BURHAN

Dipôle RL : exercices, niveau examen

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/dipole-rl/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Dipôle RL	Niveau examen	5

Exercice 1 6 pts

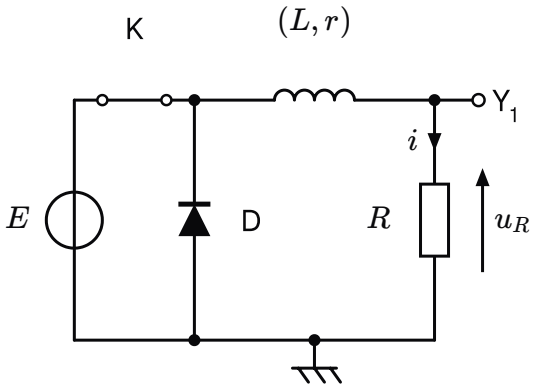
Relais d'une centrale d'alarme : modèle et contrôle à l'oscilloscope

Dans une centrale d'alarme, un relais électromagnétique commande une sirène. Sa bobine (L, r) est alimentée par un générateur de tension $E = 12\,\text{V}$, en série avec un conducteur ohmique $R = 120\,\Omega$.

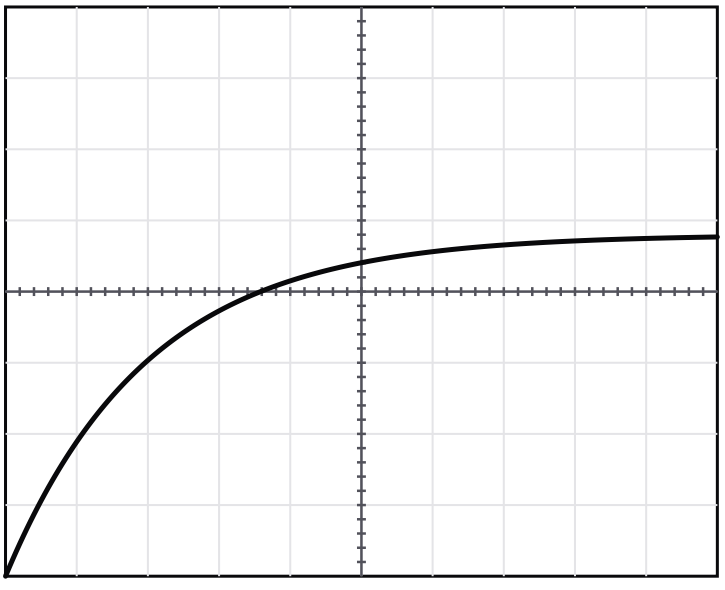
L'interrupteur K est fermé à l'instant $t = 0$; aucun courant ne circulait avant. Une diode de roue libre protège le montage.

Document 1. Schéma du montage, avec l'oscilloscope à mémoire qui enregistre u_R.

Document 2. Oscillogramme de u_R (partie B) : voie Y_1 à $2{,}0\,\text{V/div}$, zéro sur la ligne du bas ; balayage à $1{,}0\,\text{ms/div}$.



Document 1 : montage d'étude du relais



Voie Y_1 : 2 V/div, zéro 4 divisions au-dessous du centre Balayage : 1 ms/div

Document 2 : tension aux bornes du conducteur ohmique, relais usé

A.1. 1 pts

Partie A : modèle du relais neuf. Le fabricant indique, pour la bobine neuve, $L = 0{,}48\,\mathrm{H}$ et $r = 40\,\Omega$.

Montrer que, pour $t \geq 0$, l'intensité vérifie

$$L\,\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + (R + r)\,i = E$$

INDICE

Outil : flèche u_R et u_L en convention récepteur, puis applique la loi d'additivité des tensions ; la diode est bloquée.

CORRIGÉ

Additivité. La diode étant bloquée, le circuit est une seule maille : $u_R + u_L = E$.

Expressions. $u_R = R\,i$ (loi d'Ohm) et $u_L = r\,i + L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ (tension aux bornes d'une bobine).

