BURHAN

Lois de Newton : exercices, niveau examen

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/lois-de-newton/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Lois de Newton	Niveau examen	5

Exercice 1 6 pts

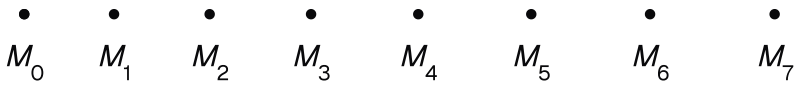
Chariot tracté par un treuil : de l'enregistrement aux forces

Dans un laboratoire, un chariot de masse $m = 0{,}450\,\text{kg}$ roule sur une table horizontale. Un petit treuil électrique, fixé au bout de la table, enroule un fil horizontal attaché au chariot.

Un capteur placé sur le fil indique une tension de valeur constante $T = 0{,}60\,\text{N}$. On étudie le centre d'inertie G du chariot dans le référentiel terrestre, supposé galiléen ; on prend $g = 9{,}80\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Document. Enregistrement du mouvement de G : positions M_0 à M_7, séparées par $\tau = 60{,}0\,\text{ms}$; $1\,\text{cm}$ sur le document représente $6\,\text{cm}$ en réalité. Le tableau donne $x_i = M_0M_i$ mesuré sur le document.

Position	x_i (cm)
M_0	0
M_1	$0{,}93$
M_2	$1{,}92$
M_3	$2{,}97$
M_4	$4{,}08$
M_5	$5{,}25$
M_6	$6{,}48$
M_7	$7{,}77$



Enregistrement du chariot tracté

A.1. `0,5 pts`

Partie A : exploitation de l'enregistrement.

Montrer que le mouvement de G est rectiligne et accéléré.

INDICE

Outil : l'alignement des positions, puis les distances entre positions successives.

CORRIGÉ

Trajectoire. Les positions sont alignées : le mouvement est rectiligne.

Distances. Sur le document, $M_0M_1 = 0{,}93\,\text{cm}$, $M_1M_2 = 0{,}99\,\text{cm}$, $M_2M_3 = 1{,}05\,\text{cm}$: elles augmentent pendant des durées égales.

Conclusion. La vitesse de G augmente : le mouvement est rectiligne et accéléré.

A.2. `0,75 pts`

Montrer que la vitesse de G en M_2 vaut $v_2 \approx 1{,}02\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, puis calculer la vitesse v_4 en M_4.

INDICE

Outil : $v_i \approx \dfrac{M_{i-1}M_{i+1}}{2\tau}$, avec la distance réelle et $2\tau = 0{,}120\,\text{s}$.

CORRIGÉ

Position M_2. $M_1M_3 = 2{,}97 - 0{,}93 = 2{,}04\,\text{cm}$, soit $6 \times 2{,}04 = 12{,}24\,\text{cm}$ en réalité :

$$v_2 \approx \frac{0{,}1224\,\text{m}}{0{,}120\,\text{s}}$$
$$v_2 \approx 1{,}02\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Position M_4. $M_3M_5 = 5{,}25 - 2{,}97 = 2{,}28\,\text{cm}$, soit $13{,}68\,\text{cm}$ en réalité :

$$v_4 \approx \frac{0{,}1368\,\text{m}}{0{,}120\,\text{s}}$$
$$v_4 \approx 1{,}14\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Conclusion. La vitesse de G vaut environ $1{,}02\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ en M_2 et $1{,}14\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ en M_4.

A.3. 0,75 pts

Montrer que l'accélération de G en M_3 vaut $a_3 \approx 1{,}00\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$, et préciser son sens.

INDICE

Outil : $a_3 \approx \dfrac{v_4 - v_2}{2\tau}$.

CORRIGÉ

Accélération.

$$a_3 \approx \frac{v_4 - v_2}{2\tau}$$
$$a_3 \approx \frac{1{,}14 - 1{,}02}{0{,}120}$$
$$a_3 \approx 1{,}00\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

Conclusion. $v_4 > v_2$: $\vec{a}_3$, de valeur $1{,}00\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ environ, est porté par la trajectoire, dans le sens du mouvement.

B.1. 0,5 pts

Partie B : forces exercées sur le chariot. On admet que l'accélération de G est constante, de valeur $a = 1{,}00\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$, dans le sens du mouvement.

Faire le bilan des forces extérieures appliquées au chariot.

INDICE

Outil : nomme le corps qui exerce chaque force ; la table exerce deux actions, l'une perpendiculaire et l'autre parallèle à son plan.

CORRIGÉ

Système et référentiel. Le chariot, dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

Forces. Le poids $\vec{P}$, exercé par la Terre ; la réaction verticale $\vec{R}_N$ et la force de frottement $\vec{f}$, opposée au mouvement, exercées par la table ; la tension $\vec{T}$ du fil, horizontale, dans le sens du mouvement.

Conclusion. Quatre forces extérieures s'exercent sur le chariot : $\vec{P}$, $\vec{R}_N$, $\vec{f}$ et $\vec{T}$.

B.2. 1 pts

Montrer que la valeur de la force de frottement s'écrit

$$f = T - m\,a$$

puis calculer f.

INDICE

Outil : projette la deuxième loi de Newton sur un axe horizontal orienté dans le sens du mouvement.

CORRIGÉ

Loi. $\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} + \vec{T} = m\,\vec{a}_G$.

