BURHAN

Résumé : Dipôle RL

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/dipole-rl/resume

Chapitre	Semestre
Dipôle RL	Semestre 1

Bobine et tension à ses bornes

À retenir : Ce qui distingue une bobine d'un conducteur ohmique

Traversée par un courant constant, une bobine se comporte comme un simple fil résistant. Sa particularité n'apparaît que lorsque l'intensité change : un terme proportionnel à la vitesse de variation de i s'ajoute alors à sa tension.

Définition : Bobine, inductance et résistance interne

Une **bobine** est un enroulement de fil conducteur, souvent autour d'un noyau de fer. Elle est caractérisée par deux grandeurs :

- son **inductance** L, qui s'exprime en henry (H) ;
- sa **résistance interne** r, celle du fil, en ohm (Ω).

On la note (L, r). Une bobine dont la résistance est négligeable ($r = 0$) est dite **idéale**.

Propriété : Tension aux bornes d'une bobine

En **convention récepteur**, la tension u_L aux bornes d'une bobine (L, r) traversée par un courant d'intensité i est :

$$u_L = r\,i + L\,\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}.$$

- En **régime permanent**, l'intensité est constante : $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0$ et $u_L = r\,i$. La bobine se comporte alors comme un conducteur ohmique de résistance r.
- Pour une bobine **idéale**, $u_L = L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$.

Exemple

Données. Une bobine d'inductance $L = 0{,}25\,\mathrm{H}$ et de résistance $r = 8{,}0\,\Omega$ est parcourue par $i = 0{,}30\,\mathrm{A}$, qui croît de $20\,\mathrm{A\cdot s^{-1}}$.

Tension. $u_L = 8{,}0 \times 0{,}30 + 0{,}25 \times 20 = 7{,}4\,\mathrm{V}$.

Régime permanent. Si l'intensité reste fixée à $0{,}30\,\text{A}$, seul le terme résistif subsiste : $u_L = 8{,}0 \times 0{,}30 = 2{,}4\,\text{V}$.

Méthode : Mesurer une inductance avec une tension triangulaire

1. **Montage** : générateur basses fréquences en mode triangulaire, conducteur ohmique R et bobine en série ; masse entre R et la bobine, u_R sur Y_1, u_L sur Y_2 avec cette voie inversée.
2. **Pente** : sur une montée de u_R, calcule $\dfrac{\Delta u_R}{\Delta t}$, puis divise par R : c'est $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$.
3. **Palier** : pendant cette montée, u_L reste constante si r est négligeable.
4. **Quotient** : L est le rapport de ce palier à $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$.

Exemple

Pente. u_R monte de $2{,}0\,\text{V}$ en $1{,}0\,\text{ms}$ avec $R = 500\,\Omega$: $\dfrac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t} = 2{,}0 \times 10^{3}\,\text{V}\cdot\text{s}^{-1}$, donc $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \dfrac{2{,}0 \times 10^{3}}{500} = 4{,}0\,\text{A}\cdot\text{s}^{-1}$.

Inductance. Pendant cette montée, $u_L = 0{,}36\,\text{V}$, d'où $L = \dfrac{0{,}36}{4{,}0} = 9{,}0 \times 10^{-2}\,\text{H}$, soit $90\,\text{mH}$.

Attention : Une bobine en régime permanent conduit le courant

Quand i ne varie plus, le terme $L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ disparaît, mais le courant passe toujours. Il ne reste que la résistance r du fil, et l'intensité finale vaut $\dfrac{E}{R+r}$, jamais zéro.

Continuité de l'intensité et diode de roue libre

Propriété : Continuité de l'intensité du courant dans une bobine

L'intensité i du courant qui traverse une bobine est une **fonction continue du temps** : elle ne peut pas varier brusquement, même lorsque la tension appliquée au circuit varie brusquement. En revanche, la tension u_L aux bornes de la bobine peut subir une discontinuité.

Une bobine **s'oppose aux variations** de l'intensité du courant qui la traverse : elle retarde l'établissement du courant et sa rupture.

Attention : Ce qui est continu : l'intensité, pas la tension

À la fermeture, i part de 0 sans saut, alors que u_L bondit aussitôt jusqu'à E. À l'ouverture, i repart de la valeur qu'il avait juste avant, tandis que u_L change de signe. La condition initiale s'écrit donc sur i, pas sur u_L.

À retenir : Rôle de la diode de roue libre

On la monte en parallèle sur l'ensemble du conducteur ohmique et de la bobine. Pendant l'établissement, elle est bloquée et ne modifie rien. À l'ouverture, elle devient passante : le courant de la bobine se referme à travers elle. Supposée idéale, elle a une tension nulle quand elle conduit.