Regroupement.

$$L\,\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + (R + r)\,i = E$$

Conclusion. L'intensité vérifie bien l'équation annoncée pour $t \geq 0$.

A.2. 1 pts

Montrer que $i(t) = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ est solution de cette équation et vérifie $i(0) = 0$, à condition que $I_0 = \dfrac{E}{R + r}$ et $\tau = \dfrac{L}{R + r}$.

INDICE

Début : $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \dfrac{I_0}{\tau}\,e^{-t/\tau}$. **Ensuite :** regroupe les termes en $e^{-t/\tau}$.

CORRIGÉ

Substitution. On remplace i et sa dérivée :

$$I_0\,e^{-t/\tau}\left(\frac{L}{\tau} - R - r\right) + (R + r)\,I_0 = E$$

Identification. Avec $\tau = \dfrac{L}{R + r}$, la parenthèse est nulle ; avec $I_0 = \dfrac{E}{R + r}$, il reste $E = E$, à tout instant.

Instant initial. $i(0) = I_0\,(1 - 1) = 0$, comme l'impose la continuité de l'intensité dans la bobine.

Conclusion. Sous ces conditions, $i(t) = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ est la solution qui vérifie $i(0) = 0$.

A.3. 1,25 pts

Calculer I_0 et τ pour le relais neuf.

INDICE

Outil : la résistance totale vaut $R + r = 160\,\Omega$.

CORRIGÉ

Intensité permanente. Valeurs en unités SI :

$$I_0 = \frac{E}{R + r}$$
$$I_0 = \frac{12}{160}$$
$$I_0 = 7{,}5 \times 10^{-2}\,\mathrm{A}$$

Constante de temps.

$$\tau = \frac{L}{R + r}$$
$$\tau = \frac{0{,}48}{160}$$
$$\tau = 3{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}$$

Conclusion. Pour le relais neuf, $I_0 = 75\,\mathrm{mA}$ et $\tau = 3{,}0\,\mathrm{ms}$.

A.4. 0,5 pts

Le relais colle dès que l'intensité atteint 86 % de sa valeur permanente. Exprimer l'instant de collage en multiple de τ, puis dire combien de temps après la fermeture de K il colle. Valeur utile : $e^{-2} \approx 0{,}14$.

INDICE

Début : traduis le seuil en une condition sur $e^{-t/\tau}$.

CORRIGÉ

Condition de collage. Avec $i(t) = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$, le seuil est atteint quand $1 - e^{-t/\tau} = 0{,}86$, soit $e^{-t/\tau} = 0{,}14$.

Instant. Comme $e^{-2} \approx 0{,}14$, cela se produit en $t = 2\tau$. L'intensité croît : elle atteint ce seuil à cet instant, pas avant.

$$t = 2\tau$$
$$t = 2 \times 3{,}0\,\mathrm{ms}$$
$$t = 6{,}0\,\mathrm{ms}$$

Conclusion. Le relais neuf colle environ $6{,}0\,\mathrm{ms}$ après la fermeture de l'interrupteur, soit en 2τ.

B.1. `0,25 pts`

Partie B : contrôle d'un relais usé. Après plusieurs années, on reprend le même montage, avec $E = 12\,\text{V}$ et $R = 120\,\Omega$; la bobine usée a une inductance L' et une résistance r' inconnues. L'oscilloscope donne le document 2.

Expliquer pourquoi la voie Y_1 donne l'image de l'intensité.

INDICE

Outil : la masse et l'entrée Y_1 sont aux bornes de R.

CORRIGÉ

Tension mesurée. La voie mesure $u_R = R\,i$, avec R constante.

Conclusion. La courbe de la voie Y_1 est celle de $i(t)$, au facteur R près.

B.2. `0,5 pts`

Montrer que l'intensité permanente vaut $I'_0 = 80\,\text{mA}$.

INDICE

Outil : le plateau, en divisions, multiplié par la sensibilité de la voie.