Projection. $\vec{P}$ et $\vec{R}_N$ sont verticaux : $T - f = m\,a$, donc

$$f = T - m\,a$$

Application numérique. $m\,a = 0{,}450 \times 1{,}00 = 0{,}450\,\text{N}$, d'où

$$f = 0{,}60 - 0{,}450$$
$$f \approx 0{,}15\,\text{N}$$

Conclusion. La force de frottement exercée par la table vaut environ $0{,}15\,\text{N}$.

B.3. 0,5 pts

Calculer la valeur de la réaction $\vec{R}_N$ de la table.

INDICE

Outil : projette la même loi sur un axe vertical ; le mouvement est horizontal.

CORRIGÉ

Projection verticale. $a_z = 0$, donc $R_N - P = 0$ et $R_N = mg$.

Application numérique. $R_N = 0{,}450 \times 9{,}80 \approx 4{,}41\,\text{N}$.

Conclusion. La réaction de la table vaut environ $4{,}41\,\text{N}$: elle compense le poids.

B.4. 0,5 pts

Le chariot exerce une force sur le fil. Donner sa direction, son sens et sa valeur.

INDICE

Outil : la troisième loi de Newton appliquée au fil et au chariot.

CORRIGÉ

Interaction. Le fil exerce sur le chariot $\vec{T} = \vec{F}_{\text{fil}/\text{chariot}}$.

Troisième loi. $\vec{F}_{\text{chariot}/\text{fil}} = -\vec{T}$.

Conclusion. Le chariot exerce sur le fil une force horizontale, dirigée du treuil vers le chariot, de valeur $0{,}60\,\text{N}$.

B.5. 1 pts

On règle le treuil pour que la tension double, le frottement gardant la même valeur. Montrer que l'accélération fait plus que doubler, et calculer sa nouvelle valeur.

INDICE

Début : réécris la projection de la question B.2 avec $T' = 2T$. **Point délicat :** le frottement ne double pas.

CORRIGÉ

Nouvelle accélération. $a' = \dfrac{T' - f}{m}$, avec $T' = 1{,}20\,\mathrm{N}$:

$$a' = \frac{1{,}20 - 0{,}15}{0{,}450}$$
$$a' \approx 2{,}3\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

Comparaison. $2a = 2{,}00\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Seule la tension double : la somme des forces passe de $0{,}45\,\mathrm{N}$ à $1{,}05\,\mathrm{N}$, plus du double.

Conclusion. L'accélération fait plus que doubler : elle vaut environ $2{,}3\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

B.6. 0,5 pts

Le treuil se coupe alors que le chariot roule. Un élève affirme : « Plus rien ne tire le chariot, il s'arrête aussitôt. » Discuter cette affirmation à l'aide de la deuxième loi de Newton.

INDICE

Début : fais le nouveau bilan des forces horizontales. **Ensuite :** calcule l'accélération et interprète son signe.

CORRIGÉ

Nouveau bilan. Sans tension, la seule force horizontale est le frottement $\vec{f}$, opposé au mouvement.

Accélération. Sur l'axe du mouvement, $-f = m\,a''$, donc $a'' = -\dfrac{0{,}15}{0{,}450} \approx -0{,}33\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Conclusion. L'affirmation est fausse : l'accélération est finie et opposée au mouvement. La vitesse diminue d'environ $0{,}33\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ par seconde, le chariot ralentit progressivement avant de s'arrêter.

Exercice 2 6 pts

Centrifugeuse : base de Frenet et force sur l'échantillon

Une centrifugeuse de laboratoire fait tourner des tubes dans un plan horizontal, autour d'un axe vertical. On étudie le fond d'un tube, puis l'échantillon qu'il contient, dans le référentiel terrestre, supposé galiléen. On prend $g = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Document. Caractéristiques de la centrifugeuse.

Grandeur	Valeur
distance du fond d'un tube à l'axe	$R = 7{,}0\,\mathrm{cm}$
fréquence de rotation en régime établi	$6{,}0 \times 10^{3}$ tours par minute
durée de la mise en rotation	$12\,\mathrm{s}$
masse de l'échantillon	$m = 2{,}0\,\mathrm{g}$
force maximale supportée par le fond d'un tube	$1{,}2 \times 10^{2}\,\mathrm{N}$

A.1. 0,75 pts

Partie A : mouvement du fond d'un tube.

Montrer qu'en régime établi, la vitesse du fond d'un tube vaut environ $44\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

INDICE

Début : convertis la fréquence en tours par seconde. **Outil :** en un tour, le fond du tube parcourt $2\pi R$.

CORRIGÉ

Fréquence. $n = \dfrac{6{,}0 \times 10^{3}}{60} = 1{,}0 \times 10^{2}$ tours par seconde.

Vitesse. $v = 2\pi R n$, avec $R = 7{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}$:

$$v = 2\pi \times 0{,}070 \times 100$$
$$v \approx 44\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

Conclusion. En régime établi, le fond d'un tube se déplace à environ $44\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

A.2. 1 pts

En utilisant les coordonnées de l'accélération dans la base de Frenet, montrer qu'en régime établi l'accélération du fond d'un tube est centripète, de valeur

$$a = \frac{v^2}{R}$$

puis vérifier que $a \approx 2{,}8 \times 10^{4}\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

INDICE

Outil : $a_T = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ et $a_N = \dfrac{v^2}{\rho}$. **Point délicat :** le rayon de courbure d'un cercle est son rayon ; garde la valeur non arrondie de v.