Attention : Couper le courant d'une bobine sans chemin de retour

Sans diode, ouvrir l'interrupteur imposerait à i une chute presque instantanée. Le terme $L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ deviendrait énorme : surtension, étincelle entre les contacts, composants abîmés.

Établissement du courant dans un dipôle RL

Remarque : Le vocabulaire de l'échelon de tension

Rappel : un échelon fait passer brusquement la tension appliquée d'une valeur constante à une autre. Le régime transitoire précède alors le régime permanent. Ces mots gardent ici le même sens.

Définition : Dipôle RL et échelon de tension

Un **dipôle RL** est l'association en série d'un conducteur ohmique de résistance R et d'une bobine (L, r). Sa résistance totale est $R + r$.

Le dipôle est soumis à un **échelon de tension** lorsque la tension appliquée passe brusquement d'une valeur constante à une autre :

- **échelon montant**, de 0 à E : c'est l'**établissement** du courant ;
- **échelon descendant**, de E à 0 : c'est la **rupture** du courant.

Le régime pendant lequel l'intensité varie est le **régime transitoire** ; il est suivi du **régime permanent**, où l'intensité est constante.

Propriété : Équation différentielle de l'établissement du courant

Un dipôle RL, formé d'un conducteur ohmique de résistance R et d'une bobine (L, r), est soumis à l'instant $t = 0$ à un échelon de tension montant de 0 à E. L'intensité i du courant vérifie, pour $t \geq 0$:

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{R + r}{L}\, i = \frac{E}{L}.$$

Méthode : Établir l'équation différentielle en quatre temps

1. **Schéma** : oriente i, puis flèche u_R et u_L en sens opposé au courant (convention récepteur).

2. **Loi** : additivité des tensions dans la maille parcourue ; le générateur y apporte E à l'établissement, rien à la rupture.
3. **Expressions** : loi d'Ohm pour u_R, modèle de la bobine pour u_L.
4. **Forme** : divise par L pour isoler $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$; le coefficient de i vaut $\dfrac{1}{\tau}$.

Propriété : Intensité du courant à l'établissement et constante de temps

La solution de l'équation différentielle de l'établissement du courant qui vérifie $i(0) = 0$ est :

$$i(t) = I_0 \left(1 - e^{-t/\tau}\right),$$

avec l'**intensité en régime permanent** et la **constante de temps** :

$$I_0 = \frac{E}{R + r}, \qquad \tau = \frac{L}{R + r}.$$

La tension aux bornes du conducteur ohmique, $u_R = R\,i$, a la même allure que $i(t)$: elle tend vers $R\,I_0$.

Méthode : Vérifier une solution proposée

1. **Dérivée** : pour $i = A + B\,e^{-t/\tau}$, on a $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{B}{\tau}\,e^{-t/\tau}$.
2. **Report** : remplace i et sa dérivée dans l'équation, puis regroupe ce qui multiplie $e^{-t/\tau}$.
3. **Identification** : l'égalité vaut à tout instant ; ce facteur est donc nul, ce qui fixe τ, et les termes constants fixent A.
4. **Condition initiale** : la continuité de i en $t = 0$ donne B.

Exemple

Montage. $E = 9{,}0\ \mathrm{V}$, $R = 40\ \Omega$, bobine d'inductance $0{,}15\ \mathrm{H}$ et de résistance $5{,}0\ \Omega$: la résistance totale vaut $R + r = 45\ \Omega$.

Intensité finale. $I_0 = \dfrac{9{,}0}{45} = 0{,}20\ \mathrm{A}$.

Constante de temps. $\tau = \dfrac{0{,}15}{45} \approx 3{,}3 \times 10^{-3}\ \mathrm{s}$, soit environ $3{,}3\ \mathrm{ms}$.

Rupture du courant à travers la diode

Propriété : Équation différentielle et intensité à la rupture du courant

Le courant d'intensité I_0 étant établi dans le dipôle RL, on ouvre l'interrupteur à l'instant $t = 0$. Une **diode de roue libre**, montée en parallèle sur l'ensemble du conducteur ohmique et de la bobine, permet au courant de continuer à circuler. La diode étant supposée idéale, l'intensité vérifie pour $t \geq 0$:

