BURHAN

Lois de Newton

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/lois-de-newton/cours

Chapitre	Semestre
Lois de Newton	Semestre 2

Repérer un mouvement dans un référentiel

Un mobile sur une table horizontale

Sur une table horizontale, un mobile autoporteur glisse sur un coussin d'air : les frottements sont très faibles. On le lance d'une poussée, puis on le lâche.

Un dispositif marque la position du centre du mobile à intervalles de temps égaux, $\tau = 40\,\text{ms}$. On obtient un **enregistrement** : une suite de points M_0, M_1, M_2… Sur le document, $1\,\text{cm}$ représente $2\,\text{cm}$ réels.

Devine : L'espacement des positions

Une fois lâché, le mobile n'est soumis qu'à son poids et à l'action du coussin d'air, qui se compensent. Comment sont espacées ses positions successives sur l'enregistrement ?

A. Elles s'écartent de plus en plus les unes des autres.

Faux.

Il faudrait que la vitesse augmente ; or rien ne pousse le mobile après le lâcher.

B. Elles sont alignées et également espacées.

Juste.

Juste : les forces se compensent, le centre du mobile va en ligne droite à vitesse constante.

C. Elles se resserrent peu à peu.

Faux.

Ce serait un ralentissement ; il demande des frottements notables, absents ici.

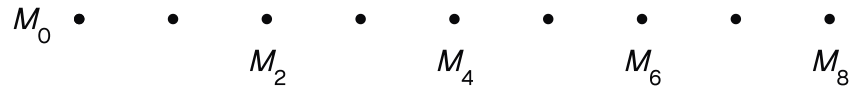
D. Elles dessinent un arc de cercle.

Faux.

Une trajectoire courbe demande une action sur le côté ; aucune force ne dévie le mobile.

Correction

Rappel : d'après le principe d'inertie, le centre d'inertie d'un solide pseudo-isolé est au repos ou en mouvement rectiligne uniforme. Ici, le mobile se déplace : ses positions sont alignées et également espacées. L'enregistrement le confirme : $M_0M_1 = M_1M_2 = 1{,}0\,\text{cm}$ sur le document.



Enregistrement du mobile lancé sur la table : une position toutes les 40 ms ; 1 cm du document pour 2 cm réels.

Dans ce chapitre, tu décris un mouvement par des vecteurs : position, vitesse, accélération. Tu lis un enregistrement, une courbe, une trajectoire. Puis tu relies l'accélération aux forces, avec la deuxième et la troisième loi de Newton.

Référentiel et vecteur position

En clair. Décrire un mouvement, c'est dire où est le mobile à chaque instant. Cette description dépend de l'observateur.

Pour la table, le mobile avance. Pour une élève qui marche à côté de lui, à la même vitesse, il est immobile. On choisit donc d'abord un **référentiel** : le solide par rapport auquel on décrit le mouvement.

Définition : Référentiel, vecteur position et trajectoire

Un **référentiel** est un solide de référence, muni d'un repère d'espace et d'une horloge. Dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ lié au référentiel, la position d'un point mobile M à l'instant t est repérée par son **vecteur position** :

$$\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}.$$

Les fonctions $t \mapsto x(t)$, $t \mapsto y(t)$ et $t \mapsto z(t)$ sont les **équations horaires** du mouvement. La **trajectoire** de M est l'ensemble des positions successives qu'il occupe dans ce référentiel.

Exemple : Les équations horaires du mobile lancé

On choisit le référentiel de la table. L'origine O est en M_0, l'axe (Ox) suit le sens du mouvement, et $t = 0$ en M_0. On reste dans le plan de la table : $z = 0$.

Le mobile parcourt $2{,}0\,\text{cm}$ réels toutes les $40\,\text{ms}$, soit $0{,}50\,\text{m}$ par seconde. Ses équations horaires sont, avec x en mètres et t en secondes :

$$x(t) = 0{,}50\,t, \qquad y(t) = 0.$$

À $t = 0{,}20\,\text{s}$, $x = 0{,}10\,\text{m}$: c'est la position M_5. La trajectoire est une portion de l'axe (Ox) : le mouvement est rectiligne.

Équations horaires et trajectoire

Exemple : La trajectoire à partir des équations horaires

Pour trouver la trajectoire, on élimine le temps entre $x(t)$ et $y(t)$. Un point a pour équations horaires $x(t) = 2{,}0\,t$ et $y(t) = 1{,}0\,t$, en mètres et en secondes.

De la première, on tire $t = \dfrac{x}{2{,}0}$. On remplace dans la seconde : $y = 0{,}50\,x$. La trajectoire est une portion de droite qui passe par O.

À toi : Position et trajectoire d'un second mobile

Dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ lié à la table, un second mobile a pour équations horaires $x(t) = 0{,}40\,t$ et $y(t) = 0{,}30\,t + 0{,}20$, avec x et y en mètres, t en secondes. Calcule les coordonnées de $\overrightarrow{OM}$ et la distance OM à $t = 2{,}0\,\text{s}$. Trouve ensuite la nature de la trajectoire. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1
Remplace t par $2{,}0$ dans chaque équation horaire.
Indice 2
La distance OM est la norme du vecteur position : $OM = \sqrt{x^2 + y^2}$.
Indice 3
Point délicat : pour la trajectoire, exprime t en fonction de x, puis remplace dans $y(t)$.

Réponse
À $t = 2{,}0\,\text{s}$: $x = 0{,}40 \times 2{,}0 = 0{,}80\,\text{m}$ et $y = 0{,}30 \times 2{,}0 + 0{,}20 = 0{,}80\,\text{m}$. Donc $\overrightarrow{OM} = 0{,}80\,\vec{i} + 0{,}80\,\vec{j}$ et

$$\begin{aligned} OM &= \sqrt{0{,}80^2 + 0{,}80^2} \\ &\approx 1{,}1\,\text{m} \end{aligned}$$

De $x = 0{,}40\,t$, on tire $t = \dfrac{x}{0{,}40}$. Alors $y = 0{,}75\,x + 0{,}20$: la trajectoire est une portion de droite.

La vitesse moyenne sur l'enregistrement

Rappel : la vitesse moyenne entre deux instants est le quotient de la distance parcourue par la durée du parcours, $v_m = \dfrac{d}{\Delta t}$.

Sur l'enregistrement, $M_0M_8 = 8{,}0\,\text{cm}$ sur le document, soit $d = 16\,\text{cm}$ réels. Cette distance est parcourue en $\Delta t = 8\tau = 0{,}32\,\text{s}$:

$$v_m = \frac{0{,}16}{0{,}32} = 0{,}50\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Une vitesse moyenne ne dit rien d'un instant précis. La section suivante définit la vitesse à chaque instant.

Vérifie : Un mouvement vu par deux observateurs

Une élève marche le long de la table, dans le même sens que le mobile et à la même vitesse. Dans le référentiel lié à l'élève, quel est le mouvement du centre du mobile ?

A. Il est immobile.

Juste.

Juste : la position du mobile par rapport à l'élève ne change pas.

B. Il est rectiligne uniforme, à $0{,}50\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Faux.

C'est son mouvement dans le référentiel de la table, pas dans celui de l'élève.

C. Il est rectiligne uniforme, à $1{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Faux.

Les vitesses ne s'ajoutent pas ici : l'élève va dans le même sens que le mobile.

Correction

Dans le référentiel de l'élève, la distance entre l'élève et le mobile reste constante, et sa direction aussi : le mobile est immobile. Un mouvement n'a de sens que dans un référentiel donné.

Vecteur vitesse instantanée

Une vitesse à un instant

Devine : Des durées de plus en plus courtes

Un chariot part du repos sur un rail rectiligne. Sa position est $x(t) = 0{,}25\,t^2$, avec x en mètres et t en secondes. Entre $2{,}0\,\mathrm{s}$ et $3{,}0\,\mathrm{s}$, sa vitesse moyenne vaut $1{,}25\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Entre $2{,}0\,\mathrm{s}$ et $2{,}1\,\mathrm{s}$, elle vaut $1{,}025\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Vers quelle valeur tend-elle quand la durée se réduit ?

A. $0{,}50\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

Faux.

C'est la vitesse moyenne entre 0 et $2{,}0\,\mathrm{s}$: $\dfrac{1{,}0}{2{,}0}$.

B. $1{,}25\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

Faux.

C'est la première vitesse moyenne ; elle diminue quand la durée se réduit.

C. $0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

Faux.

Sur une durée très courte, le chariot parcourt peu, mais le quotient ne tend pas vers 0.

D. $1{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

Juste.

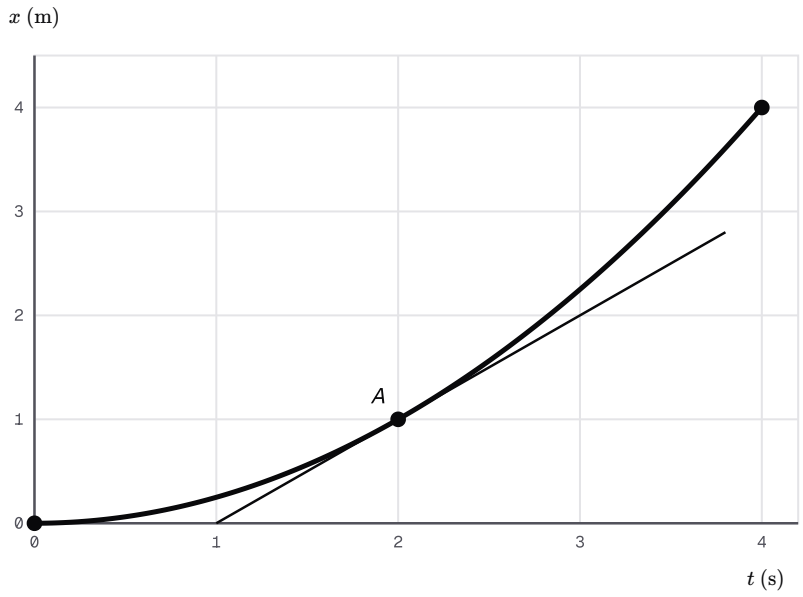
Juste : c'est le nombre dérivé de x en $2{,}0\,\mathrm{s}$.

Correction

Entre $2{,}0\,\mathrm{s}$ et $2{,}0+h$, la vitesse moyenne vaut $\dfrac{x(2{,}0+h)-x(2{,}0)}{h} = 1{,}0 + 0{,}25\,h$. Quand h tend vers 0, elle tend vers $1{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. C'est le nombre dérivé $x'(2{,}0)$: la **vitesse instantanée** à cet instant.

En clair. La vitesse instantanée est la limite de la vitesse moyenne sur une durée qui tend vers zéro. C'est la dérivée de la position par rapport au temps. Sur la courbe de $x(t)$, c'est la pente de la tangente.

Pour un vecteur, on admet un outil : sa dérivée se calcule coordonnée par coordonnée, dans un repère fixe du référentiel.



$x(t) = 0{,}25\,t^2$ ● Point du graphe —— (libellé indisponible)

Position x(t) du chariot et tangente à la courbe à l'instant 2,0 s : sa pente est la vitesse à cet instant.

Tangente calculée en x = 2 : coefficient directeur ≈ 1.