CORRIGÉ

Lecture. Le plateau est à $4{,}8$ divisions du zéro : $U_R = 4{,}8 \times 2{,}0 = 9{,}6\,\text{V}$.

Intensité. Par la loi d'Ohm, en unités SI :

$$I'_0 = \frac{U_R}{R}$$
$$I'_0 = \frac{9{,}6}{120}$$
$$I'_0 = 8{,}0 \times 10^{-2}\,\text{A}$$

Conclusion. L'intensité permanente du relais usé vaut $80\,\text{mA}$.

B.3. `0,5 pts`

Déterminer la constante de temps τ' du relais usé, en nommant la méthode.

INDICE

Début : calcule $0{,}63\,U_R$, convertis-le en divisions, puis lis l'abscisse.

CORRIGÉ

Méthode des 63 %. $0{,}63 \times 9{,}6 \approx 6{,}0\,\text{V}$, soit 3 divisions au-dessus du zéro.

Lecture. La courbe atteint 3 divisions au bout de 2 divisions de balayage : $\tau' \approx 2 \times 1{,}0 = 2{,}0\,\text{ms}$.

Conclusion. La constante de temps du relais usé vaut environ $2{,}0\,\text{ms}$.

B.4. 1 pts

En déduire r' et L'. Les comparer aux valeurs du relais neuf, $L = 0{,}48\,\mathrm{H}$ et $r = 40\,\Omega$, et conclure.

INDICE

Outil : $R + r' = \dfrac{E}{I'_0}$, puis $L' = \tau' \, (R + r')$.

CORRIGÉ

Résistance. Valeurs en unités SI :

$$\begin{aligned} R + r' &= \frac{E}{I'_0} \\ R + r' &= \frac{12}{0{,}080} \\ R + r' &= 150\,\Omega \end{aligned}$$

donc $r' = 150 - 120 = 30\,\Omega$.

Inductance.

$$\begin{aligned} L' &= \tau' \, (R + r') \\ L' &= 2{,}0 \times 10^{-3} \\ &\quad \times 150 \\ L' &= 0{,}30\,\mathrm{H} \end{aligned}$$

Comparaison. r' est plus faible que $40\,\Omega$ et L' nettement plus faible que $0{,}48\,\mathrm{H}$. L'isolant de certaines spires s'est dégradé : ces spires en court-circuit ne comptent plus ; la résistance et l'inductance baissent, l'inductance davantage.

Conclusion. Le relais usé a $r' \approx 30\,\Omega$ et $L' \approx 0{,}30\,\mathrm{H}$: sa résistance et surtout son inductance sont plus faibles que celles du relais neuf.

Exercice 2 6 pts

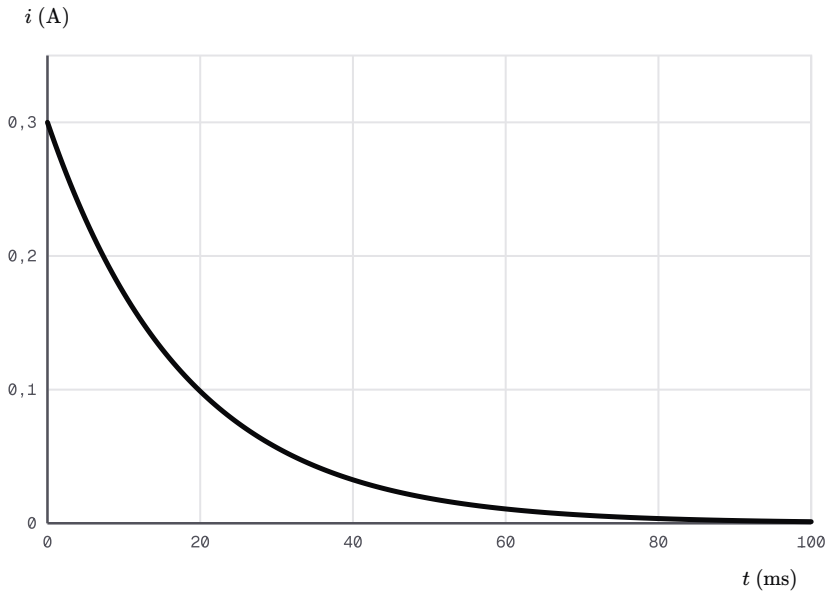
Porte coupe-feu : rupture du courant et énergie libérée

Une porte coupe-feu est maintenue ouverte par un électroaimant ; en cas d'alarme, on coupe son alimentation et la porte se referme.