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{R+r}{L}\,i = 0,$$

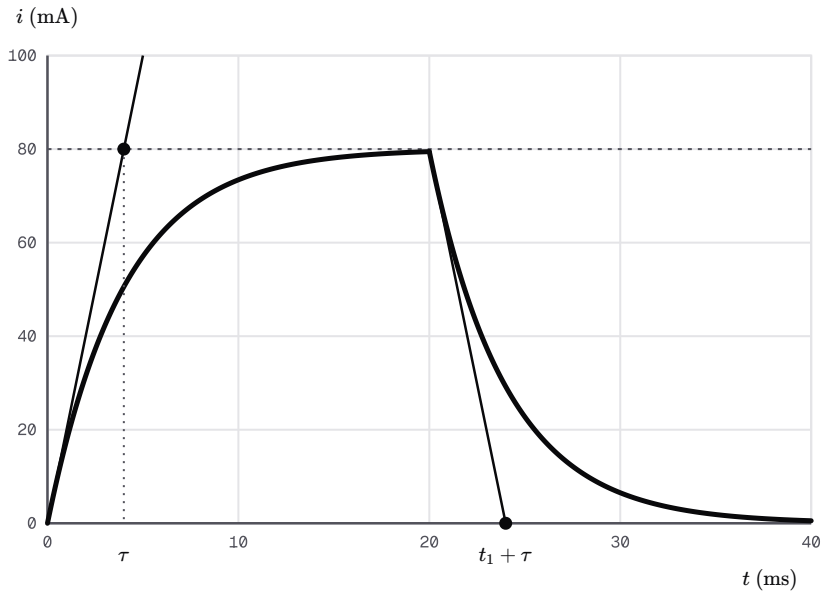
et la solution qui vérifie $i(0) = I_0$ est :

$$i(t) = I_0\, e^{-t/\tau}, \qquad \tau = \frac{L}{R+r}.$$

À retenir : Signe de la tension de la bobine pendant la rupture

Pendant la rupture, i décroît : $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} < 0$. Dans la maille fermée par la diode idéale, $u_R + u_L = 0$, donc $u_L = -R\,i$. La tension de la bobine est négative et s'annule avec le courant.

Constante de temps et lectures graphiques



Courbe 1 $i = I_0$ Tangente en x = 0 Tangente en x = 20

Établissement puis rupture du courant, constante de temps lue par les tangentes

Demi-tangente calculée en x = 0 : coefficient directeur ≈ 20 ; elle coupe la droite y = 80 en x ≈ 4.

Demi-tangente calculée en x = 20 : coefficient directeur ≈ −19,8652 ; elle coupe la droite y = 0 en x ≈ 24.

Exemple

Sur la figure, l'ouverture a lieu à $t_1 = 20\,\mathrm{ms}$, quand $i \approx I_0 = 80\,\mathrm{mA}$. Une durée τ plus tard, $i \approx 0{,}37 \times 80 \approx 30\,\mathrm{mA}$; la courbe passe vers $29\,\mathrm{mA}$, la valeur $0{,}37$ étant arrondie. Après 2τ, $i \approx 0{,}14 \times 80 \approx 11\,\mathrm{mA}$.

Propriété : Constante de temps : dimension et lectures graphiques

La constante de temps $\tau = \dfrac{L}{R+r}$ d'un dipôle RL a la **dimension d'un temps** et s'exprime en secondes.

Sur les courbes de $i(t)$:

- à l'établissement, $i(\tau) \approx 0{,}63\, I_0$, et la tangente à l'origine coupe l'asymptote $i = I_0$ au point d'abscisse τ ;
- à la rupture, $i(\tau) \approx 0{,}37\, I_0$, et la tangente à l'origine coupe l'axe des temps au point d'abscisse τ ;
- au bout de 5τ, l'intensité diffère de sa valeur finale de moins de $1\,\%$ de I_0 : le régime permanent est pratiquement atteint.

Méthode : Deux lectures graphiques de la constante de temps

1. **Valeurs extrêmes** : repère la valeur de départ et la valeur finale de i.
2. **Tangente** : trace-la au début du régime transitoire ; elle atteint la valeur finale (asymptote ou axe des temps) une durée τ plus tard.
3. **Pourcentage** : cherche l'instant où i a parcouru 63 % de sa variation à l'établissement, ou n'en garde que 37 % à la rupture.
4. **Écriture** : donne τ avec $\approx$, puis confronte-la à $\dfrac{L}{R+r}$.

Exemple

Lecture. Sur la figure, la tangente à l'origine rejoint $I_0 = 80\,\text{mA}$ en $t \approx 4{,}0\,\text{ms}$: $\tau \approx 4{,}0\,\text{ms}$.

Inductance. Si $R + r = 25\,\Omega$, alors $L = \tau\,(R+r) \approx 4{,}0 \times 10^{-3} \times 25 = 0{,}10\,\text{H}$.

Attention : La résistance de la bobine compte dans la constante de temps

Le courant traverse aussi le fil de la bobine. Calculer τ ou I_0 avec R seule donne des valeurs trop grandes, d'autant plus fausses que r est proche de R.