Le vecteur vitesse instantanée

Définition : Vecteur vitesse instantanée

Le **vecteur vitesse instantanée** du point M à l'instant t est la dérivée du vecteur position par rapport au temps :

$$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t}.$$

Ses coordonnées sont les dérivées des équations horaires :

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}, \quad v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}, \quad v_z = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}.$$

Le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire en M et orienté dans le sens du mouvement. Sa valeur $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ s'exprime en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Exemple : Deux vecteurs vitesse calculés par dérivation

- Chariot : $x(t) = 0{,}25\,t^2$ donne $v_x = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 0{,}50\,t$. À $t = 2{,}0\,\mathrm{s}$, $v_x = 1{,}0\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.
- Second mobile de la section précédente : $x(t) = 0{,}40\,t$ et $y(t) = 0{,}30\,t + 0{,}20$. On dérive : $v_x = 0{,}40\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ et $v_y = 0{,}30\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, à chaque instant. Sa valeur est

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{0{,}40^2 + 0{,}30^2} \\ &= 0{,}50\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} \end{aligned}$$

Ce vecteur vitesse est constant.

Chiffres significatifs. Un résultat calculé s'écrit avec autant de chiffres significatifs que la donnée la moins précise. Les zéros placés à gauche ne comptent pas : $0{,}040\,\mathrm{s}$ a deux chiffres significatifs.

Par exemple, une distance de $4{,}16\,\mathrm{cm}$ a trois chiffres ; une durée de $0{,}080\,\mathrm{s}$ en a deux. On écrit donc $v = \dfrac{0{,}0416}{0{,}080} = 0{,}52\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, et non $0{,}520$. Cette règle vaut pour tout le chapitre.

Vérifie : Un résultat bien arrondi

Un mobile parcourt $3{,}25\,\mathrm{m}$ en $2{,}5\,\mathrm{s}$. Comment écrire sa vitesse moyenne ?

A. $v_m = 1{,}30\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
Faux.
Trois chiffres : c'est la précision de la distance, pas celle de la durée.

B. $v_m = 1{,}3\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
Juste.
Juste : la durée, la donnée la moins précise, a deux chiffres significatifs.

C. $v_m = 1\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
Faux.
Un seul chiffre : l'arrondi perd une précision que les données portent.

D. $v_m = 1{,}3$
Faux.
Une vitesse sans unité ne veut rien dire : l'unité fait partie du résultat.

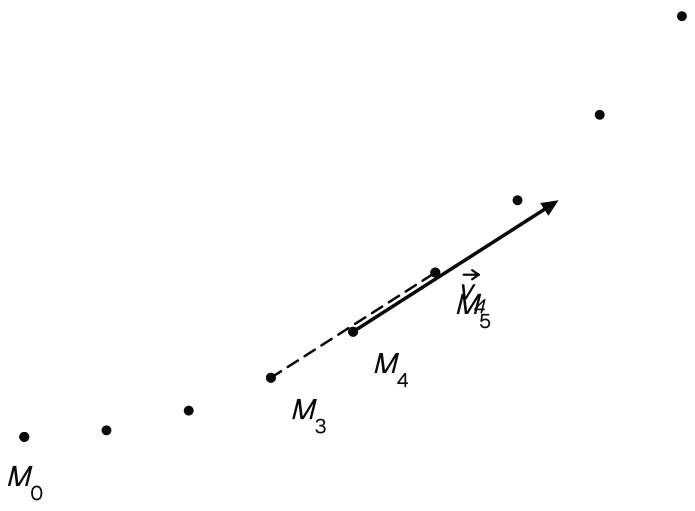
Correction
On calcule $v_m = \dfrac{3{,}25}{2{,}5} = 1{,}3\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. La durée a deux chiffres significatifs, la distance trois : on garde deux chiffres, et l'unité.

Vitesse sur un enregistrement

On reprend le mobile autoporteur, avec $\tau = 40\,\text{ms}$ et la même échelle. Il est lancé, puis tiré sur le côté par un fil, avec une force constante : sa trajectoire se courbe. Comment trouver sa vitesse en une position M_i ? On ne connaît que des positions, pas les équations horaires.

Méthode : Calculer une vitesse instantanée sur un enregistrement

1. **Relève les données** : la durée τ entre deux positions successives, et l'échelle du document.
2. **Mesure** sur le document la distance $M_{i-1}M_{i+1}$ entre les deux positions qui encadrent M_i.
3. **Convertis** cette distance en mètres réels, avec l'échelle.
4. **Calcule** $v_i \approx \dfrac{M_{i-1}M_{i+1}}{2\tau}$. C'est la vitesse moyenne entre t_{i-1} et t_{i+1} ; on l'attribue à l'instant t_i, au milieu de cette durée.
5. **Trace** $\vec{v}_i$ en M_i : tangent à la trajectoire, dans le sens du mouvement, avec une échelle des vitesses choisie, par exemple $1\,\text{cm}$ pour $0{,}20\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.



Mobile tiré sur le côté : vecteur vitesse en M_4, parallèle à la corde M_3M_5. Échelle des vitesses : 1 cm pour 0,20 m/s.

Calculer une vitesse sur le document

Exemple : La vitesse en M_4 sur le document

Sur le document, $M_3M_5 = 2{,}37\,\text{cm}$. Avec l'échelle, la distance réelle vaut $4{,}74\,\text{cm}$, soit $0{,}0474\,\text{m}$. La durée vaut $2\tau = 0{,}080\,\text{s}$.

$$v_4 \approx \frac{0{,}0474}{0{,}080}$$
$$\approx 0{,}59\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

À l'échelle des vitesses, la flèche mesure $\dfrac{0{,}59}{0{,}20} \approx 3{,}0\,\mathrm{cm}$.

Vérifie : Le choix des deux positions

Pour la vitesse en M_4, pourquoi mesure-t-on M_3M_5 plutôt que M_4M_5 ?

A. Parce qu'une distance plus longue se mesure toujours mieux.

Faux.

C'est un avantage, mais pas la raison : ce qui compte est une corde centrée sur M_4.

B. Parce que t_4 est au milieu de la durée de t_3 à t_5.

Juste.

Juste : une vitesse moyenne sur une durée centrée sur t_4 approche bien la vitesse à t_4.

C. Parce que M_3M_4 et M_4M_5 sont égales.

Faux.

Faux ici : les distances parcourues augmentent, le mouvement s'accélère.

D. Parce que la vitesse en M_4 est nulle.

Faux.

Le mobile se déplace : sa vitesse en M_4 n'est pas nulle.

Correction

Le quotient $\dfrac{M_4M_5}{\tau}$ est la vitesse moyenne entre t_4 et t_5 : il correspond plutôt à un instant situé entre les deux. Le quotient $\dfrac{M_3M_5}{2\tau}$ porte sur une durée centrée sur t_4 : c'est la meilleure estimation de v_4.

Pour le chariot, la vitesse moyenne de $1{,}9\,\mathrm{s}$ à $2{,}1\,\mathrm{s}$ vaut exactement $1{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, la vitesse à $2{,}0\,\mathrm{s}$.

À toi : La vitesse en M_6

Sur le même document, $M_5M_7 = 2{,}77\,\mathrm{cm}$. Calcule la vitesse v_6 du mobile. Calcule ensuite la longueur de la flèche qui la représente, avec $1\,\mathrm{cm}$ pour $0{,}20\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1

Applique la méthode : $v_6 \approx \dfrac{M_5M_7}{2\tau}$.

Indice 2

La distance réelle vaut le double de la distance mesurée : $5{,}54\,\mathrm{cm}$.

Indice 3

Point délicat : convertis en mètres, et divise par $2\tau = 0{,}080\,\mathrm{s}$, pas par τ.

Réponse

Distance réelle : $2 \times 2{,}77 = 5{,}54\,\text{cm} = 0{,}0554\,\text{m}$. Donc

$$v_6 \approx \frac{0{,}0554}{0{,}080} \approx 0{,}69\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

La flèche mesure $\dfrac{0{,}69}{0{,}20} \approx 3{,}5\,\text{cm}$. Le mobile va plus vite qu'en M_4 : son mouvement est accéléré.

Vecteur accélération et coordonnées cartésiennes

Variation de la vitesse et accélération

Devine : Ce que mesure l'accélération

La vitesse du chariot vaut $v_x = 0{,}50\,t$. De combien augmente-t-elle à chaque seconde ?

A. De $0{,}50\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ par seconde.
Juste.
Juste : v_x est une fonction affine du temps, de coefficient $0{,}50$.

B. De $1{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ par seconde.
Faux.
C'est la vitesse atteinte à $t = 2{,}0\,\text{s}$, pas son augmentation par seconde.

C. Elle n'augmente pas : le rail est rectiligne.
Faux.
Une trajectoire rectiligne n'empêche pas la valeur de la vitesse de changer.

D. De $0{,}25\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ par seconde.
Faux.
C'est le coefficient de $x(t)$; la dérivée de $0{,}25\,t^2$ est $0{,}50\,t$.

Correction

Entre t et $t+1$, v_x passe de $0{,}50\,t$ à $0{,}50\,t + 0{,}50$: elle augmente de $0{,}50\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ chaque seconde. Ce taux est la dérivée de v_x : l'**accélération**, $a_x = 0{,}50\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

En clair. Le vecteur vitesse peut changer de deux façons. Il change en valeur quand le mobile accélère ou ralentit. Il change en direction quand la trajectoire tourne.

Le vecteur accélération mesure ces deux changements, par seconde. Il se calcule comme la vitesse : on dérive, coordonnée par coordonnée.

Le vecteur accélération

Définition : Vecteur accélération

Le **vecteur accélération** du point M à l'instant t est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps :

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}.$$

Dans un repère cartésien, ses coordonnées sont :

$$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2},$$
$$a_y = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2},$$

et de même $a_z = \dfrac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}$. La valeur de l'accélération s'exprime en $\mathrm{m\cdot s^{-2}}$; son équation aux dimensions est $[a] = \mathrm{L\cdot T^{-2}}$.

Exemple : L'accélération du mobile tiré sur le côté

Pour le mobile de l'enregistrement courbe, dans un repère d'origine M_0, on admet les équations horaires $x(t) = 0{,}50\,t$ et $y(t) = 1{,}0\,t^2$, en mètres et en secondes.

- Vitesse : $v_x = 0{,}50\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ et $v_y = 2{,}0\,t$.
- Accélération : $a_x = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = 0$ et $a_y = \dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = 2{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Le vecteur accélération est constant, de valeur $2{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. À $t = 4\tau = 0{,}16\,\mathrm{s}$, $v_y = 0{,}32\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, et

$$v_4 = \sqrt{0{,}50^2 + 0{,}32^2}$$
$$\approx 0{,}59\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

C'est la valeur trouvée sur l'enregistrement.

Vérifie : Une équation aux dimensions

Une grandeur s'écrit $\dfrac{v^2}{R}$, avec v une vitesse et R une longueur. Quelle est sa dimension ?

A. $\mathrm{L\cdot T^{-1}}$, celle d'une vitesse

Faux.
Le carré de la vitesse apporte $\mathrm{L^2\cdot T^{-2}}$: il faut ensuite diviser par L.

B. $\mathrm{L^2\cdot T^{-2}}$, celle du carré d'une vitesse

Faux.
C'est la dimension de v^2 seule ; la division par R retire un L.

