BURHAN

Résumé : Lois de Newton

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/lois-de-newton/resume

Chapitre	Semestre
Lois de Newton	Semestre 2

Position et vitesse d'un point mobile

> **À retenir : Choisir le référentiel avant tout calcul**
>
> Un mouvement n'a de sens que dans un référentiel choisi. Repère le point étudié, en général le centre d'inertie, par ses coordonnées. Les dériver donne sa vitesse, les dériver encore donne son accélération.

Définition : Référentiel, vecteur position et trajectoire

Un **référentiel** est un solide de référence, muni d'un repère d'espace et d'une horloge. Dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ lié au référentiel, la position d'un point mobile M à l'instant t est repérée par son **vecteur position** :

$$\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}.$$

Les fonctions $t \mapsto x(t)$, $t \mapsto y(t)$ et $t \mapsto z(t)$ sont les **équations horaires** du mouvement. La **trajectoire** de M est l'ensemble des positions successives qu'il occupe dans ce référentiel.

Définition : Vecteur vitesse instantanée

Le **vecteur vitesse instantanée** du point M à l'instant t est la dérivée du vecteur position par rapport au temps :

$$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t}.$$

Ses coordonnées sont les dérivées des équations horaires :

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}, \quad v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}, \quad v_z = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}.$$

Le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire en M et orienté dans le sens du mouvement. Sa valeur $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ s'exprime en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Exemple

Équations horaires. $x(t) = 0{,}40\,t^3$ et $y(t) = 1{,}5\,t + 2{,}0$, en mètres et en secondes.

Dérivées. $v_x = 1{,}2\,t^2$ et $v_y = 1{,}5$. À $t = 1{,}0\,\mathrm{s}$: $v_x = 1{,}2\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ et $v_y = 1{,}5\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Valeur. $v = \sqrt{1{,}2^2 + 1{,}5^2} \approx 1{,}9\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Méthode : Calculer une vitesse sur un enregistrement

1. **Données** : la durée τ entre deux positions et l'échelle du document.
2. **Encadrement** : mesure la distance entre les deux positions voisines de M_i, puis passe en mètres réels.
3. **Calcul** : divise cette distance par 2τ pour obtenir v_i.
4. **Tracé** : $\vec{v}_i$ part de M_i, tangent à la trajectoire, dans le sens du mouvement.

Exemple

Données. $\tau = 20\,\mathrm{ms}$; $1\,\mathrm{cm}$ du document représente $2\,\mathrm{cm}$ réels ; sur le document, $M_3M_5 = 1{,}2\,\mathrm{cm}$.

Distance réelle. $M_3M_5 = 2{,}4\,\mathrm{cm} = 0{,}024\,\mathrm{m}$.

Vitesse. $v_4 \approx \dfrac{0{,}024\,\mathrm{m}}{0{,}040\,\mathrm{s}} \approx 0{,}60\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Vecteur accélération en coordonnées cartésiennes

Définition : Vecteur accélération

Le **vecteur accélération** du point M à l'instant t est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps :

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}.$$

Dans un repère cartésien, ses coordonnées sont :

$$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2},$$
$$a_y = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2},$$

et de même $a_z = \dfrac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}$. La valeur de l'accélération s'exprime en $\mathrm{m\cdot s^{-2}}$; son équation aux dimensions est $[a] = \mathrm{L\cdot T^{-2}}$.

Exemple

Avec les équations horaires de l'exemple précédent : $a_x = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = 2{,}4\,t$ et $a_y = 0$. À $t = 1{,}0\,\mathrm{s}$, l'accélération vaut $2{,}4\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$, portée par $\vec{i}$.

Méthode : Construire l'accélération sur un enregistrement

1. **Deux vitesses** : calcule $\vec{v}_{i-1}$ et $\vec{v}_{i+1}$, de part et d'autre de M_i.
2. **Différence** : trace $\Delta\vec{v}_i = \vec{v}_{i+1} - \vec{v}_{i-1}$ en M_i, les deux flèches partant d'un même point.
3. **Accélération** : $\vec{a}_i$ a le sens de $\Delta\vec{v}_i$, et $a_i \approx \dfrac{\Delta v_i}{2\tau}$.
4. **Unité** : un résultat en $\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Exemple

Sur une trajectoire rectiligne, $v_3 = 0{,}50\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ et $v_5 = 0{,}70\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, avec $\tau = 40\,\mathrm{ms}$. Alors $\Delta v_4 = 0{,}20\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ et $a_4 \approx \dfrac{0{,}20}{0{,}080} \approx 2{,}5\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$, dans le sens du mouvement.