CORRIGÉ

Base de Frenet. En un point M de la trajectoire, $\vec{a} = a_T\,\vec{u}_T + a_N\,\vec{u}_N$, avec $a_T = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ et $a_N = \dfrac{v^2}{\rho}$.

Régime établi. La valeur de la vitesse est constante, donc $a_T = 0$. La trajectoire est un cercle de rayon R, donc $\rho = R$. Il reste

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R}\,\vec{u}_N$$

Direction et sens. $\vec{u}_N$ est dirigé vers l'intérieur de la courbure, c'est-à-dire vers l'axe : l'accélération est centripète.

Valeur. Avec $v \approx 44{,}0\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ non arrondie :

$$a = \frac{44{,}0^2}{0{,}070}$$
$$a \approx 2{,}8 \times 10^{4}\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

Conclusion. En régime établi, l'accélération est centripète, de valeur $\dfrac{v^2}{R} \approx 2{,}8 \times 10^{4}\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

A.3. 0,25 pts

Comparer cette accélération à l'intensité de la pesanteur.

INDICE

Outil : calcule le quotient $\dfrac{a}{g}$.

CORRIGÉ

Quotient. $\dfrac{a}{g} \approx \dfrac{2{,}76 \times 10^{4}}{9{,}80} \approx 2{,}8 \times 10^{3}$, avec la valeur non arrondie de a.

Conclusion. L'accélération vaut près de trois mille fois l'intensité de la pesanteur : c'est ce qui sépare rapidement les constituants d'un échantillon.

A.4. 0,75 pts

Pendant la mise en rotation, la valeur de la vitesse augmente régulièrement, de 0 à sa valeur de régime établi, en $12\,\mathrm{s}$. À l'instant où elle vaut $25\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, calculer a_T et a_N, puis montrer que l'accélération est alors presque centripète.

INDICE

Outil : $a_T = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ et $a_N = \dfrac{v^2}{R}$. **Point délicat :** une vitesse qui augmente régulièrement a une dérivée constante.

CORRIGÉ

Coordonnée tangentielle. La vitesse augmente régulièrement : $a_T = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} \approx \dfrac{44{,}0}{12} \approx 3{,}7\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Coordonnée normale. $a_N = \dfrac{25^2}{0{,}070} \approx 8{,}9\times10^{3}\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Conclusion. a_T est plus de deux mille fois plus petite que a_N : $\vec{a}$ est presque dirigé selon $\vec{u}_N$, vers l'axe. L'accélération est presque centripète.

B.1. 0,5 pts

Partie B : force exercée sur l'échantillon. On admet qu'en régime établi, l'échantillon a le mouvement du fond du tube, d'accélération centripète de valeur $a = 2{,}8\times10^{4}\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Faire le bilan des forces exercées sur l'échantillon.

INDICE

Outil : deux corps agissent sur l'échantillon : la Terre et le tube.

CORRIGÉ

Forces. Le poids $\vec{P}$, vertical, exercé par la Terre ; la force $\vec{F}$ exercée par le tube, qui a une composante verticale et une composante horizontale dirigée vers l'axe.

Conclusion. L'échantillon subit deux forces : son poids $\vec{P}$ et la force $\vec{F}$ du tube.

B.2. 1 pts

Montrer que la composante horizontale de la force exercée par le tube vaut environ $56\,\mathrm{N}$, puis que le poids de l'échantillon est négligeable devant elle.

INDICE

Outil : projette la deuxième loi de Newton sur l'horizontale, vers l'axe. **Début :** convertis la masse en kilogrammes.

CORRIGÉ

Loi. $\vec{P}+\vec{F}=m\,\vec{a}_G$. Le poids est vertical : sur l'horizontale dirigée vers l'axe,

$$F_h = m\,a$$

Application numérique. $F_h = 2{,}0\times10^{-3}\,\mathrm{kg}\times 2{,}8\times10^{4}\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$, soit

$$F_h \approx 56\,\mathrm{N}$$

Poids. $P = 2{,}0\times10^{-3}\times 9{,}80 \approx 2{,}0\times10^{-2}\,\mathrm{N}$, et $\dfrac{F_h}{P}\approx\dfrac{56}{1{,}96\times10^{-2}}\approx 2{,}9\times10^{3}$.

Conclusion. La composante horizontale vaut environ $56\,\mathrm{N}$; le poids est près de trois mille fois plus petit, il est négligeable.

B.3. 0,5 pts

L'échantillon exerce une force sur le fond du tube. Donner sa direction, son sens et la valeur de sa composante horizontale.

INDICE

Outil : la troisième loi de Newton.

CORRIGÉ

Troisième loi. En notant E l'échantillon et B le tube, $\vec{F}_{E/B}=-\vec{F}_{B/E}$: même droite d'action, sens opposé.

Conclusion. La composante horizontale de la force exercée par l'échantillon sur le fond du tube est dirigée de l'axe vers l'extérieur, de valeur environ $56\,\mathrm{N}$.

B.4. 1,25 pts

Le constructeur indique la force maximale que supporte le fond d'un tube (document). Déterminer la fréquence de rotation maximale, en tours par minute, pour cet échantillon de $2{,}0\,\mathrm{g}$.