C. $\mathrm{L\cdot T^{-2}}$, celle d'une accélération

Juste.
Juste : $\dfrac{\mathrm{L^2\cdot T^{-2}}}{\mathrm{L}} = \mathrm{L\cdot T^{-2}}$.

D. T^{-2}, sans aucune longueur

Faux.

On a retiré les deux L ; or R n'en retire qu'un.

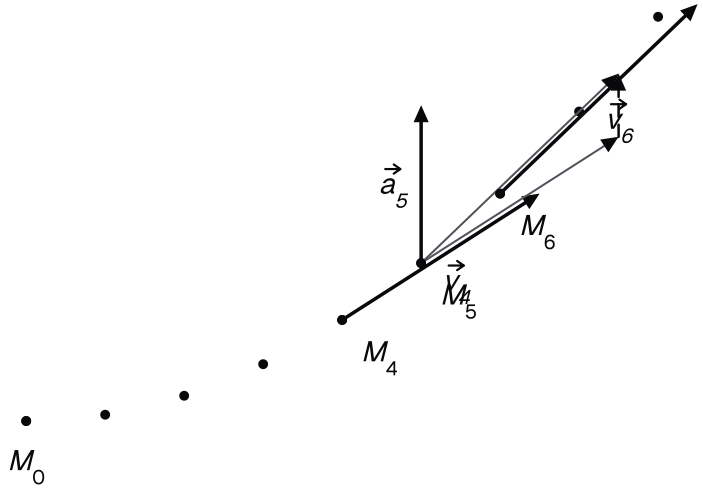
Correction

On a $[v^2] = \mathrm{L}^2 \cdot \mathrm{T}^{-2}$ et $[R] = \mathrm{L}$. Donc $\left[\dfrac{v^2}{R}\right] = \mathrm{L} \cdot \mathrm{T}^{-2}$: c'est la dimension d'une accélération. Cette grandeur revient avec le mouvement circulaire.

Construire l'accélération sur un enregistrement

Méthode : Construire le vecteur accélération en M_i

1. **Calcule et trace** les vitesses $\vec{v}_{i-1}$ et $\vec{v}_{i+1}$ aux positions qui encadrent M_i, par la méthode des vitesses instantanées.
2. **Reporte** ces deux vecteurs à partir du point M_i, à la même échelle des vitesses.
3. **Construis** la différence $\Delta\vec{v}_i = \vec{v}_{i+1} - \vec{v}_{i-1}$: elle va de l'extrémité de $\vec{v}_{i-1}$ à celle de $\vec{v}_{i+1}$.
4. **Calcule** $\vec{a}_i \approx \dfrac{\Delta\vec{v}_i}{2\tau}$. Ce vecteur a la direction et le sens de $\Delta\vec{v}_i$; sa valeur est $a_i \approx \dfrac{\Delta v_i}{2\tau}$, avec Δv_i lu à l'échelle des vitesses.
5. **Trace** $\vec{a}_i$ en M_i avec une échelle des accélérations, et vérifie l'unité : $\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$.



Construction de l'accélération en M_5 : v_4 et v_6 reportés depuis M_5, leur différence en pointillés, puis a_5. Échelles : 1 cm pour 0,20 m/s et 1 cm pour 1,0 m/s².

Exemple : L'accélération en M_5 par construction

Les vitesses $\vec{v}_4$ et $\vec{v}_6$ ont la même coordonnée horizontale, $0{,}50\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Leur différence $\Delta\vec{v}_5$ est donc verticale. Sur la figure, elle mesure $0{,}80\,\mathrm{cm}$, soit $\Delta v_5 = 0{,}80 \times 0{,}20 = 0{,}16\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Ainsi

$$a_5 \approx \frac{0{,}16}{0{,}080} \approx 2{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}.$$

On retrouve la valeur tirée des équations horaires. Le vecteur $\vec{a}_5$ est vertical, vers le haut.

Vérifie : L'accélération d'un mouvement régulier

Sur le premier enregistrement du chapitre, les positions sont alignées et également espacées. Que vaut le vecteur accélération du mobile ?

A. Il est constant, non nul, dans le sens du mouvement.

Faux.

Une accélération dans le sens du mouvement ferait croître les distances entre positions.

B. Il est vertical, vers le haut, comme sur l'enregistrement courbe.

Faux.

Ce mobile n'est tiré par aucun fil : rien ne courbe sa trajectoire.

C. On ne peut pas le savoir sans les équations horaires.

Faux.

La méthode de construction suffit : elle part des positions seules.

D. Il est nul en chaque position.

Juste.

Juste : les vecteurs vitesse sont tous égaux, donc $\Delta\vec{v}_i = \vec{0}$.

Correction

Les distances $M_{i-1}M_{i+1}$ sont toutes égales et la trajectoire est une droite : tous les vecteurs vitesse sont égaux. La différence $\Delta\vec{v}_i = \vec{v}_{i+1} - \vec{v}_{i-1}$ est nulle, donc $\vec{a}_i = \vec{0}$. Un mouvement rectiligne uniforme a une accélération nulle.

Vitesse et accélération ne sont pas parallèles

Attention : L'accélération n'est pas toujours tangente

✗ « Le vecteur accélération est tangent à la trajectoire, comme le vecteur vitesse. »

✓ Le vecteur vitesse est toujours tangent à la trajectoire. Le vecteur accélération ne l'est que pour un mouvement rectiligne.

Sur l'enregistrement courbe, $\vec{v}_5$ est oblique et $\vec{a}_5$ est vertical : ils ne sont pas parallèles. Sur une trajectoire courbe, l'accélération pointe vers l'intérieur de la courbe.

À toi : Vitesse et accélération par le calcul

Un point se déplace dans un plan, avec $x(t) = 0{,}60\,t^2 + 0{,}20\,t$ et $y(t) = 1{,}5\,t$, en mètres et en secondes. Calcule les coordonnées et la valeur de $\vec{v}$ et de $\vec{a}$ à $t = 2{,}0\,\text{s}$. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1
Dérive chaque équation horaire pour obtenir v_x et v_y.
Indice 2
Dérive encore v_x et v_y pour obtenir a_x et a_y.
Indice 3
Point délicat : v_y est constante, donc $a_y = 0$; la valeur de $\vec{a}$ se réduit à a_x.

Réponse
On dérive : $v_x = 1{,}2\,t + 0{,}20$ et $v_y = 1{,}5$. À $t = 2{,}0\,\text{s}$, $v_x = 2{,}6\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $v_y = 1{,}5\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, d'où

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{2{,}6^2 + 1{,}5^2} \\ &= 3{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

Ensuite $a_x = 1{,}2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ et $a_y = 0$, à chaque instant : $a = 1{,}2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$. Ici $\vec{a}$ n'est pas colinéaire à $\vec{v}$: la trajectoire est courbe.

Base de Frenet et mouvement circulaire uniforme

Un point d'un plateau tournant

Devine : L'accélération d'un point qui tourne

Un plateau horizontal tourne autour d'un axe vertical, à vitesse constante. Un point M du plateau décrit un cercle, et la valeur de sa vitesse ne change pas. Que dire de son vecteur accélération ?

A. Il est nul, car la valeur de la vitesse est constante.
Faux.
La valeur est constante, mais la direction de $\vec{v}$ tourne : $\Delta\vec{v}$ n'est pas nul.

B. Il est tangent au cercle, dans le sens du mouvement.
Faux.
Une accélération tangente ferait varier la valeur de la vitesse.

C. Il est dirigé vers le centre du cercle.
Juste.
Juste : la vitesse tourne vers l'intérieur, et $\Delta\vec{v}$ pointe vers le centre.

D. Il est dirigé vers l'extérieur du cercle.
Faux.
C'est l'impression ressentie par un objet posé sur le plateau ; le vecteur $\Delta\vec{v}$ pointe pourtant vers l'intérieur.

> **Correction**
> Construis $\Delta\vec{v} = \vec{v}_{i+1} - \vec{v}_{i-1}$ en un point du cercle. Les deux vitesses ont la même valeur, mais des directions différentes. Leur différence pointe vers le centre. L'accélération n'est donc pas nulle : elle est dirigée vers le centre du cercle. Cette section le justifie.

En clair. Sur une trajectoire courbe, les axes fixes (Ox) et (Oy) ne disent pas si le mobile accélère ou s'il tourne. On attache donc au mobile deux vecteurs unitaires. L'un suit la trajectoire ; l'autre pointe vers l'intérieur de la courbe. C'est la **base de Frenet**.

La base de Frenet

Propriété : Coordonnées de l'accélération dans la base de Frenet

Pour un point M en mouvement plan sur une trajectoire courbe, la **base de Frenet** $(M; \vec{u}_T, \vec{u}_N)$ est liée au point mobile : $\vec{u}_T$ est unitaire, tangent à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement ; $\vec{u}_N$ est unitaire, normal à la trajectoire et orienté vers l'intérieur de la courbure. Dans cette base :

$$\vec{v} = v\,\vec{u}_T, \qquad \vec{a} = a_T\,\vec{u}_T + a_N\,\vec{u}_N,$$

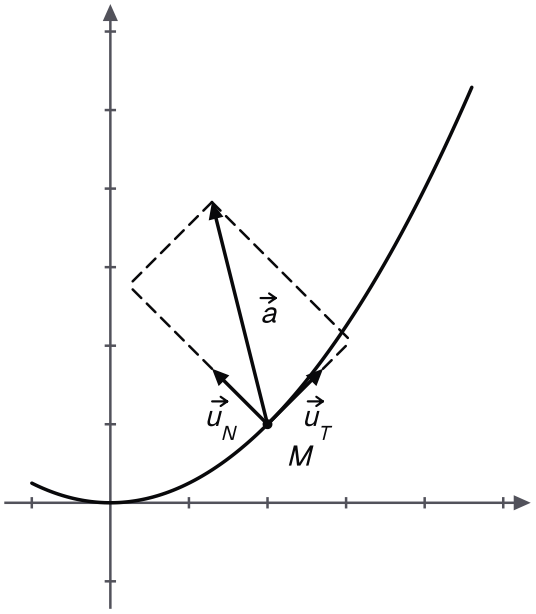
avec

$$a_T = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}, \qquad a_N = \frac{v^2}{\rho},$$

où ρ est le rayon de courbure de la trajectoire en M. La coordonnée normale a_N est positive ou nulle : l'accélération est toujours dirigée vers l'intérieur de la courbure.

Un résultat admis. L'expression de $\vec{a}$ dans la base de Frenet s'établit en dérivant $\vec{v} = v\,\vec{u}_T$, où $\vec{u}_T$ tourne avec le mobile. Cette dérivée d'un vecteur qui tourne dépasse ce chapitre : on admet le résultat.

Retiens son sens. La coordonnée a_T dit comment change la valeur de la vitesse ; a_N dit comment tourne sa direction.



Base de Frenet en un point M d'une trajectoire courbe, et vecteur accélération décomposé selon u_T et u_N.

Exemple : Les deux coordonnées pour un plateau qui démarre

Au démarrage, un point du plateau, à $\rho = 0{,}20\,\mathrm{m}$ de l'axe, a une vitesse $v = 0{,}40\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Cette vitesse augmente de $0{,}60\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ par seconde.

