
Conclusion. La pente de la droite $v_y(t)$, mesurée sur plusieurs tirs, donne une valeur de g à comparer à $9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Exercice 7 3,75 pts

Séparer les deux isotopes du lithium

Des ions lithium $^{6}\mathrm{Li}^{+}$ et $^{7}\mathrm{Li}^{+}$, de charge $q = e = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$, entrent en O dans un champ magnétique uniforme de valeur $B = 0{,}25\ \mathrm{T}$. Ils ont tous la même vitesse $v_0 = 2{,}0 \times 10^{5}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, perpendiculaire au champ et dirigée vers le haut de la feuille.

Leurs masses valent $6{,}015\ \mathrm{u}$ et $7{,}016\ \mathrm{u}$, avec $1\ \mathrm{u} = 1{,}66054 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}$. Après un demi-tour vers la gauche, ils frappent une plaque. Le poids des ions est négligé.



Demi-cercles des deux ions lithium, champ entrant dans la feuille

1. 0,75 pts

En O, la force de Lorentz est dirigée vers la gauche de la feuille. Déterminer le sens du champ $\vec{B}$, perpendiculaire à la feuille.

INDICE

Outil : la règle de la main droite ; ici on connaît le pouce et le majeur, on cherche l'index.

CORRIGÉ

Doigts. $q > 0$: le pouce suit $\vec{v}$, vers le haut de la feuille ; le majeur suit $\vec{F}$, vers la gauche.

Index. Avec ces deux doigts placés, l'index de la main droite s'enfonce dans la feuille.

Conclusion. Le champ magnétique est perpendiculaire à la feuille et entrant.

2. 1 pts

À partir de la valeur $F = |q|\,v\,B$ de la force de Lorentz, vérifier par une équation aux dimensions que $\dfrac{m\,v_0}{|q|\,B}$ est une longueur.

INDICE

Outil : exprime $|q|\,B$ à l'aide de F et de v, puis la dimension d'une force par la deuxième loi de Newton.

CORRIGÉ

Champ. $F = |q|\,v\,B$ donne $|q|\,B = \dfrac{F}{v}$, donc $\dfrac{m\,v_0}{|q|\,B} = \dfrac{m\,v_0^2}{F}$.

Dimensions. $[F] = \mathrm{M}\cdot\mathrm{L}\cdot\mathrm{T}^{-2}$ par $F = m\,a$, et $[m\,v^2] = \mathrm{M}\cdot\mathrm{L}^2\cdot\mathrm{T}^{-2}$. Le quotient vaut L.

Conclusion. L'expression $\dfrac{m\,v_0}{|q|\,B}$ a bien la dimension d'une longueur.

3. 1,25 pts

Calculer le rayon r_6 de la trajectoire des ions $^{6}\mathrm{Li}^{+}$, puis le rayon r_7 de celle des ions $^{7}\mathrm{Li}^{+}$.

INDICE

Outil : l'expression du rayon, avec la masse convertie en kilogrammes.

CORRIGÉ

Masse. $m_6 = 6{,}015 \times 1{,}66054 \times 10^{-27} \approx 9{,}988 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$.

Rayon.

$$\begin{aligned} r_6 &= \frac{m_6\,v_0}{|q|\,B} \\ r_6 &= \frac{9{,}988 \times 10^{-27}}{1{,}60 \times 10^{-19}} \\ &\quad \times \frac{2{,}0 \times 10^{5}}{0{,}25} \\ r_6 &\approx 5{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Second ion. Le rayon est proportionnel à la masse : $r_7 = r_6 \times \dfrac{7{,}016}{6{,}015} \approx 5{,}8 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}$.

Conclusion. Les ions décrivent des demi-cercles de rayons $r_6 \approx 5{,}0\,\mathrm{cm}$ et $r_7 \approx 5{,}8\,\mathrm{cm}$.

4. 0,75 pts

Calculer la distance entre les points d'impact I_1 et I_2 des deux ions sur la plaque.

INDICE

Outil : chaque point d'impact est à un diamètre de O.

CORRIGÉ

Écart. $OI_1 = 2\,r_6$ et $OI_2 = 2\,r_7$:

$$\begin{aligned} I_1I_2 &= 2\,(r_7 - r_6) \\ I_1I_2 &= 2 \\ &\quad \times (5{,}825 - 4{,}994) \\ I_1I_2 &\approx 1{,}7\,\text{cm} \end{aligned}$$

Conclusion. Les deux isotopes frappent la plaque à environ $1{,}7\,\text{cm}$ l'un de l'autre : ils sont séparés.