La bobine (L, r), avec $L = 0{,}54\,\text{H}$ et $r = 5{,}0\,\Omega$, est en série avec un conducteur ohmique $R = 25\,\Omega$. L'ensemble est alimenté par un générateur $E = 9{,}0\,\text{V}$ à travers un interrupteur K.

Une diode de protection, considérée comme idéale, est branchée aux bornes de l'association de R et de la bobine. Valeur utile : $e^{-2} \approx 0{,}135$.

Document. Intensité $i(t)$ dans la bobine après l'ouverture de K à l'instant $t = 0$.



Intensité dans l'électroaimant après la coupure

A.1. 0,5 pts

Partie A : coupure de l'alimentation. L'interrupteur est fermé depuis longtemps. Montrer que l'intensité vaut alors $I_0 = 0{,}30\ \text{A}$.

INDICE

Outil : en régime permanent, la bobine se comporte comme un conducteur ohmique de résistance r.

CORRIGÉ

Régime permanent. $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0$, donc $u_L = r\,I_0$ et $E = (R + r)\,I_0$. En unités SI :

$$I_0 = \frac{E}{R + r}$$
$$I_0 = \frac{9{,}0}{30}$$
$$I_0 = 0{,}30\ \text{A}$$

Conclusion. Avant la coupure, l'intensité vaut $0{,}30\ \text{A}$.

A.2. 0,5 pts

On ouvre K à l'instant $t = 0$. Expliquer le rôle de la diode.

INDICE

Point délicat : l'intensité dans la bobine ne peut pas s'annuler brusquement.

CORRIGÉ

Sans diode. L'intensité devrait passer de $0{,}30\ \text{A}$ à zéro presque instantanément ; $L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ serait énorme, d'où une surtension et une étincelle à l'interrupteur.

Avec la diode. Devenue passante, elle referme le circuit de la bobine et de R : le courant décroît progressivement.

Conclusion. La diode protège l'interrupteur et la commande en offrant un chemin au courant de la bobine.

A.3. 1 pts

Montrer que, pour $t \geq 0$, l'intensité vérifie

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{R+r}{L}\, i = 0$$

INDICE

Outil : la loi d'additivité dans la maille fermée par la diode, dont la tension est nulle.

CORRIGÉ

Maille de rupture. Le courant garde son sens ; en convention récepteur, $u_R + u_L = 0$.

Expressions.

$$R\, i + r\, i + L\, \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0$$

Mise en forme. On divise par L, ce qui donne l'équation annoncée.

Conclusion. Pendant la rupture, $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \dfrac{R+r}{L}\, i = 0$.

A.4. 1 pts

Vérifier que $i(t) = I_0\, e^{-t/\tau}$, avec $\tau = \dfrac{L}{R+r}$, est la solution qui respecte la continuité de l'intensité.

INDICE

Début : dérive $i(t)$ et substitue. **Ensuite :** compare $i(0)$ à l'intensité juste avant l'ouverture.

CORRIGÉ

Substitution. $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{I_0}{\tau}\, e^{-t/\tau}$, donc

$$I_0\, e^{-t/\tau} \left(\frac{R+r}{L} - \frac{1}{\tau} \right) = 0$$

car $\dfrac{1}{\tau} = \dfrac{R+r}{L}$.

Continuité. $i(0) = I_0$: l'intensité juste après l'ouverture est celle d'avant.