- $a_T = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0{,}60\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.
- $a_N = \dfrac{v^2}{\rho} = \dfrac{0{,}40^2}{0{,}20} = 0{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.
- Les deux coordonnées sont celles d'une base orthonormée : $a = \sqrt{0{,}60^2 + 0{,}80^2} = 1{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Vérifie : Le signe des coordonnées

Un mobile ralentit sur une trajectoire courbe. Quels sont les signes de a_T et de a_N ?

A. $a_T > 0$ et $a_N > 0$

Faux.

$a_T > 0$ voudrait dire que la valeur de la vitesse augmente.

B. $a_T < 0$ et $a_N > 0$

Juste.

Juste : la vitesse diminue, et $a_N = \dfrac{v^2}{\rho}$ est positive sur une courbe.

C. $a_T < 0$ et $a_N < 0$

Faux.

$a_N = \dfrac{v^2}{\rho}$ n'est jamais négative : l'accélération pointe vers l'intérieur.

D. $a_T < 0$ et $a_N = 0$

Faux.
a_N n'est nulle que si la trajectoire est rectiligne.

Correction
La valeur de la vitesse diminue : $a_T = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} < 0$. La trajectoire est courbe et $v \neq 0$: $a_N = \dfrac{v^2}{\rho} > 0$. Le vecteur $\vec{a}$ pointe vers l'intérieur de la courbe, et vers l'arrière du mouvement.

Le mouvement circulaire uniforme

Pourquoi est-ce vrai ? Sur un cercle de rayon R, le rayon de courbure vaut R en tout point. Si la valeur de la vitesse est constante, sa dérivée est nulle. Il ne reste alors que la coordonnée normale de l'accélération.

Propriété : Accélération d'un mouvement circulaire uniforme

Si le point M décrit un cercle de centre C et de rayon R avec une vitesse de valeur v constante, son vecteur accélération est **centripète** : il est dirigé de M vers le centre C et sa valeur est

$$a = \frac{v^2}{R}.$$

Démonstration

Étape 1. La trajectoire est un cercle de centre C et de rayon R : en tout point, le rayon de courbure vaut $\rho = R$, et le vecteur $\vec{u}_N$ de la base de Frenet est dirigé de M vers C.

Étape 2. Le mouvement est uniforme : la valeur v de la vitesse est constante, donc $a_T = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$.

Étape 3. D'après les coordonnées de l'accélération dans la base de Frenet, $\vec{a} = 0 \cdot \vec{u}_T + \dfrac{v^2}{R}\,\vec{u}_N = \dfrac{v^2}{R}\,\vec{u}_N$.

Étape 4. Le vecteur $\vec{a}$ a donc la direction et le sens de $\vec{u}_N$, de M vers C, et sa valeur est $a = \dfrac{v^2}{R}$.

À retenir : Le geste de la preuve de l'accélération centripète

Le geste : écrire l'accélération dans la base de Frenet, puis utiliser les deux hypothèses. « Uniforme » annule a_T. « Circulaire » donne $\rho = R$ et un vecteur $\vec{u}_N$ dirigé vers le centre. Le résultat $a = \dfrac{v^2}{R}$ vient de la coordonnée normale seule.

Vérifie : L'argument de la preuve

Dans la preuve, quel argument annule la coordonnée tangentielle de l'accélération ?

A. La trajectoire est un cercle de rayon R.

Faux.

Le cercle donne $\rho = R$ et la direction de $\vec{u}_N$; il ne dit rien de a_T.

B. La valeur v est constante, donc $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$.

Juste.

Juste : c'est l'étape 2 de la preuve.

C. La deuxième loi de Newton, appliquée au point.

Faux.

La preuve n'emploie aucune force : seulement la base de Frenet.

D. L'accélération est dirigée vers le centre.

Faux.

C'est la conclusion de la preuve, pas un argument.

Correction

L'étape 2 de la preuve utilise l'hypothèse « uniforme » : v est constante, donc $a_T = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$. Les étapes 3 et 4 donnent alors $\vec{a} = \dfrac{v^2}{R}\,\vec{u}_N$, dirigé vers le centre.

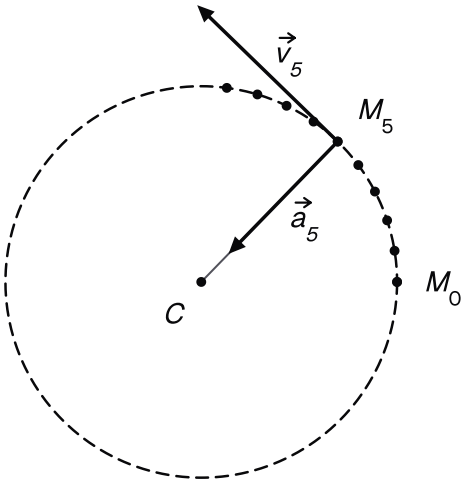
Exemple : Accélération centripète d'un point du plateau

Le plateau tourne maintenant à vitesse constante. Un point situé à $R = 0{,}15\,\mathrm{m}$ de l'axe a une vitesse de valeur $v = 0{,}60\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Son accélération est centripète, de valeur

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{0{,}60^2}{0{,}15} = 2{,}4\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

Le vecteur $\vec{a}$ est dirigé du point vers l'axe du plateau.

Lire et calculer une accélération centripète



Point du plateau vu de dessus, une position toutes les 40 ms : v_5 tangente au cercle, a_5 vers le centre C. Échelles : 1 cm pour 5 cm réels, 0,20 m/s et 1,0 m/s².

Attention : Un mouvement uniforme peut avoir une accélération

✗ « Le point tourne à vitesse constante, donc son accélération est nulle. »

✓ « Uniforme » veut dire que la **valeur** de la vitesse est constante. Sur un cercle, la direction de $\vec{v}$ change sans cesse. Pour un point à $R = 0{,}10\,\mathrm{m}$ de l'axe, à $v = 0{,}30\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, on trouve $a = \dfrac{0{,}30^2}{0{,}10} = 0{,}90\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Seul un mouvement rectiligne uniforme a une accélération nulle.

À toi : L'accélération d'un point du plateau

Un point du plateau est à $9{,}0\,\mathrm{cm}$ de l'axe. Il tourne à vitesse constante, $v = 0{,}48\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Donne la direction, le sens et la valeur de son accélération. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1

Le mouvement est circulaire et uniforme : utilise l'accélération centripète.

Indice 2

Calcule $a = \dfrac{v^2}{R}$.

Indice 3

Point délicat : le rayon doit être en mètres, $R = 0{,}090\,\mathrm{m}$.

Réponse

Le mouvement est circulaire uniforme : $\vec{a}$ est dirigé du point vers le centre du cercle, selon le rayon. Sa valeur est

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{0{,}48^2}{0{,}090}$$
$$\approx 2{,}6\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

Avec le rayon en centimètres, on trouverait $0{,}026$: un résultat cent fois trop petit.

Nature d'un mouvement et produit scalaire

Accéléré, retardé ou uniforme

Devine : Des positions de plus en plus serrées

Sur un enregistrement rectiligne, les distances entre positions successives diminuent : $1{,}8\,\mathrm{cm}$, puis $1{,}5\,\mathrm{cm}$, puis $1{,}2\,\mathrm{cm}$. Comment sont orientés $\vec{v}$ et $\vec{a}$?

A. Dans le même sens.
Faux.
Avec une accélération dans le sens du mouvement, le mobile irait de plus en plus vite.

B. Perpendiculaires l'un à l'autre.
Faux.
Une accélération perpendiculaire ferait tourner la trajectoire ; elle est rectiligne ici.

C. L'accélération est nulle.
Faux.
Une accélération nulle donnerait des distances égales.

D. En sens contraires.
Juste.
Juste : le mobile ralentit, et $\Delta\vec{v}$ est opposé au mouvement.

Correction
Les distances parcourues pendant des durées égales diminuent : la valeur de la vitesse diminue. Le vecteur $\Delta\vec{v}$, donc $\vec{a}$, est opposé à $\vec{v}$. Le mouvement est **retardé**. On traduit ce constat par le signe d'un produit scalaire.

Deux questions. Décrire la nature d'un mouvement, c'est répondre à deux questions.

Quelle est la trajectoire : une droite (mouvement rectiligne), un cercle (circulaire) ou une autre courbe (curviligne) ?

Comment évolue la valeur de la vitesse : elle augmente (accéléré), diminue (retardé) ou reste constante (uniforme) ?

Le signe du produit scalaire

Pourquoi est-ce vrai ? Dans la base de Frenet, $\vec{v}$ est porté par $\vec{u}_T$. Seule la coordonnée a_T de l'accélération suit cette direction. Le produit scalaire $\vec{a} \cdot \vec{v}$ ne garde donc que a_T, multiplié par v. Son signe est celui de $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$.

Propriété : Nature du mouvement et produit scalaire de l'accélération et de la vitesse

Soit un point mobile de vitesse non nulle, de valeur v.

- Si $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$, la valeur de la vitesse augmente : le mouvement est **accéléré**.
- Si $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$, la valeur de la vitesse diminue : le mouvement est **retardé**.
- Si $\vec{a} \cdot \vec{v} = 0$ à chaque instant, la valeur de la vitesse est constante : le mouvement est **uniforme**.

Démonstration

Étape 1. D'après les coordonnées de l'accélération dans la base de Frenet, $\vec{v} = v\,\vec{u}_T$ et $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,\vec{u}_T + a_N\,\vec{u}_N$ (pour une trajectoire rectiligne, $a_N = 0$).

Étape 2. La base de Frenet est orthonormée : $\vec{u}_T \cdot \vec{u}_T = 1$ et $\vec{u}_T \cdot \vec{u}_N = 0$. Par bilinéarité du produit scalaire :

$$\vec{a} \cdot \vec{v} = v\,\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}.$$

Étape 3. Comme $v > 0$, le produit $\vec{a} \cdot \vec{v}$ a le signe de $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$. Une fonction de dérivée strictement positive sur un intervalle y est strictement croissante ; de dérivée strictement négative, strictement décroissante ; de dérivée nulle, constante.

Étape 4. Ainsi $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$ donne une valeur de la vitesse croissante, $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$ une valeur décroissante, et $\vec{a} \cdot \vec{v} = 0$ à chaque instant une valeur constante.

À retenir : Le calcul clé de la preuve du critère

Le calcul clé : $\vec{a} \cdot \vec{v} = v\,\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$, par bilinéarité du produit scalaire dans la base orthonormée de Frenet. Comme $v > 0$, le signe de $\vec{a} \cdot \vec{v}$ est celui de $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$. L'outil de mathématiques employé : le signe de la dérivée donne le sens de variation.

Vérifie : L'hypothèse de la preuve

Pourquoi la preuve exige-t-elle une vitesse non nulle ?

A. Pour que $\vec{a} \cdot \vec{v}$ ait le signe de $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$: il faut $v > 0$.

Juste.

Juste : c'est l'étape 3 de la preuve.

B. Parce que la base de Frenet n'existe que sur un cercle.

Faux.

La base de Frenet existe sur toute trajectoire plane ; le cercle n'est qu'un cas.

C. Parce que le critère n'est vrai que dans un référentiel galiléen.

Faux.

Ce critère relève de la description du mouvement : il ne dépend d'aucune loi de Newton.

D. Parce qu'un mouvement uniforme a une vitesse nulle.

Faux.