INDICE

Début : la force exercée par l'échantillon sur le fond vaut $m\,\dfrac{v^2}{R}$. **Ensuite :** isole v, puis passe de la vitesse à la fréquence par $v = 2\pi R n$.

CORRIGÉ

Vitesse limite. Le poids étant négligeable, le fond reçoit $m\,\dfrac{v^2}{R}$ (troisième loi), qui doit rester inférieure à $F_{\max} = 1{,}2 \times 10^{2}\,\mathrm{N}$:

$$\begin{aligned} v_{\max}^2 &= \frac{F_{\max}\,R}{m} \\ v_{\max}^2 &= \frac{120 \times 0{,}070}{2{,}0 \times 10^{-3}} \\ v_{\max} &\approx 65\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} \end{aligned}$$

Fréquence. $n_{\max} = \dfrac{v_{\max}}{2\pi R} \approx \dfrac{64{,}8}{0{,}440} \approx 1{,}5 \times 10^{2}$ tours par seconde, soit $147 \times 60 \approx 8{,}8 \times 10^{3}$ tours par minute.

Conclusion. Pour cet échantillon, la fréquence de rotation ne doit pas dépasser environ $8{,}8 \times 10^{3}$ tours par minute.

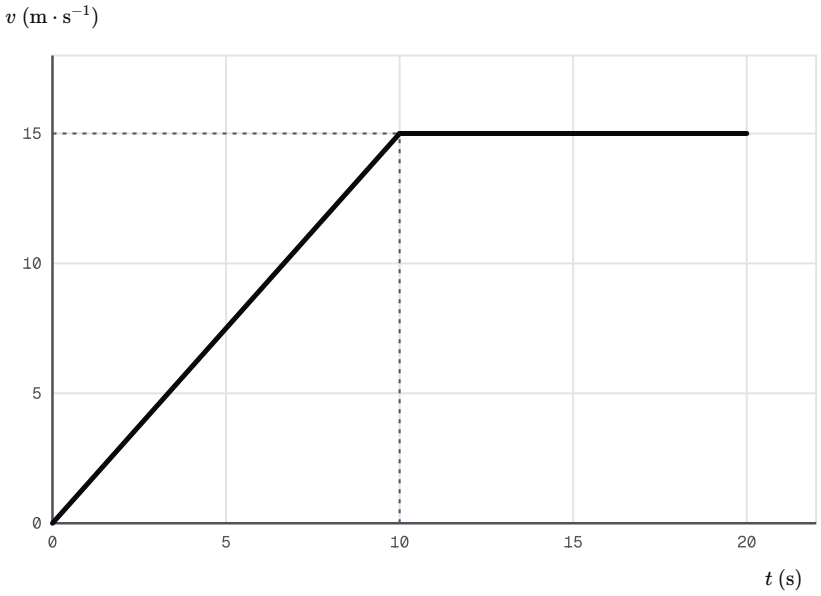
Exercice 3 — 6 pts

Véhicule et remorque : force motrice et force d'attelage

Un véhicule utilitaire de masse $m_V = 1{,}4 \times 10^3\,\text{kg}$ tire une remorque de masse $m_R = 600\,\text{kg}$ sur une route rectiligne et horizontale. La route exerce sur le véhicule une force motrice horizontale $\vec{F}$.

Les forces résistantes sont constantes et opposées au mouvement : $f_V = 500\,\text{N}$ sur le véhicule et $f_R = 300\,\text{N}$ sur la remorque. On étudie le convoi dans le référentiel terrestre, supposé galiléen.

Document. Valeur v de la vitesse du convoi en fonction du temps.



Vitesse du véhicule et de sa remorque

A.1. — 0,75 pts

Partie A : le convoi.

Montrer, à partir du document, que l'accélération du convoi vaut $1{,}5\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ pendant les dix premières secondes.

INDICE

Outil : la pente de la portion rectiligne, entre deux points éloignés.

CORRIGÉ

Lecture. Entre $t = 0$ et $t = 10\,\text{s}$, la courbe est une droite qui passe par $(0;0)$ et $(10;15)$.

Pente. $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} \approx \dfrac{15\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{10\,\text{s}} \approx 1{,}5\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Conclusion. Pendant les dix premières secondes, l'accélération du convoi vaut environ $1{,}5\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, valeur lue sur le graphe, donc approchée.

A.2. 1,25 pts

En prenant pour système le convoi (véhicule et remorque), montrer que la force motrice vaut $F = 3{,}8\,\mathrm{kN}$ pendant cette phase.

INDICE

Point délicat : les forces d'attelage sont intérieures au convoi. **Outil :** projette la deuxième loi sur l'axe du mouvement.

CORRIGÉ

Bilan. Forces extérieures horizontales : $\vec{F}$ vers l'avant, $\vec{f}_V$ et $\vec{f}_R$ vers l'arrière ; les poids et les réactions verticales se compensent.

Loi. Sur l'axe du mouvement, $F - f_V - f_R = (m_V + m_R)\,a$. En notant $f = f_V + f_R = 800\,\mathrm{N}$:

$$F = (m_V + m_R)\,a + f$$

Application numérique. $(m_V + m_R)\,a = 2{,}0 \times 10^3 \times 1{,}5 = 3{,}0 \times 10^3\,\mathrm{N}$, d'où

$$F = 3{,}0 \times 10^3 + 800$$
$$F \approx 3{,}8 \times 10^3\,\mathrm{N}$$

Conclusion. Pendant le démarrage, la force motrice vaut environ $3{,}8\,\mathrm{kN}$.