Base de Frenet et mouvement circulaire uniforme

Propriété : Coordonnées de l'accélération dans la base de Frenet

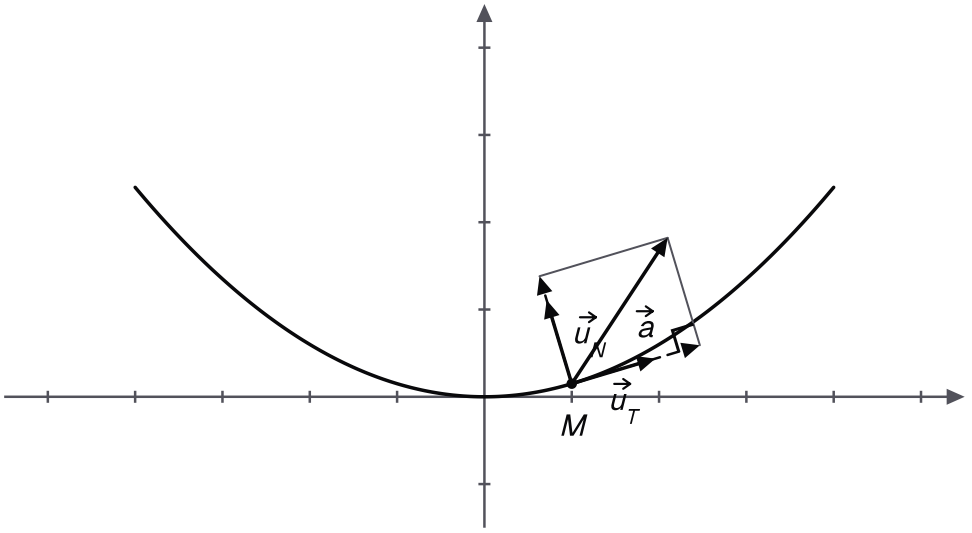
Pour un point M en mouvement plan sur une trajectoire courbe, la **base de Frenet** $(M;\vec{u}_T,\vec{u}_N)$ est liée au point mobile : $\vec{u}_T$ est unitaire, tangent à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement ; $\vec{u}_N$ est unitaire, normal à la trajectoire et orienté vers l'intérieur de la courbure. Dans cette base :

$$\vec{v} = v\,\vec{u}_T, \qquad \vec{a} = a_T\,\vec{u}_T + a_N\,\vec{u}_N,$$

avec

$$a_T = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}, \qquad a_N = \frac{v^2}{\rho},$$

où ρ est le rayon de courbure de la trajectoire en M. La coordonnée normale a_N est positive ou nulle : l'accélération est toujours dirigée vers l'intérieur de la courbure.



Base de Frenet et coordonnées de l'accélération

Propriété : Accélération d'un mouvement circulaire uniforme

Si le point M décrit un cercle de centre C et de rayon R avec une vitesse de valeur v constante, son vecteur accélération est **centripète** : il est dirigé de M vers le centre C et sa valeur est

$$a = \frac{v^2}{R}.$$

Exemple

Manège. Un siège tourne à $v = 4{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ sur un cercle de rayon $R = 5{,}0\,\mathrm{m}$.

Accélération. Elle est dirigée vers le centre, de valeur $a = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{16}{5{,}0} \approx 3{,}2\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Attention : Une accélération tangente seulement en ligne droite

La vitesse reste tangente à la trajectoire. L'accélération, elle, ne l'est que si la trajectoire est une droite. Dès que la trajectoire tourne, a_N est positive et $\vec{a}$ penche vers l'intérieur du virage.