Un mouvement uniforme a une vitesse constante, pas nulle.

Correction

L'étape 2 donne $\vec{a} \cdot \vec{v} = v \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$. À l'étape 3, on conclut que ces deux nombres ont le même signe parce que $v > 0$. Si $v = 0$, le produit est nul quelle que soit l'évolution de la vitesse : le critère ne dit plus rien.

Exemple : Le mobile tiré sur le côté est accéléré

En M_5, à $t = 0{,}20\,\mathrm{s}$, le mobile de l'enregistrement courbe a pour vitesse $\vec{v}_5 = 0{,}50\,\vec{i} + 0{,}40\,\vec{j}$, en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Son accélération est $\vec{a} = 2{,}0\,\vec{j}$, en $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Alors

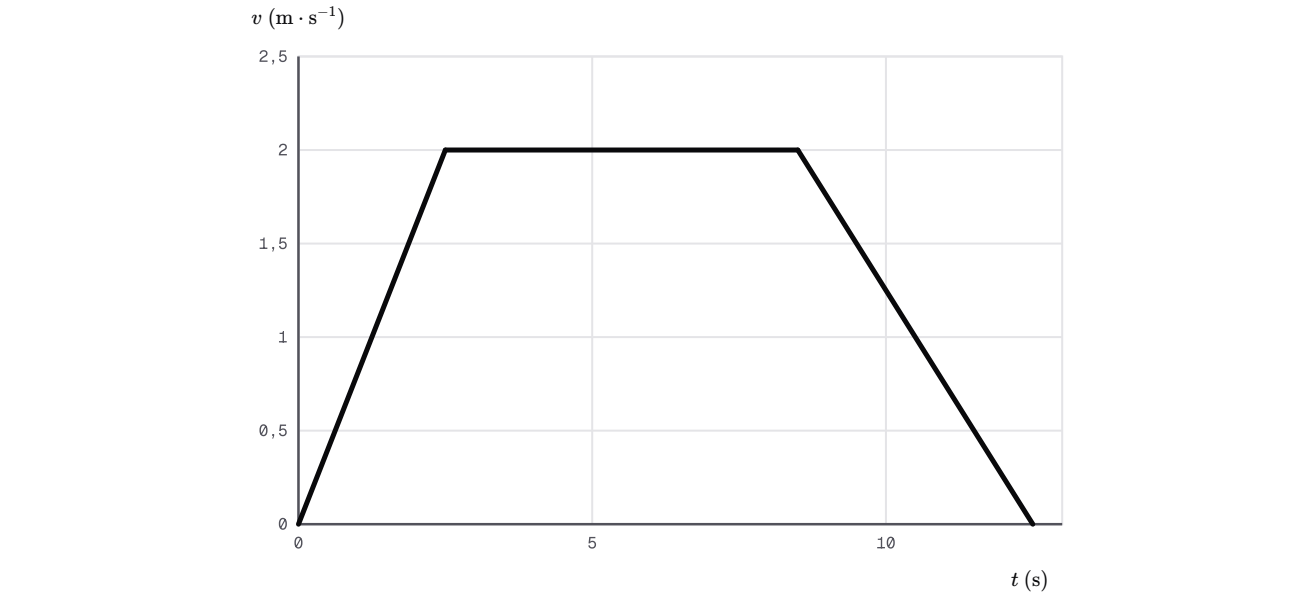
$$\begin{aligned} &\vec{a} \cdot \vec{v}_5 \\ &= 0 \times 0{,}50 + 2{,}0 \times 0{,}40 \\ &= 0{,}80\,\mathrm{m^2 \cdot s^{-3}} \end{aligned}$$

Ce produit est positif : le mouvement est accéléré, comme le montrent les distances croissantes.

Lire la nature sur une courbe v(t)

Méthode : Déterminer la nature d'un mouvement

1. **Trajectoire** : regarde sa forme. Une droite donne un mouvement rectiligne, un cercle un mouvement circulaire, une autre courbe un mouvement curviligne.
2. **Valeur de la vitesse**, sur un enregistrement : des distances égales entre positions successives indiquent un mouvement uniforme ; croissantes, accéléré ; décroissantes, retardé.
3. **Avec les vecteurs** : calcule $\vec{a} \cdot \vec{v}$. Positif : accéléré. Négatif : retardé. Nul à chaque instant : uniforme.
4. **Sur une courbe** $v(t)$: si elle monte, le mouvement est accéléré ; si elle descend, retardé ; si elle est horizontale, uniforme.
5. **Conclus** en nommant les deux caractères : « rectiligne retardé », « circulaire uniforme ».



Vitesse d'une cabine d'ascenseur qui monte : démarrage, montée à vitesse constante, arrêt.

Exemple : Les trois phases de la montée de la cabine

La cabine monte en ligne droite, verticalement.

- De 0 à $2{,}5\,\mathrm{s}$, v augmente : mouvement rectiligne accéléré, $\vec{a}$ dans le sens de $\vec{v}$, vers le haut.
- De $2{,}5\,\mathrm{s}$ à $8{,}5\,\mathrm{s}$, v reste égale à $2{,}0\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$: rectiligne uniforme, $\vec{a} = \vec{0}$.
- De $8{,}5\,\mathrm{s}$ à $12{,}5\,\mathrm{s}$, v diminue : rectiligne retardé, $\vec{a}$ vers le bas, opposé à $\vec{v}$.

Dans les phases 1 et 3, la pente est constante : $\vec{a}$ est constant.

Conclure sur la nature

À toi : Accéléré ou retardé à un instant donné

À un instant, un mobile a pour vitesse $\vec{v} = 3{,}0\,\vec{i} - 4{,}0\,\vec{j}$, en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Son accélération est $\vec{a} = -1{,}0\,\vec{i} + 0{,}50\,\vec{j}$, en $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$. La valeur de sa vitesse augmente-t-elle ou diminue-t-elle à cet instant ? Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1
Calcule le produit scalaire avec les coordonnées : $a_x v_x + a_y v_y$.
Indice 2
Fais les deux produits $a_x v_x$ et $a_y v_y$, avec leurs signes, puis ajoute-les.
Indice 3
Point délicat : la conclusion porte sur la valeur de la vitesse, à cet instant seulement.

Réponse

On calcule les deux produits, en $\mathrm{m^2 \cdot s^{-3}}$: $a_x v_x = (-1{,}0) \times 3{,}0 = -3{,}0$ et $a_y v_y = 0{,}50 \times (-4{,}0) = -2{,}0$. Alors

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{v} &= a_x v_x + a_y v_y \\ &= -3{,}0 + (-2{,}0) \\ &= -5{,}0\,\mathrm{m^2 \cdot s^{-3}} \end{aligned}$$

Le produit est négatif : la valeur de la vitesse diminue, le mouvement est retardé à cet instant. La vitesse vaut alors $v = \sqrt{3{,}0^2 + 4{,}0^2} = 5{,}0\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Et ensuite ? Quand la trajectoire est une droite et que $\vec{a}$ reste constant, le mouvement est **rectiligne uniformément varié**. C'est le cas des phases 1 et 3 de la cabine. Ses équations horaires sont établies au chapitre suivant, avec la chute verticale.

Deuxième loi de Newton et référentiel galiléen

Même force, masses différentes

Devine : Deux mobiles tirés par la même force

Sur la table horizontale, deux mobiles autoporteurs de masses $0{,}60\,\mathrm{kg}$ et $1{,}2\,\mathrm{kg}$ sont tirés par la même force horizontale constante, de valeur $0{,}60\,\mathrm{N}$. Lequel prend la plus grande accélération ?

A. Le mobile de $1{,}2\,\mathrm{kg}$, parce qu'il pèse plus lourd.

Faux.
Le poids est compensé par le coussin d'air : il ne tire pas le mobile horizontalement.

B. Le mobile de $0{,}60\,\mathrm{kg}$, deux fois plus accéléré.

Juste.
Juste : à force égale, l'accélération est inversement proportionnelle à la masse.

C. Aucun : la même force donne la même accélération.

Faux.
La même force agit sur des masses différentes : les accélérations diffèrent.

D. Aucun : une force donne une vitesse constante, pas une accélération.

Faux.
Une force constante non compensée change la vitesse : c'est ce que dit la loi de cette section.

Correction
Dans le référentiel terrestre, supposé galiléen, la deuxième loi de Newton, énoncée plus bas, donne $a = \dfrac{F}{m}$. Pour le mobile léger, $a = \dfrac{0{,}60}{0{,}60} = 1{,}0\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Pour le lourd, $a = \dfrac{0{,}60}{1{,}2} = 0{,}50\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$. La masse s'oppose à la variation de la vitesse : c'est l'**inertie**.

Rappel : le **centre d'inertie** G d'un solide est le point qui a le mouvement le plus simple ; pour un solide homogène, c'est son centre de symétrie.

Le **principe d'inertie** dit ceci : si les forces qui s'exercent sur un solide se compensent, G est au repos ou en mouvement rectiligne uniforme. Ce principe n'est pas vrai dans tous les référentiels.

Le référentiel galiléen

Définition : Référentiel galiléen

Un référentiel est **galiléen** si le principe d'inertie y est vérifié : le centre d'inertie G d'un solide isolé ou pseudo-isolé y est soit au repos, soit en mouvement rectiligne uniforme.

Tout référentiel en translation rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen est lui aussi galiléen. Le référentiel terrestre est considéré comme galiléen pour les mouvements de courte durée étudiés au laboratoire.

Exemple : Trois référentiels, galiléens ou non

- Le référentiel terrestre (la salle, la table) : galiléen pour les expériences de quelques minutes du laboratoire.
- Un train qui roule en ligne droite à vitesse constante : galiléen, car il est en translation rectiligne uniforme par rapport au sol.
- Une voiture qui freine : non galiléen. Une balle posée sur le siège part vers l'avant sans qu'aucune force ne la pousse. Le principe d'inertie n'y est pas vérifié.

Vérifie : Un référentiel qui ne convient pas

Dans lequel de ces référentiels le principe d'inertie n'est-il pas vérifié ?

A. Le quai d'une gare.
Faux.
Le quai est lié au sol : il est galiléen pour une expérience courte.

B. Un train en mouvement rectiligne uniforme.
Faux.
Il est en translation rectiligne uniforme par rapport au sol : il est galiléen.

C. La table d'un laboratoire.
Faux.
C'est le référentiel des enregistrements : on le suppose galiléen.

D. Le plateau tournant, en rotation.
Juste.
Juste : il tourne par rapport au sol, il n'est pas galiléen.

Correction

> Le quai, la table et le train en mouvement rectiligne uniforme sont galiléens pour une expérience courte. Le plateau tournant est en rotation par rapport au sol. Un objet posé sans frottement sur lui glisse vers l'extérieur sans qu'aucune force ne le pousse : le principe d'inertie y est faux.

La deuxième loi de Newton

Une mesure d'abord. Le mobile de l'enregistrement courbe a une masse $m = 0{,}60\,\mathrm{kg}$. Un capteur mesure la force exercée par le fil : $F = 1{,}2\,\mathrm{N}$, vers le haut de la figure. Le poids et l'action du coussin d'air se compensent.

Or on a trouvé $\vec{a}$ vers le haut, de valeur $2{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Le produit $m\,a = 0{,}60 \times 2{,}0 = 1{,}2\,\mathrm{N}$ est égal à F, et les deux vecteurs ont le même sens.