A.3. 0,75 pts

Calculer la force motrice entre $t = 10\,\mathrm{s}$ et $t = 20\,\mathrm{s}$.

INDICE

Outil : lis la vitesse sur cette phase, puis applique la même loi.

CORRIGÉ

Lecture. La vitesse reste égale à $15\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$: le mouvement est rectiligne uniforme et $a = 0$.

Force motrice. $F' = f_V + f_R = 500 + 300 = 800\,\mathrm{N}$.

Conclusion. À vitesse constante, la force motrice ne fait que compenser les forces résistantes : elle vaut $800\,\mathrm{N}$.

B.1. 1 pts

Partie B : l'attelage. On admet que, pendant le démarrage, l'accélération du convoi vaut $a = 1{,}5\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ et la force motrice $F = 3{,}8\,\mathrm{kN}$.

En prenant pour système la remorque seule, montrer que l'attelage exerce sur elle une force horizontale de valeur $T = 1{,}2\,\mathrm{kN}$.

INDICE

Outil : sur la remorque s'exercent, horizontalement, la force de l'attelage vers l'avant et $\vec{f}_R$ vers l'arrière.

CORRIGÉ

Loi. Sur l'axe du mouvement : $T - f_R = m_R\,a$, donc

$$T = m_R\,a + f_R$$

Application numérique.

$$T = 600 \times 1{,}5 + 300$$
$$T \approx 1{,}2 \times 10^{3}\,\mathrm{N}$$

Conclusion. L'attelage tire la remorque vers l'avant avec une force d'environ $1{,}2\,\mathrm{kN}$.

B.2. 0,75 pts

La remorque exerce une force sur le véhicule par l'attelage. Donner sa direction, son sens et sa valeur.

INDICE

Outil : la troisième loi de Newton, appliquée au véhicule et à la remorque.

CORRIGÉ

Troisième loi. $\vec{F}_{R/V} = -\vec{F}_{V/R}$: même droite d'action, horizontale, sens opposé.

Conclusion. La remorque exerce sur le véhicule une force horizontale, dirigée vers l'arrière, de valeur $1{,}2\,\mathrm{kN}$; le véhicule la compte dans son propre bilan.

B.3. 1 pts

Appliquer la deuxième loi de Newton au véhicule seul pour vérifier la cohérence des résultats. Expliquer pourquoi les forces d'attelage apparaissent dans ce bilan, mais pas dans celui du convoi.

INDICE

Outil : sur le véhicule s'exercent, horizontalement, $\vec{F}$, $\vec{f}_V$ et la force de la remorque. **Point délicat :** une force est extérieure ou intérieure selon le système choisi.

CORRIGÉ

Loi. Sur l'axe du mouvement : $F - f_V - T = m_V\,a$.

Contrôle. $F - f_V - T = 3\,800 - 500 - 1\,200 = 2\,100\,\text{N}$, et $m_V\,a = 1\,400 \times 1{,}5 = 2\,100\,\text{N}$: les deux membres sont égaux.

Systèmes. Pour le convoi, les deux forces d'attelage sont intérieures ; réciproques, elles s'annulent dans la somme. Pour le véhicule seul ou la remorque seule, chacune est extérieure.

Conclusion. Les trois applications de la deuxième loi sont cohérentes : additionner les bilans du véhicule et de la remorque redonne celui du convoi.

B.4. 0,5 pts

Montrer que, pendant la phase à vitesse constante, la force d'attelage ne vaut plus que $300\,\text{N}$.

INDICE

Outil : même système que la question B.1, avec une accélération nulle.

CORRIGÉ

Loi. $a = 0$: $T' - f_R = 0$, donc $T' = f_R = 300\,\text{N}$.

Conclusion. À vitesse constante, la force d'attelage ne vaut plus que $300\,\text{N}$: elle compense seulement les forces résistantes sur la remorque.

Exercice 4 6 pts

Drone en montée verticale : cinématique et poussée des hélices

Un drone de masse $m = 1{,}20\,\text{kg}$ décolle verticalement. On étudie son centre d'inertie G dans le référentiel terrestre, supposé galiléen, sur un axe $(O, \vec{k})$ vertical orienté vers le haut.

Les hélices exercent une poussée verticale $\vec{F}$; on néglige l'action de l'air sur le reste du drone et on prend $g = 9{,}80\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Document. Notice et vol enregistré. La poussée des hélices ne peut pas dépasser $16\,\text{N}$. Pour $0 \le t \le 4{,}0\,\text{s}$, l'altitude de G est $z(t) = -0{,}20\,t^3 + 1{,}2\,t^2$, avec z en mètres et t en secondes :

t (s)	z (m)
0	0
$1{,}0$	$1{,}0$
$2{,}0$	$3{,}2$
$3{,}0$	$5{,}4$
$4{,}0$	$6{,}4$

A.1. 0,75 pts

Partie A : étude cinématique.

Montrer que $v_z(t) = -0{,}60\,t^2 + 2{,}4\,t$ et que $a_z(t) = -1{,}2\,t + 2{,}4$, en unités du système international.