Attention : Uniforme n'est pas synonyme d'accélération nulle

« Uniforme » porte sur la valeur de la vitesse, pas sur sa direction. Un point d'un disque de rayon $0{,}25\,\mathrm{m}$ qui tourne à $0{,}60\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ a une accélération d'environ $1{,}4\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Seul un mouvement rectiligne uniforme a une accélération nulle.

Nature d'un mouvement

Propriété : Nature du mouvement et produit scalaire de l'accélération et de la vitesse

Soit un point mobile de vitesse non nulle, de valeur v.

- Si $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$, la valeur de la vitesse augmente : le mouvement est **accéléré**.
- Si $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$, la valeur de la vitesse diminue : le mouvement est **retardé**.
- Si $\vec{a} \cdot \vec{v} = 0$ à chaque instant, la valeur de la vitesse est constante : le mouvement est **uniforme**.

Méthode : Qualifier un mouvement

1. **Forme de la trajectoire** : droite, cercle ou autre courbe.
2. **Évolution de la vitesse** : sur un enregistrement, regarde si les écarts entre positions successives restent égaux, grandissent ou diminuent.
3. **Produit scalaire** : son signe tranche entre accéléré, retardé et uniforme.
4. **Phrase de conclusion** : associe les deux caractères, par exemple « circulaire et retardé ».

Exemple

$\vec{v}\,(2{,}0 ; -1{,}0)$ en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ et $\vec{a}\,(0{,}50 ; 1{,}5)$ en $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Alors $\vec{a} \cdot \vec{v} = 1{,}0 - 1{,}5 = -0{,}50\,\mathrm{m^2 \cdot s^{-3}}$: à cet instant, le mouvement est retardé.

Référentiel galiléen et deuxième loi de Newton

Remarque : Le principe d'inertie

Rappel : un solide isolé ou pseudo-isolé garde son centre d'inertie au repos ou en mouvement rectiligne uniforme. C'est le principe d'inertie ; il sert à définir les référentiels galiléens.

Définition : Référentiel galiléen

Un référentiel est **galiléen** si le principe d'inertie y est vérifié : le centre d'inertie G d'un solide isolé ou pseudo-isolé y est soit au repos, soit en mouvement rectiligne uniforme.

Tout référentiel en translation rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen est lui aussi galiléen. Le référentiel terrestre est considéré comme galiléen pour les mouvements de courte durée étudiés au laboratoire.

Propriété : Deuxième loi de Newton

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un système de masse m constante est égale au produit de sa masse par le vecteur accélération de son centre d'inertie G :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}_G.$$

Lorsque cette somme reste constante pendant une durée Δt, la loi s'écrit aussi :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\frac{\Delta \vec{v}_G}{\Delta t}.$$

Domaine de validité : référentiel galiléen, système de masse constante, vitesses petites devant la célérité de la lumière dans le vide. **Rôle de la masse** : pour une même somme des forces, l'accélération est d'autant plus petite que la masse est grande ; la masse mesure l'inertie du système.

Exemple

Un chariot de supermarché de $25\,\text{kg}$ subit une somme des forces horizontale de $30\,\text{N}$. Dans le référentiel terrestre, supposé galiléen, son centre d'inertie a une accélération de même sens, de valeur $a_G = \dfrac{30}{25} = 1{,}2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Attention : Forces extérieures et référentiel galiléen

N'additionne que les forces exercées par l'extérieur sur le système : les actions entre ses parties s'annulent deux à deux. Mesure l'accélération du centre d'inertie dans un référentiel galiléen, jamais depuis un véhicule qui accélère ou ralentit.

Attention : La somme des forces suit l'accélération, pas la vitesse

La somme des forces pointe comme l'accélération. Un objet qui ralentit en avançant subit une somme des forces dirigée vers l'arrière. Pour continuer à avancer à vitesse constante en ligne droite, il n'a besoin d'aucune somme de forces.

Appliquer la deuxième loi de Newton

Méthode : Les cinq temps de la deuxième loi

1. **Système et référentiel** : dis ce que tu étudies et dans quel référentiel supposé galiléen.
2. **Bilan** : liste les forces extérieures et fais un schéma.
3. **Loi** : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}_G$.
4. **Projection** : choisis des axes, dont l'un dans le sens du mouvement, puis isole l'inconnue.
5. **Application numérique** : unités du système international, chiffres significatifs, ordre de grandeur.