Propriété : Deuxième loi de Newton

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un système de masse m constante est égale au produit de sa masse par le vecteur accélération de son centre d'inertie G :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}_G.$$

Lorsque cette somme reste constante pendant une durée Δt, la loi s'écrit aussi :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\frac{\Delta \vec{v}_G}{\Delta t}.$$

Domaine de validité : référentiel galiléen, système de masse constante, vitesses petites devant la célérité de la lumière dans le vide. **Rôle de la masse** : pour une même somme des forces, l'accélération est d'autant plus petite que la masse est grande ; la masse mesure l'inertie du système.

Exemple : La loi sous ses deux formes pour le mobile tiré

Système : le mobile tiré sur le côté. Référentiel : la table, supposée galiléenne. La somme des forces se réduit à la force du fil.

- Première forme : $F = m\,a = 0{,}60 \times 2{,}0 = 1{,}2\,\mathrm{N}$.
- Seconde forme : entre t_4 et t_6, $\Delta v = 0{,}16\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ en $\Delta t = 0{,}080\,\mathrm{s}$. La force est constante, donc

$$\begin{aligned} F &= m\,\frac{\Delta v}{\Delta t} \\ &= 0{,}60 \times \frac{0{,}16}{0{,}080} \\ &= 1{,}2\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Les deux formes donnent la force mesurée par le capteur.

Une loi, pas un théorème. La deuxième loi de Newton est admise : elle résume des expériences, comme la vérification expérimentale de ce chapitre.

Elle relie une cause, les forces, à un effet, la variation de la vitesse. Les forces ne fixent pas la vitesse elle-même : elles fixent la façon dont elle change.

Rôle de la masse et unité de force

Le newton. La loi donne l'unité de force : $1\,\mathrm{N}$ est la force qui donne à une masse de $1\,\mathrm{kg}$ une accélération de $1\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Donc $1\,\mathrm{N} = 1\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-2}}$, et l'équation aux dimensions d'une force s'écrit

$$[F] = \mathrm{M\cdot L\cdot T^{-2}}.$$

Une relation entre forces doit avoir cette dimension dans chaque membre.

> **Vérifie : Une relation à contrôler**
>
> Un élève écrit, pour une force : $F = m\,v$. Que dit l'équation aux dimensions ?
>
> **A.** La relation est homogène : on peut la garder.
> **Faux.**
> $m\,v$ a pour dimension $\mathrm{M\cdot L\cdot T^{-1}}$: il manque un $\mathrm{T^{-1}}$.
>
> **B.** Elle est fausse : $m\,v$ n'a pas la dimension d'une force.
> **Juste.**
> Juste : $[m\,v] = \mathrm{M\cdot L\cdot T^{-1}}$, différent de $\mathrm{M\cdot L\cdot T^{-2}}$.
>
> **C.** On ne peut rien dire sans valeurs numériques.
> **Faux.**
> L'équation aux dimensions se vérifie sans aucune valeur.
>
> **Correction**
> On a $[m\,v] = \mathrm{M\cdot L\cdot T^{-1}}$, alors que $[F] = \mathrm{M\cdot L\cdot T^{-2}}$. La relation n'est pas homogène : elle est fausse. Une force est liée à la variation de la vitesse par seconde, $m\,\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$, et non à la vitesse.

> **Exemple : Doubler la masse divise l'accélération par deux**
>
> Reprends les deux mobiles tirés par $0{,}60\,\mathrm{N}$. Le mobile de $0{,}60\,\mathrm{kg}$ gagne $1{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ par seconde, celui de $1{,}2\,\mathrm{kg}$ seulement $0{,}50\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Doubler la masse divise l'accélération par deux. La masse mesure l'inertie du système : sa résistance au changement de vitesse.

Forces extérieures et sens de la somme

> **Attention : Forces extérieures, centre d'inertie, référentiel galiléen**
>
> ✗ « Pour la cabine et ses passagers, j'ajoute la force des pieds d'un passager sur le plancher. »

✓ La somme ne porte que sur les forces **extérieures** au système : une force entre deux parties du système n'y figure pas. L'accélération est celle du **centre d'inertie**, mesurée dans un référentiel **galiléen**. Une vitesse lue dans une voiture qui freine ne convient pas.

Attention : La somme des forces suit l'accélération

✗ « La voiture avance, donc la somme des forces est dirigée vers l'avant. »

✓ D'après la deuxième loi, $\sum \vec{F}_{\text{ext}}$ a la direction et le sens de $\vec{a}_G$, pas ceux de $\vec{v}_G$. Une voiture qui freine avance, mais $\vec{a}_G$ et la somme des forces sont vers l'arrière. Aucune force « motrice » n'est nécessaire pour continuer d'avancer : il en faut une pour changer la vitesse.

À toi : L'accélération d'une valise à roulettes

Une valise à roulettes, de masse $m = 2{,}5\,\text{kg}$, roule sur un sol horizontal. La somme des forces extérieures est horizontale, dans le sens du mouvement, constante, de valeur $4{,}0\,\text{N}$. Calcule son accélération, puis la variation de la valeur de sa vitesse en $3{,}0\,\text{s}$. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1

Écris la deuxième loi sur l'axe du mouvement : $a_G = \dfrac{\sum F}{m}$.

Indice 2

Utilise ensuite la seconde forme de la loi : $\Delta v = a_G\,\Delta t$.

Indice 3

Point délicat : la seconde forme exige une somme des forces constante pendant Δt ; c'est le cas ici.

Réponse

Système : la valise. Référentiel : terrestre, supposé galiléen. Sur l'axe du mouvement :

$$a_G = \frac{4{,}0}{2{,}5} = 1{,}6\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}.$$

La somme des forces est constante, donc $\Delta v = a_G\,\Delta t = 1{,}6 \times 3{,}0 = 4{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. La vitesse augmente de $4{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ en $3{,}0\,\text{s}$.

Appliquer la deuxième loi de Newton

Une méthode en cinq temps

Devine : Une caisse tirée à vitesse constante

Une caisse glisse sur un sol horizontal, tirée par une corde horizontale. Elle avance en ligne droite, à vitesse constante. Compare la tension T de la corde et la force de frottement f du sol.

A. $T > f$, sinon la caisse s'arrêterait.

Faux.

Pour garder sa vitesse, la caisse n'a besoin d'aucune force non compensée.

B. $T < f$, car la caisse frotte sur le sol.

Faux.

La somme des forces serait vers l'arrière : la caisse ralentirait.

C. $T = f$, les deux forces se compensent.

Juste.

Juste : $\vec{a}_G = \vec{0}$, donc la somme des forces est nulle.

Correction

Le mouvement est rectiligne uniforme : $\vec{a}_G = \vec{0}$. D'après la deuxième loi, la somme des forces est nulle. Sur l'axe horizontal, $T - f = 0$, donc $T = f$. Le poids et la réaction normale du sol se compensent sur l'axe vertical.

Méthode : Système, référentiel, bilan, loi, projection

1. **Système** : nomme le corps étudié et son centre d'inertie G.
2. **Référentiel** : choisis-le, et précise qu'il est supposé galiléen (en général, le référentiel terrestre).
3. **Bilan des forces** : liste chaque force extérieure, puis dessine-la, appliquée en G si le solide est en translation.
4. **Loi** : écris $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}_G$.
5. **Projection** : choisis des axes nommés, l'un dans le sens du mouvement. Projette la relation, puis isole la grandeur cherchée. Termine par l'application numérique, avec unités et ordre de grandeur.

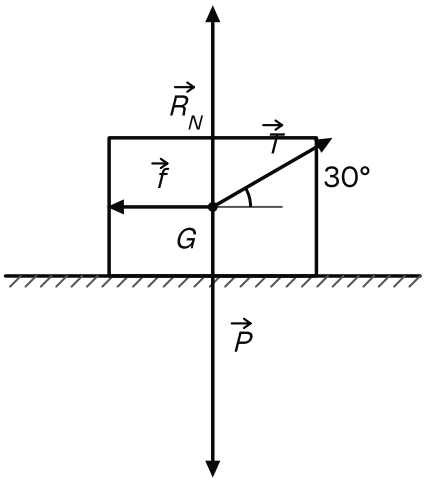
Rappel : trois forces usuelles reviennent dans les bilans de ce chapitre :

- le **poids** $\vec{P}$, vertical, vers le bas, de valeur $P = m\,g$, avec $g = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$;
- la **réaction** d'un support, décomposée en une composante normale $\vec{R}_N$, perpendiculaire au support, et une force de frottement $\vec{f}$, parallèle au support et opposée au glissement ;
- la **tension** $\vec{T}$ d'un fil ou d'un câble tendu, dirigée selon le fil, du corps vers le fil.

Une caisse tirée sur un sol horizontal

Une caisse de masse $m = 40\,\mathrm{kg}$ est tirée sur un sol horizontal par une corde. La corde fait un angle de 30° avec l'horizontale, et sa tension vaut $T = 200\,\mathrm{N}$. On mesure l'accélération de la caisse : $a_G = 0{,}50\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. On cherche la force de frottement f et la composante normale R_N de la réaction du

sol.



Bilan des forces sur la caisse : poids P, réaction normale R_N, frottement f et tension T, appliqués en G. Longueurs proportionnelles aux valeurs.

Exemple : Frottement et réaction normale de la caisse

Système : la caisse. **Référentiel** : terrestre, supposé galiléen. **Forces** : $\vec{P}$, $\vec{R}_N$, $\vec{f}$ et $\vec{T}$. **Loi** : $\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} + \vec{T} = m\,\vec{a}_G$.

On projette sur l'axe horizontal (Ox), dans le sens du mouvement :

$$T\cos 30^\circ - f = m\,a_G$$

puis sur l'axe vertical (Oy), vers le haut :

$$R_N + T\sin 30^\circ - m\,g = 0$$

On isole chaque force :

$$\begin{aligned} f &= T\cos 30^\circ - m\,a_G \\ &= 173 - 20 \\ &\approx 1{,}5 \times 10^{2}\ \text{N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_N &= m\,g - T\sin 30^\circ \\ &= 392 - 100 \\ &\approx 2{,}9 \times 10^{2}\ \text{N} \end{aligned}$$

La réaction normale est plus petite que le poids : la corde soulève un peu la caisse.

Vérifie : Le signe d'une projection

Sur l'axe (Ox), horizontal et orienté dans le sens du mouvement, que vaut la coordonnée de la force de frottement $\vec{f}$?

A. $-f$

Juste.
Juste : $\vec{f}$ est opposée au mouvement, donc au sens de (Ox).

B. f

Faux.
La valeur f est positive ; la coordonnée prend le signe du sens de la force sur l'axe.

C. 0

Faux.
Seules les forces perpendiculaires à (Ox) ont une coordonnée nulle : $\vec{P}$ et $\vec{R}_N$.

D. $-f\cos 30^\circ$

Faux.
L'angle de 30° est celui de la corde ; le frottement est horizontal.