INDICE

Outil : $v_z = \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$ et $a_z = \dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}$.

CORRIGÉ

Vitesse. $v_z = \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = -0{,}20 \times 3t^2 + 1{,}2 \times 2t$, soit

$$v_z = -0{,}60\,t^2 + 2{,}4\,t$$

Accélération. $a_z = \dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = -0{,}60 \times 2t + 2{,}4$, soit

$$a_z = -1{,}2\,t + 2{,}4$$

Conclusion. Les deux expressions sont établies, v_z en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et a_z en $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

A.2. 1 pts

Calculer v_z et a_z aux instants $t_1 = 1{,}0\,\text{s}$ et $t_3 = 3{,}0\,\text{s}$. Montrer ensuite, par le signe de $\vec{a}\cdot\vec{v}$, que le mouvement est accéléré à l'instant t_1 et retardé à l'instant t_3.

INDICE

Début : remplace t dans les expressions de la question A.1. **Outil :** les deux vecteurs sont portés par $\vec{k}$, donc $\vec{a}\cdot\vec{v} = a_z\,v_z$.

CORRIGÉ

Instant t_1. $v_z = -0{,}60 + 2{,}4 = 1{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $a_z = -1{,}2 + 2{,}4 = 1{,}2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$. Alors $\vec{a}\cdot\vec{v} = 1{,}2\times 1{,}8 \approx 2{,}2\,\text{m}^2\cdot\text{s}^{-3}$, positif.

Instant t_3. $v_z = -0{,}60\times 9{,}0 + 2{,}4\times 3{,}0 = 1{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $a_z = -3{,}6 + 2{,}4 = -1{,}2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$. Alors $\vec{a}\cdot\vec{v} = (-1{,}2)\times 1{,}8 \approx -2{,}2\,\text{m}^2\cdot\text{s}^{-3}$, négatif.

Conclusion. Le mouvement du drone est accéléré à l'instant t_1 et retardé à l'instant t_3, avec la même vitesse de $1{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

A.3. 0,75 pts

Montrer que la vitesse du drone est maximale à l'instant $t_2 = 2{,}0\,\text{s}$ et calculer cette vitesse. Que se passe-t-il à $t = 4{,}0\,\text{s}$?

INDICE

Outil : la vitesse est maximale quand sa dérivée a_z s'annule en changeant de signe.

CORRIGÉ

Maximum. $a_z = 0$ pour $t = \dfrac{2{,}4}{1{,}2} = 2{,}0\,\text{s}$; $a_z > 0$ avant et $a_z < 0$ après : v_z croît puis décroît. Sa valeur maximale est $v_z(2{,}0) = -2{,}4 + 4{,}8 = 2{,}4\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

À $4{,}0\,\text{s}$. $v_z = -0{,}60\times 16 + 2{,}4\times 4{,}0 = 0$.

Conclusion. La vitesse est maximale à $2{,}0\,\text{s}$, où elle vaut $2{,}4\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; à $4{,}0\,\text{s}$, le drone s'arrête à l'altitude $6{,}4\,\text{m}$.

B.1. 0,75 pts

Partie B : poussée des hélices. On admet que, pour $0 \le t \le 4{,}0\,\text{s}$, $a_z(t) = -1{,}2\,t + 2{,}4$ en $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Montrer que la valeur de la poussée s'écrit

$$F = m\,(g + a_z)$$

INDICE

Outil : le bilan des forces, puis la deuxième loi de Newton projetée sur l'axe $(O, \vec{k})$.

CORRIGÉ

Bilan. Le poids $\vec{P} = -mg\,\vec{k}$ et la poussée $\vec{F} = F\,\vec{k}$.

Loi. $\vec{P} + \vec{F} = m\,\vec{a}_G$. Sur $\vec{k}$: $F - mg = m\,a_z$, donc

$$F = m\,(g + a_z)$$

Conclusion. La poussée vaut $m\,(g + a_z)$: elle dépasse le poids quand $a_z > 0$.

B.2. 1 pts

On écrit $a_z = b - c\,t$, avec $b = 2{,}4\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ et $c = 1{,}2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-3}$. Établir l'expression littérale de F en fonction de m, g, b, c et t, et en déduire le sens de variation de la poussée. Calculer ensuite la poussée au décollage et à l'instant $t = 4{,}0\,\text{s}$.

INDICE

Début : remplace a_z dans la relation de la question B.1. **Point délicat :** le signe du coefficient de t donne le sens de variation.

CORRIGÉ

Expression littérale. En remplaçant a_z :

$$F = m\,(g + b - c\,t)$$

Variation. Le coefficient de t vaut $-m\,c < 0$: la poussée diminue régulièrement pendant la montée.

Au décollage. $t = 0$:

$$\begin{aligned} F_0 &= m\,(g + b) \\ F_0 &= 1{,}20 \times 12{,}2 \\ F_0 &\approx 14{,}6\,\text{N} \end{aligned}$$

À $4{,}0\,\text{s}$. $g + b - 4{,}0\,c = 9{,}80 + 2{,}4 - 4{,}8 = 7{,}4\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$:

$$\begin{aligned} F_4 &= 1{,}20 \times 7{,}4 \\ F_4 &\approx 8{,}9\,\text{N} \end{aligned}$$

Conclusion. La poussée décroît de $14{,}6\,\text{N}$ au décollage à environ $8{,}9\,\text{N}$ à $4{,}0\,\text{s}$.