Énergie de la bobine, emmagasinée puis restituée

Propriété : Énergie emmagasinée dans une bobine

Une bobine d'inductance L traversée par un courant d'intensité i emmagasine l'énergie :

$$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}\, L\, i^2.$$

Elle s'exprime en joules (J) quand L est en henrys et i en ampères. Cette énergie est emmagasinée pendant l'établissement du courant et restituée au circuit pendant sa rupture.

Exemple

Une bobine de $0{,}50\,\mathrm{H}$ parcourue par $0{,}40\,\mathrm{A}$ emmagasine $\mathcal{E}_m = \dfrac{1}{2} \times 0{,}50 \times 0{,}40^2 = 4{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{J}$, soit $40\,\mathrm{mJ}$. Si l'intensité double, l'énergie est multipliée par quatre.

Attention : L'énergie suit l'intensité, pas la tension

À la fermeture, u_L vaut E, mais la bobine n'a encore rien emmagasiné, car $i = 0$. En régime permanent, u_L se réduit à $r\,I_0$ alors que l'énergie atteint sa valeur la plus grande, $\dfrac{1}{2}\,L\,I_0^2$.

À retenir : Que devient l'énergie à la rupture ?

Après l'ouverture, le courant circule encore dans la maille de la diode. L'énergie de la bobine y est convertie en chaleur par effet Joule, dans R et dans r, jusqu'à l'extinction du courant.

Exploiter l'oscillogramme de l'établissement du courant

Méthode : De l'écran aux caractéristiques de la bobine

1. **Sensibilités** : note les $\mathrm{V/div}$ de la voie et les $\mathrm{ms/div}$ du balayage.
2. **Plateau** : la hauteur finale de u_R, convertie en volts, donne $I_0 = \dfrac{U_R}{R}$.
3. **Durée** : lis τ en divisions (tangente ou 63 %), puis convertis-la en millisecondes.
4. **Bobine** : $R + r = \dfrac{E}{I_0}$ donne r, et $L = \tau\,(R + r)$.

Exemple

Plateau. Voie à $2{,}0\,\mathrm{V/div}$, plateau à $3{,}5$ divisions : $U_R = 7{,}0\,\mathrm{V}$. Avec $R = 280\,\Omega$, $I_0 = \dfrac{7{,}0}{280} = 25\,\mathrm{mA}$.

Résistance. Pour $E = 7{,}5\,\mathrm{V}$, $R + r = \dfrac{7{,}5}{0{,}025} = 300\,\Omega$, donc $r = 20\,\Omega$.

Inductance. τ se lit à $1{,}2$ division, avec $0{,}50\,\mathrm{ms/div}$: $\tau \approx 0{,}60\,\mathrm{ms}$. Alors $L \approx 6{,}0 \times 10^{-4} \times 300 \approx 0{,}18\,\mathrm{H}$.

À retenir : Brancher les deux voies de l'oscilloscope

Les deux voies partagent une même masse. Pour voir u_R et u_L ensemble, place la masse au point commun au conducteur ohmique et à la bobine. L'écran montre alors l'opposé de l'une des deux tensions : la touche d'inversion de cette voie rétablit son signe. Seule u_R est l'image de i, au facteur R près.

Gestes et formules du dipôle RL

Méthode : Quelle méthode pour quelle question ?

- **Tension d'une bobine** : $u_L = r\,i + L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$, en convention récepteur.
- **Inductance** : tension triangulaire, pente de u_R, palier de u_L.
- **Instant initial** : continuité de i ; u_L peut sauter.
- **Équation différentielle** : additivité des tensions dans la maille, puis division par L.
- **Solution proposée** : dériver, substituer, identifier, puis condition initiale.
- **Constante de temps** : $\dfrac{L}{R+r}$, tangente à l'origine, 63 % ou 37 %.
- **Oscillogramme** : sensibilités, I_0, τ, puis r et L.
- **Énergie** : $\dfrac{1}{2}\,L\,i^2$, avec l'intensité de l'instant voulu.

Bobine

$$u_L = r\,i + L\,\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

Établissement

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{R+r}{L}\,i = \frac{E}{L}$$

Intensité à l'établissement

$$i(t) = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

Intensité à la rupture

$$i(t) = I_0\,e^{-t/\tau}$$

Constante de temps

$$\tau = \frac{L}{R+r}$$

Intensité permanente

$$I_0 = \frac{E}{R+r}$$

Énergie

$$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}\,L\,i^2$$

Valeurs utiles

$$e^{-1} \approx 0{,}37, \quad e^{-5} \approx 0{,}0067$$

À retenir : Rédiger une réponse sur le dipôle RL

Pour une équation différentielle, nomme la loi d'additivité, la maille et la convention avant d'écrire. Pour une solution, fixe la constante par la continuité de i.

Une lecture graphique se donne avec $\approx$ et le nom de la méthode. Chaque résultat garde son unité et les chiffres significatifs de la donnée la moins précise.