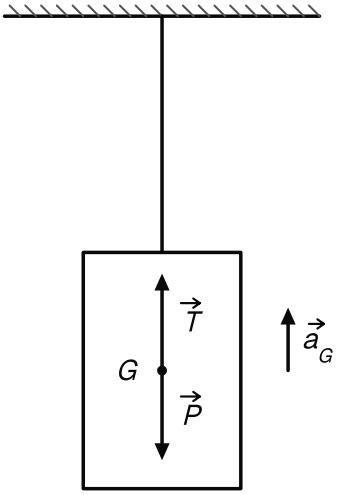
Correction
La force de frottement est horizontale et opposée au mouvement. Sa coordonnée sur (Ox) est donc $-f$, où $f > 0$ est sa valeur. Seule la tension, oblique, a deux coordonnées non nulles : $T\cos 30^\circ$ et $T\sin 30^\circ$.

La tension du câble d'un ascenseur

Reprends la cabine d'ascenseur et sa courbe $v(t)$, vue avec la nature des mouvements. La cabine et ses passagers ont une masse $m = 465\,\text{kg}$. Elle est suspendue à un câble vertical, de tension T ; on néglige les frottements. On cherche T dans chacune des trois phases de la montée.

Méthode : Lire une accélération sur une courbe v(t)

1. **Repère** la phase étudiée sur la courbe $v_G(t)$, et son allure.
2. **Lis l'accélération** : sur une portion rectiligne, $a_G = \dfrac{\Delta v_G}{\Delta t}$, avec deux points éloignés de la droite. Sur une portion courbe, c'est la pente de la tangente à l'instant voulu.
3. **Applique la deuxième loi** sur l'axe du mouvement : elle donne la somme des forces, puis la force inconnue.
4. **Écris le résultat** avec son unité, et des chiffres significatifs cohérents avec la lecture graphique.



Forces sur la cabine pendant le démarrage : tension T du câble, vers le haut, un peu plus grande que le poids P. L'accélération a_G est vers le haut.

Exemple : Tension du câble au démarrage et à vitesse constante

Système : la cabine et ses passagers. Référentiel : terrestre, supposé galiléen. Forces : $\vec{P}$ et $\vec{T}$. Sur un axe vertical orienté vers le haut : $T - m\,g = m\,a_G$, donc $T = m\,(g + a_G)$.

- **Démarrage** : la courbe monte de 0 à $2{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ en $2{,}5\,\mathrm{s}$, d'où $a_G = 0{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Alors $T = 465 \times 10{,}60 \approx 4{,}9 \times 10^{3}\,\mathrm{N}$.
- **Vitesse constante** : $a_G = 0$, donc $T = m\,g = 465 \times 9{,}80 \approx 4{,}56 \times 10^{3}\,\mathrm{N}$.

À toi : La tension pendant l'arrêt

Pendant l'arrêt, de $8{,}5\,\mathrm{s}$ à $12{,}5\,\mathrm{s}$, la vitesse de la cabine passe de $2{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ à 0. Calcule son accélération, puis la tension T du câble. Compare T au poids. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1

Lis la pente de la troisième portion : $a_G = \dfrac{\Delta v_G}{\Delta t}$.

Indice 2

Garde la relation $T = m\,(g + a_G)$, établie sur l'axe vertical orienté vers le haut.

Indice 3

Point délicat : la vitesse diminue alors que la cabine monte ; a_G est négative sur cet axe.

Réponse

On lit $a_G = \dfrac{0 - 2{,}0}{12{,}5 - 8{,}5} = -0{,}50\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Alors

$$
\begin{aligned}
T &= m\,(g + a_G) \\
&= 465 \times 9{,}30 \\
&\approx 4{,}3 \times 10^{3}\ \mathrm{N}
\end{aligned}
$$

La tension est plus petite que le poids, $4{,}56 \times 10^{3}\ \mathrm{N}$. La somme des forces est vers le bas, comme l'accélération, alors que la cabine monte encore.

Une voiture qui freine

Exemple : La force qui arrête une voiture

Une voiture de masse $m = 1{,}2\,\mathrm{t}$ roule à $72\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$ sur une route horizontale et rectiligne. Elle freine et s'arrête en $4{,}0\,\mathrm{s}$; on suppose la somme des forces constante. On convertit :

$$
\begin{aligned}
v_0 &= \frac{72\,000\,\mathrm{m}}{3\,600\,\mathrm{s}} \\
&= 20\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}
\end{aligned}
$$

et $m = 1{,}2 \times 10^{3}\,\mathrm{kg}$. Sur l'axe du mouvement :

$$
\begin{aligned}
a_G &= \frac{0 - 20}{4{,}0} \\
&= -5{,}0\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}
\end{aligned}
$$

La somme des forces vaut $m\,a_G = -6{,}0 \times 10^{3}\ \mathrm{N}$: $6{,}0\,\mathrm{kN}$, vers l'arrière.

Trouve l'erreur : Une phrase sur le freinage

Pendant le freinage, une élève écrit : « La voiture avance, donc une force la pousse vers l'avant. » Où est l'erreur ?

A. Il n'y a pas d'erreur : le moteur pousse toujours la voiture.

Faux.

Pendant le freinage, la somme des forces est vers l'arrière, de valeur $6{,}0\,\mathrm{kN}$.

B. Elle relie la force à la vitesse, au lieu de l'accélération.

Juste.

Juste : la somme des forces a le sens de $\vec{a}_G$, ici vers l'arrière.

C. Elle oublie le poids, qui pousse la voiture vers l'avant.

Faux.

Sur une route horizontale, le poids est vertical : il ne pousse pas vers l'avant.

Correction

D'après la deuxième loi, $\sum \vec{F}_{\mathrm{ext}} = m\,\vec{a}_G$: la somme des forces a le sens de l'accélération, vers l'arrière ici. La voiture continue d'avancer parce qu'elle a déjà une vitesse. Aucune force vers l'avant n'est nécessaire pour cela.

Ce que la loi ne donne pas encore ici. On a calculé des accélérations et des forces, sans chercher la position du mobile au cours du temps. Les équations horaires et la distance de freinage s'obtiennent au chapitre suivant, à partir de cette même loi.

Vérifier expérimentalement la deuxième loi

Le montage et le protocole

Devine : Doubler la force

Un mobile autoporteur est tiré sur la table horizontale par une force constante $\vec{F}$. On double la valeur de F, sans changer la masse. Que devient son accélération ?

A. Elle double.

Juste.

Juste : si la loi est vraie, $a = \dfrac{F}{m}$ est proportionnelle à F.

B. Elle ne change pas.

Faux.

La masse est la même, mais la cause du changement de vitesse est deux fois plus grande.

C. Elle est multipliée par quatre.

Faux.

Ce serait le cas si a dépendait de F^2 ; la loi est linéaire en F.

D. Elle est divisée par deux.

Faux.

C'est l'effet d'une masse doublée, pas d'une force doublée.

Correction

Si la deuxième loi est vraie, $a = \dfrac{F}{m}$: à masse égale, l'accélération est proportionnelle à la force. Doubler F double a. Le travail pratique de cette section met cette prévision à l'épreuve de la mesure.

Méthode **: Montage, protocole, exploitation du travail pratique**

Montage. Un mobile autoporteur de masse $m = 0{,}520\,\mathrm{kg}$ est posé sur une table horizontale. Un fil horizontal le relie, par une poulie, à une petite masse qui tombe. Un capteur fixé sur le mobile mesure la force du fil : $F = 0{,}260\,\mathrm{N}$, constante.

Protocole. On règle l'horizontalité de la table avec un niveau. On lâche le mobile, puis on déclenche l'enregistrement, avec $\tau = 50\,\mathrm{ms}$: à $t = 0$, il a déjà une petite vitesse.

On calcule la vitesse une position sur deux, aux instants $2\tau = 0{,}10\,\mathrm{s}$, $4\tau = 0{,}20\,\mathrm{s}$, et ainsi de suite jusqu'à $16\tau = 0{,}80\,\mathrm{s}$, par la méthode des vitesses instantanées.

Exploitation. On place les points $v(t)$ et on les modélise par une droite. On lit sa pente a, puis on compare $m\,a$ à F.

Vérifie : Le réglage de la table

Pourquoi règle-t-on la table horizontale avant l'enregistrement ?

A. Pour que la vitesse du mobile reste constante pendant tout l'enregistrement.
Faux.
La vitesse doit augmenter ici : le fil tire le mobile.

B. Pour que le fil reste tendu et horizontal pendant toute la mesure.
Faux.
Le fil reste tendu par la masse qui tombe, quel que soit le réglage de la table : ce n'est pas la raison de ce réglage.

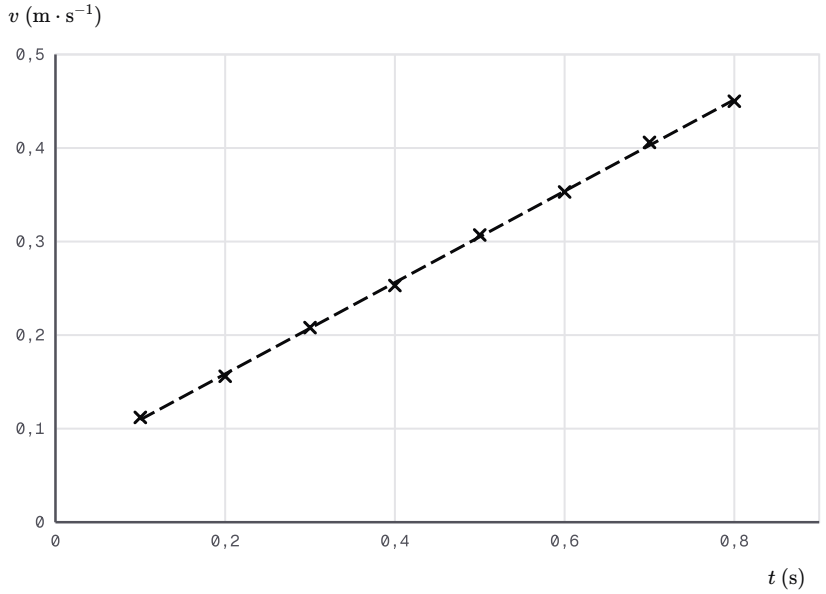
C. Pour que le poids et l'action du coussin d'air se compensent.
Juste.
Juste : sur une table inclinée, une partie du poids tirerait aussi le mobile.

Correction
Sur une table horizontale, le poids du mobile est vertical, et l'action du coussin d'air le compense. La somme des forces se réduit alors à la force du fil, mesurée par le capteur. C'est cette force que l'on compare à $m\,a$.

Les mesures et leur modélisation

Les vitesses calculées sur l'enregistrement sont les suivantes :

- $t = 0{,}10\,\mathrm{s} : v = 0{,}112\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$
- $t = 0{,}20\,\mathrm{s} : v = 0{,}156\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$
- $t = 0{,}30\,\mathrm{s} : v = 0{,}208\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$
- $t = 0{,}40\,\mathrm{s} : v = 0{,}253\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$
- $t = 0{,}50\,\mathrm{s} : v = 0{,}307\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$
- $t = 0{,}60\,\mathrm{s} : v = 0{,}353\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$
- $t = 0{,}70\,\mathrm{s} : v = 0{,}406\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$
- $t = 0{,}80\,\mathrm{s} : v = 0{,}450\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$



× (libellé indisponible) – – – (libellé indisponible)

Vitesses mesurées toutes les 0,10 s au travail pratique et droite de modélisation : v(t) est une fonction affine du temps.