Méthode : D'une courbe v(t) à une force

1. **Portion** : repère sur $v_G(t)$ la phase étudiée.
2. **Pente** : sur une portion droite, $a_G = \dfrac{\Delta v_G}{\Delta t}$, avec deux points éloignés ; sinon, la pente de la tangente.
3. **Force** : la deuxième loi sur l'axe du mouvement donne la somme des forces ou une force inconnue.
4. **Écriture** : résultat approché, avec son unité.

Exemple

Lecture. Un kart de $160\,\mathrm{kg}$ passe de $2{,}0$ à $8{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ en $4{,}0\,\mathrm{s}$, en ligne droite, avec une courbe $v(t)$ rectiligne.

Accélération. Dans le référentiel terrestre, supposé galiléen, $a_G = \dfrac{6{,}0}{4{,}0} = 1{,}5\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Force. $\sum F = m\,a_G = 160 \times 1{,}5 \approx 2{,}4 \times 10^{2}\,\mathrm{N}$, vers l'avant.

À retenir : Vérifier la deuxième loi au laboratoire

Pour vérifier la loi au laboratoire : un mobile à frottements négligeables, tiré par une force mesurée par un capteur. On enregistre son mouvement, on tire l'accélération de la pente de $v(t)$, puis on compare $m\,a$ à la force mesurée par un écart relatif.

Interactions et forces réciproques

Propriété : Troisième loi de Newton

Lorsqu'un corps A exerce sur un corps B une force $\vec{F}_{A/B}$, le corps B exerce simultanément sur A une force $\vec{F}_{B/A}$ telle que :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}.$$

Ces deux forces ont la même droite d'action, des sens opposés et la même valeur, que les corps soient au repos ou en mouvement, en contact ou à distance.

Méthode : Reconnaître deux forces réciproques

1. **Interaction** : nomme-la et nomme ses deux acteurs, A et B.
2. **Deux forces** : $\vec{F}_{A/B}$ agit sur B et $\vec{F}_{B/A}$ agit sur A.
3. **Loi** : mêmes valeur et droite d'action, sens contraires.
4. **Bilan** : pour étudier B, ne retiens que $\vec{F}_{A/B}$.

Exemple

Un nageur pousse la paroi de la piscine avec ses pieds. La paroi exerce sur lui une force de même valeur, de sens opposé : c'est elle qui le lance vers l'avant.

Attention : Des forces réciproques ne se compensent pas

Deux forces réciproques agissent sur deux corps distincts : elles ne figurent jamais dans le même bilan. Quand deux forces sur un même corps se compensent, c'est la deuxième loi qui l'explique.

Gestes et formules du chapitre

Méthode : Quelle méthode pour quelle question ?

- **Vitesse depuis des équations horaires** : dériver chaque coordonnée.
- **Vitesse sur un enregistrement** : distance réelle entre les positions voisines, divisée par 2τ.
- **Accélération sur un enregistrement** : $\Delta\vec{v}_i$, puis division par 2τ.
- **Trajectoire courbe** : base de Frenet, $a_T = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ et $a_N = \dfrac{v^2}{\rho}$.
- **Accéléré ou retardé** : signe de $\vec{a} \cdot \vec{v}$.
- **Force ou accélération** : deuxième loi, projetée sur des axes.
- **Courbe v(t)** : la pente donne l'accélération.
- **Action et réaction** : troisième loi, deux corps distincts.

Vitesse

$$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t}$$

Accélération

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$$

Enregistrement

$$v_i \approx \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{2\tau}$$

Base de Frenet

$$a_T = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}, \quad a_N = \frac{v^2}{\rho}$$

Circulaire uniforme

$$a = \frac{v^2}{R}$$

Deuxième loi

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}_G$$

Troisième loi

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$$

Newton

$$1\,\mathrm{N} = 1\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$$

À retenir : Rédiger en devoir

> Avant d'appliquer une loi, écris le système, le référentiel et le bilan des forces. Nomme les axes de projection. Une lecture graphique se donne avec ≈. Chaque résultat porte son unité et garde les chiffres significatifs de la donnée la moins précise.