B.3. 0,5 pts

Pendant quelle partie de la montée la poussée est-elle supérieure au poids ? Après $t = 4{,}0\,\mathrm{s}$, le drone reste immobile en vol stationnaire : que vaut alors la poussée ?

INDICE

Point délicat : $F > mg$ équivaut à $a_z > 0$; un drone immobile a une accélération nulle.

CORRIGÉ

Montée. $F - mg = m\,a_z$: $F > mg$ si et seulement si $a_z > 0$, c'est-à-dire $-1{,}2\,t + 2{,}4 > 0$, soit $t < 2{,}0\,\mathrm{s}$.

Vol stationnaire. $a_z = 0$, donc $F = mg = 1{,}20 \times 9{,}80 \approx 11{,}8\,\mathrm{N}$.

Conclusion. La poussée dépasse le poids pendant les deux premières secondes, quand le drone accélère ; en vol stationnaire, elle le compense exactement, avec environ $11{,}8\,\mathrm{N}$.

B.4. 1,25 pts

Le drone doit emporter un colis en suivant exactement le même mouvement. En utilisant le document, déterminer la masse maximale du colis.

INDICE

Début : repère l'instant où la poussée nécessaire est la plus grande. **Ensuite :** écris la relation de la question B.1 pour la masse totale, avec la poussée limite.

CORRIGÉ

Instant critique. La poussée nécessaire, $(m + m_c)(g + a_z)$, est la plus grande quand a_z est maximale, au décollage : $a_z = b = 2{,}4\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Condition. Avec $F_{\max} = 16\,\mathrm{N}$:

$$\begin{aligned} m + m_c &\leq \frac{F_{\max}}{g + b} \\ m + m_c &\leq \frac{16}{12{,}2} \\ m + m_c &\leq 1{,}31\,\mathrm{kg} \end{aligned}$$

Colis. $m_c \leq 1{,}31 - 1{,}20$, soit $m_c \leq 0{,}11\,\mathrm{kg}$.

Conclusion. Pour suivre le même mouvement, le drone peut emporter un colis d'environ $0{,}11\,\mathrm{kg}$ au plus, une centaine de grammes.

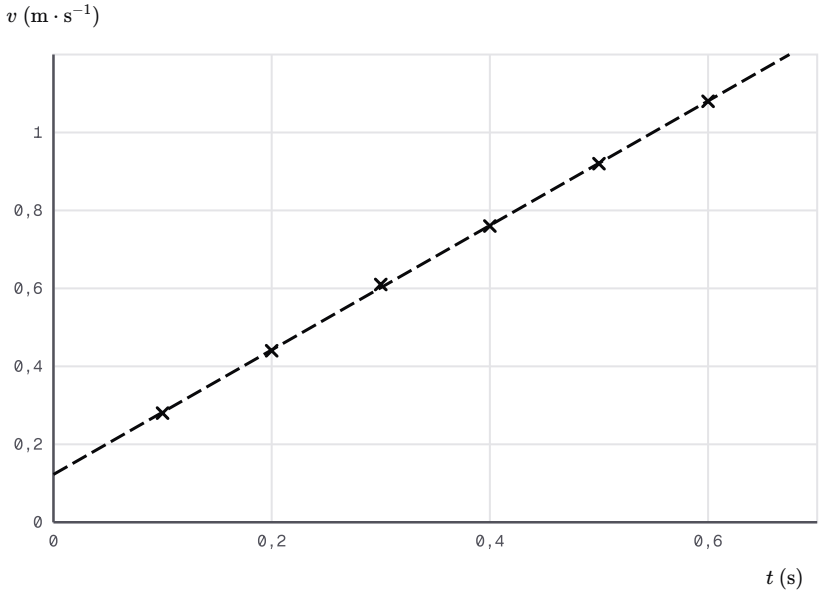
Exercice 5 6 pts

Vérifier la deuxième loi avec un capteur de vitesse

Au cours d'un TP, un chariot à roulements de faible frottement est tiré sur un banc horizontal par un fil horizontal. Un capteur de force indique une tension constante $F = 0{,}41\,\mathrm{N}$; un capteur ultrasonore mesure la vitesse v du chariot.

On néglige d'abord les frottements ; le référentiel du laboratoire est supposé galiléen.

Document 1. Vitesse du chariot de masse $m = 0{,}250\,\mathrm{kg}$ en fonction du temps. Un logiciel donne la droite de modélisation $v = 1{,}60\,t + 0{,}12$, avec v en $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ et t en secondes.



Vitesse du chariot mesurée par le capteur

A.1. 1 pts

Partie A : exploitation des mesures.

Montrer que l'accélération du chariot est constante et vaut $1{,}60\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Que représente le nombre $0{,}12$ dans l'équation de la droite ?

INDICE

Outil : pour un mouvement rectiligne, l'accélération est la pente de $v(t)$. **Ensuite :** calcule v à l'instant $t = 0$.

CORRIGÉ

Forme. Les points de mesure sont alignés sur une droite : v est une fonction affine du temps.

Accélération. Le mouvement est rectiligne : $a = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ est la pente de la droite de modélisation, constante, soit $a \approx 1{,}60\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Ordonnée à l'origine. À $t = 0$, $v = 0{,}12\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$: le chariot roulait déjà quand l'acquisition a commencé.