Droite de modélisation calculée par moindres carrés sur 8 points : y = a x + b, avec a ≈ 0,4887 et b ≈ 0,06071.

Exploiter les mesures

Exemple : Pente, produit m a et écart relatif

Les points sont alignés : $v(t)$ est affine, l'accélération est constante. La droite de modélisation a pour pente $a \approx 0{,}489\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Alors

$$\begin{aligned} m\,a &\approx 0{,}520 \times 0{,}489 \\ &\approx 0{,}254\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

L'écart relatif avec la force mesurée vaut

$$\begin{aligned} &\frac{F - m\,a}{F} \\ &\approx \frac{0{,}260 - 0{,}254}{0{,}260} \\ &\approx 0{,}02 \end{aligned}$$

La différence, $0{,}006\,\mathrm{N}$, n'a qu'un chiffre significatif : l'écart relatif vaut environ $2\,\%$.

Vérifie : Ce que montre une droite

Pourquoi l'alignement des points $v(t)$ montre-t-il que la somme des forces est constante ?

A. Parce que la droite passe par l'origine du repère.

Faux.

Elle ne passe pas par l'origine : le mobile avait déjà une vitesse à $t = 0$.

B. Parce que la vitesse du mobile reste constante pendant la mesure.

Faux.

La vitesse augmente ; c'est sa variation par seconde qui est constante.

C. Parce que la somme des forces est nulle sur une table horizontale.

Faux.

Elle vaut F ici : le poids et l'action du coussin se compensent, pas la force du fil.

D. Parce qu'une pente constante donne une accélération constante.

Juste.

Juste : par la deuxième loi, une accélération constante va avec une somme des forces constante.

Correction

Sur une droite, $\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ a la même valeur partout : l'accélération est constante. La deuxième loi donne alors une somme des forces constante, égale à $m\,a$. C'est cohérent avec le capteur, qui indique une force constante.

Sources d'écart. La table n'est jamais parfaitement horizontale. Il reste de petits frottements, sur la table et dans la poulie.

Chaque vitesse vient de deux positions repérées à la règle, au demi-millimètre près. Le capteur a sa propre précision. Un écart de quelques pour cent est donc attendu ; un écart de 30 % signalerait une erreur de montage ou de calcul.

Une seconde mesure, avec une force plus grande

À toi : Écart relatif de la seconde mesure

On recommence avec une masse qui tombe plus lourde. Le capteur indique $F = 0{,}390\,\mathrm{N}$, et la droite de modélisation a pour pente $a \approx 0{,}73\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Calcule $m\,a$, puis l'écart relatif avec F. La loi est-elle vérifiée ? Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1

Garde la masse du mobile : $m = 0{,}520\,\mathrm{kg}$.

Indice 2

L'écart relatif vaut $\dfrac{F - m\,a}{F}$.

Indice 3

Point délicat : un écart relatif n'a pas d'unité ; exprime-le en pour cent.

Réponse

On calcule $m\,a \approx 0{,}520 \times 0{,}73 \approx 0{,}38\,\mathrm{N}$. L'écart relatif vaut

$$\begin{aligned}&\frac{F - m\,a}{F}\\ &\approx \frac{0{,}390 - 0{,}3796}{0{,}390}\\ &\approx 0{,}03\end{aligned}$$

La différence, environ $0{,}01\,\mathrm{N}$, n'a qu'un chiffre significatif : l'écart relatif vaut environ $3\,\%$. Il reste du même ordre que les sources d'écart : la loi est vérifiée à la précision des mesures. De plus, F a été multipliée par $1{,}5$, et a aussi, à peu près.

À retenir : La loi vérifiée à la précision des mesures

Une expérience ne prouve pas une loi au sens mathématique : elle la met à l'épreuve.

Ici, l'accélération est constante quand la force l'est. Elle est proportionnelle à la force, et $m\,a$ rejoint F à quelques pour cent près. La deuxième loi de Newton est vérifiée, dans les limites de précision du montage.

Troisième loi de Newton

Deux patineurs qui se repoussent

Devine : Qui pousse le plus fort ?

Sur une patinoire, deux patineurs immobiles se font face : Amine, $60\,\mathrm{kg}$, et Sara, $45\,\mathrm{kg}$. Sara pousse Amine avec les mains, et les deux reculent. Laquelle des deux forces est la plus grande : celle de Sara sur Amine, ou celle d'Amine sur Sara ?

A. Celle de Sara sur Amine, car c'est elle qui pousse.
Faux.
Amine ne pousse pas exprès, mais il agit sur Sara par le contact des mains.

B. Celle d'Amine sur Sara, car il est plus lourd.
Faux.
La masse ne change pas les forces d'une interaction : elle change les accélérations.

C. Les deux forces ont la même valeur.
Juste.
Juste : ce sont les deux forces d'une même interaction.

Correction
Les deux mains sont en contact : Sara agit sur Amine, et Amine agit sur Sara, au même instant. Les deux forces ont la même valeur et des sens opposés. Amine recule moins vite parce que sa masse est plus grande, pas parce qu'il reçoit une force plus petite.

En clair. Une force décrit toujours une **interaction** entre deux corps : un corps l'exerce, un autre la subit.

L'interaction peut être de contact (les mains, un support, un fil) ou à distance (l'attraction de la Terre). La loi qui suit, admise comme la deuxième, relie les deux forces d'une même interaction.

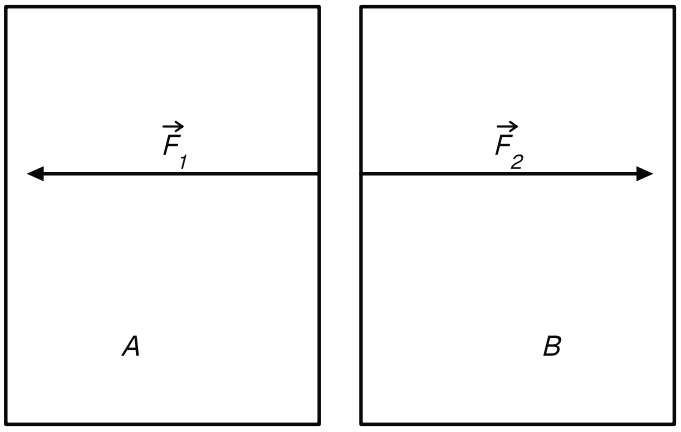
Le principe des actions réciproques

Propriété : Troisième loi de Newton

Lorsqu'un corps A exerce sur un corps B une force $\vec{F}_{A/B}$, le corps B exerce simultanément sur A une force $\vec{F}_{B/A}$ telle que :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}.$$

Ces deux forces ont la même droite d'action, des sens opposés et la même valeur, que les corps soient au repos ou en mouvement, en contact ou à distance.



Interaction entre Amine (A) et Sara (B) : F_1, exercée par Sara sur Amine, et F_2, exercée par Amine sur Sara.

Exemple : Les accélérations des deux patineurs

La force de contact vaut $90\,\mathrm{N}$ pendant la poussée ; on néglige les frottements de la glace. On applique la deuxième loi à chaque patineur, dans le référentiel de la patinoire, supposé galiléen. Sur l'horizontale, seule agit la force de l'autre patineur :

- Amine : $a_A = \dfrac{90}{60} = 1{,}5\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$;
- Sara : $a_B = \dfrac{90}{45} = 2{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Mêmes forces, accélérations différentes : la patineuse la plus légère part le plus vite.

Reconnaître deux forces réciproques

Méthode : Identifier deux forces réciproques

1. **Nomme l'interaction** et les deux corps qui y participent, A et B.
2. **Écris les deux forces** : $\vec{F}_{A/B}$, exercée par A et appliquée à B ; $\vec{F}_{B/A}$, exercée par B et appliquée à A.
3. **Applique la troisième loi** : même droite d'action, même valeur, sens opposés.
4. **Fais le tri** : dans le bilan des forces d'un système, garde seulement la force qui s'exerce sur ce système.

Vérifie : La force réciproque d'une tension

Une lampe est suspendue à un fil. Quelle est la force réciproque de la force $\vec{T}$ exercée par le fil sur la lampe ?

A. Le poids $\vec{P}$ de la lampe.
Faux.
$\vec{P}$ compense $\vec{T}$, mais il vient de l'interaction entre la Terre et la lampe.

B. La force exercée par le plafond sur le fil.
Faux.
Elle appartient à l'interaction entre le plafond et le fil.

C. La force exercée par la lampe sur le fil.
Juste.
Juste : même interaction, corps échangés.

D. La force exercée par la lampe sur la Terre.
Faux.
C'est la force réciproque du poids, pas celle de la tension.

Correction
L'interaction est celle du fil et de la lampe. La force réciproque de $\vec{T} = \vec{F}_{\text{fil/lampe}}$ est $\vec{F}_{\text{lampe/fil}}$, appliquée au fil, vers le bas. Le poids compense $\vec{T}$ parce que la lampe est au repos : c'est la deuxième loi, pas la troisième.

Attention : Deux forces réciproques ne se compensent jamais

X « Le poids du livre et la réaction de la table sont réciproques : c'est pour cela qu'ils se compensent. »

✓ Deux forces réciproques s'exercent sur deux corps **différents** : elles n'entrent jamais dans le même bilan.

Le poids et la réaction s'exercent tous deux sur le livre. Ils se compensent parce que le livre est au repos, d'après la deuxième loi. La force réciproque du poids est l'attraction du livre sur la Terre.

Bilan des gestes du chapitre

À toi : Le sac et la Terre

Un sac de masse $3{,}0\,\text{kg}$ est posé sur le sol. Nomme la force réciproque de son poids. Donne son point d'application, sa direction, son sens et sa valeur. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1
Le poids est la force exercée par la Terre sur le sac.
Indice 2
Échange les deux corps de l'interaction, puis calcule $P = m\,g$.
Indice 3
Point délicat : la réaction du sol n'est pas la réponse ; elle appartient à une autre interaction.

Réponse
Le poids est $\vec{F}_{\text{Terre/sac}}$. Sa force réciproque est $\vec{F}_{\text{sac/Terre}}$: appliquée au centre de la Terre, verticale, vers le haut, vers le sac. Sa valeur est celle du poids :

$$P = m\,g = 3{,}0 \times 9{,}80 \approx 29\,\text{N}$$

Le sac attire donc la Terre avec une force d'environ $29\,\text{N}$.

Ce qu'il faut savoir faire. Pour décrire un mouvement :

- choisir un référentiel, puis écrire les coordonnées de $\overrightarrow{OM}$, de $\vec{v}$ et de $\vec{a}$ en dérivant les équations horaires ;
- exploiter un enregistrement : vitesses instantanées, construction de $\vec{a}$, nature du mouvement ;
- utiliser la base de Frenet, surtout pour le mouvement circulaire uniforme.

Pour relier le mouvement aux forces :

- appliquer la deuxième loi : système, référentiel galiléen, bilan, projection, application numérique ;
- distinguer deux forces réciproques de deux forces qui se compensent.

Le mot du prof. Tu sais maintenant relier les forces au changement de vitesse. Les chapitres suivants appliquent cette loi à la chute, aux mouvements plans et aux satellites.

SOURCES

Référentiel BURHAN du chapitre « Lois de Newton » (2bac · pc · physique-chimie)