Conclusion. L'accélération est constante, d'environ $1{,}60\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$; le nombre $0{,}12$ est la vitesse au début des mesures, en $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

A.2. 0,75 pts

Montrer que, si l'on néglige les frottements, la deuxième loi de Newton prévoit pour ce chariot

$$m\,a = F$$

INDICE

Outil : bilan des forces, puis projection sur l'axe horizontal du mouvement.

CORRIGÉ

Bilan. Le poids $\vec{P}$ et la réaction $\vec{R}$ du banc, verticaux, et la tension $\vec{F}$ du fil, horizontale.

Loi. $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\,\vec{a}_G$. Sur l'axe horizontal du mouvement :

$$m\,a = F$$

Conclusion. Sans frottement, le produit de la masse par l'accélération doit égaler la tension mesurée.

A.3. 0,75 pts

Calculer $m\,a$, puis l'écart relatif avec la valeur F indiquée par le capteur. Conclure.

INDICE

Outil : écart relatif $= \dfrac{|m\,a - F|}{F}$.

CORRIGÉ

Produit. $m\,a = 0{,}250 \times 1{,}60 = 0{,}400\,\text{N}$.

Écart relatif. $\dfrac{|0{,}400 - 0{,}41|}{0{,}41} \approx 2 \times 10^{-2}$, soit environ 2 pour cent.

Conclusion. L'écart est faible : la mesure est en accord avec la deuxième loi de Newton, aux frottements et aux incertitudes de mesure près.

A.4. 0,75 pts

Un élève attribue l'écart à un frottement résiduel, constant et opposé au mouvement. Estimer la valeur de ce frottement, puis dire si l'hypothèse « frottements négligés » était raisonnable.

INDICE

Début : ajoute le frottement $\vec{f}$ au bilan et reprends la projection. **Point délicat :** compare f à F.

CORRIGÉ

Loi. Avec le frottement, la projection devient $F - f = m\,a$, donc $f = F - m\,a$.

Valeur. $f = 0{,}41 - 0{,}400$, soit $f \approx 1 \times 10^{-2}\,\text{N}$, environ 2 pour cent de la tension.

Conclusion. Le frottement résiduel vaut environ $1 \times 10^{-2}\,\text{N}$: il est très petit devant F, et l'hypothèse « frottements négligés » était raisonnable.

B.1. 0,75 pts

Partie B : rôle de la masse et validité. On recommence avec des surcharges, la tension restant égale à $F = 0{,}41\,\mathrm{N}$.

Document 2.

m (kg)	a ($\mathrm{m\cdot s^{-2}}$)
$0{,}250$	$1{,}60$
$0{,}350$	$1{,}16$
$0{,}450$	$0{,}90$
$0{,}550$	$0{,}74$

Montrer que le produit $m\,a$ reste à peu près constant, et conclure sur le rôle de la masse.

INDICE

Outil : calcule $m\,a$ pour chaque ligne.

CORRIGÉ

Produits. $0{,}250 \times 1{,}60 = 0{,}400\,\mathrm{N}$; $0{,}350 \times 1{,}16 \approx 0{,}406\,\mathrm{N}$; $0{,}450 \times 0{,}90 \approx 0{,}405\,\mathrm{N}$; $0{,}550 \times 0{,}74 \approx 0{,}407\,\mathrm{N}$.

Rôle de la masse. Le produit reste proche de F : pour une même force, l'accélération diminue quand la masse augmente.

Conclusion. Le produit $m\,a$ est constant, à quelques pour cent près ; la masse mesure l'inertie du chariot.

B.2. 0,75 pts

Rappeler les conditions de validité de la deuxième loi de Newton et montrer qu'elles sont remplies ici. On donne la vitesse de la lumière dans le vide, $c = 3{,}00 \times 10^{8}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

INDICE

Outil : référentiel, masse du système, valeur des vitesses.

CORRIGÉ

Référentiel. Le référentiel du laboratoire est considéré comme galiléen pour ce mouvement de courte durée.

Masse. Le chariot garde une masse constante pendant chaque lancer.

Vitesses. Environ $1\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, très petites devant c.

Conclusion. Les trois conditions sont remplies : la deuxième loi de Newton s'applique à ce chariot.

B.3. 1,25 pts

On veut que le chariot, tiré par la même force, ait une accélération de $0{,}60\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Déterminer la masse de la surcharge à ajouter au chariot de masse $0{,}250\,\mathrm{kg}$, puis vérifier que le résultat est cohérent avec le document 2.

INDICE

Début : la deuxième loi donne la masse totale à partir de F et de l'accélération voulue. **Ensuite :** retire la masse du chariot à vide.

CORRIGÉ

Masse totale. D'après la deuxième loi, $M = \dfrac{F}{a}$:

$$M = \frac{0{,}41}{0{,}60}$$
$$M \approx 0{,}68\,\mathrm{kg}$$

Surcharge. $m_s = M - m = 0{,}683 - 0{,}250$, soit $m_s \approx 0{,}43\,\mathrm{kg}$.

Cohérence. Le document 2 donne $0{,}74\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ pour $0{,}550\,\mathrm{kg}$: une masse plus grande doit donner une accélération plus petite, ce que l'on obtient.

Conclusion. Il faut ajouter une surcharge d'environ $0{,}43\,\mathrm{kg}$.