Conclusion. $i(t) = I_0\, e^{-t/\tau}$ est la solution cherchée.

A.5. 0,5 pts

Déterminer τ sur le document par la méthode des 37 %, puis comparer à la valeur calculée.

INDICE

Outil : à la rupture, $i(\tau) \approx 0{,}37\, I_0$.

CORRIGÉ

Lecture. $0{,}37 \times 0{,}30 \approx 0{,}11\ \text{A}$; la courbe passe à cette valeur vers $18\,\text{ms}$: $\tau \approx 18\,\text{ms}$.

Calcul. En unités SI :

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{L}{R+r}\\ \tau &= \frac{0{,}54}{30}\\ \tau &= 1{,}8\times10^{-2}\,\text{s}\end{aligned}$$

Conclusion. La lecture graphique, $\tau \approx 18\,\text{ms}$, concorde avec la valeur calculée.

B.1. 0,75 pts

Partie B : énergie libérée à la coupure. On admet qu'à l'instant de l'ouverture, une intensité $I_0 = 0{,}30\,\text{A}$ traverse la bobine d'inductance $L = 0{,}54\,\text{H}$, et qu'ensuite $i(t) = I_0\, e^{-t/\tau}$, avec $\tau = 18\,\text{ms}$.

Calculer l'énergie $\mathcal{E}_0$ emmagasinée dans la bobine à l'instant de l'ouverture.

INDICE

Outil : l'énergie emmagasinée dans une bobine.

CORRIGÉ

Relation. $\mathcal{E}_0 = \dfrac{1}{2}\, L\, I_0^2$, en unités SI :

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_0 &= 0{,}5 \times 0{,}54\\ &\quad \times 0{,}30^2\\ \mathcal{E}_0 &\approx 2{,}4\times10^{-2}\,\text{J}\end{aligned}$$

Conclusion. À l'ouverture, la bobine emmagasine environ $24\,\text{mJ}$.

B.2. 0,75 pts

Montrer que l'énergie emmagasinée s'écrit, pour $t \geq 0$,

$$\mathcal{E}_m(t) = \mathcal{E}_0\, e^{-2t/\tau}$$

INDICE

Outil : l'expression de l'énergie en fonction de i, puis la loi $i(t)$ rappelée dans l'énoncé de la partie B.

CORRIGÉ

Substitution.

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_m &= \frac{1}{2}\, L\, I_0^2\, e^{-2t/\tau}\\ &= \mathcal{E}_0\, e^{-2t/\tau}\end{aligned}$$

Conclusion. L'énergie décroît comme $e^{-2t/\tau}$: deux fois plus vite, en exposant, que l'intensité.

B.3. 0,5 pts

Calculer l'énergie qui reste dans la bobine à l'instant $t = \tau$.

INDICE

Outil : en $t = \tau$, $e^{-2t/\tau} = e^{-2}$.

CORRIGÉ

Application numérique. Avec la valeur non arrondie $\mathcal{E}_0 = 24{,}3\,\text{mJ}$:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_m(\tau) &= \mathcal{E}_0\, e^{-2}\\ \mathcal{E}_m(\tau) &= 24{,}3 \times 0{,}135\\ \mathcal{E}_m(\tau) &\approx 3{,}3\,\text{mJ}\end{aligned}$$

Conclusion. Au bout de $18\,\text{ms}$, il ne reste qu'environ $3{,}3\,\text{mJ}$ (environ $3{,}2\,\text{mJ}$ avec $24\,\text{mJ}$) : près de $86\,\%$ de l'énergie a déjà été dissipée.

B.4. 0,5 pts

Un technicien propose de remplacer le conducteur ohmique par un autre de $55\,\Omega$, sans changer le générateur ($9{,}0\,\text{V}$) ni la bobine ($0{,}54\,\text{H}$, $5{,}0\,\Omega$). Calculer la nouvelle constante de temps et la nouvelle énergie emmagasinée, puis conclure.

INDICE

Début : la résistance totale devient $60\,\Omega$. **Point délicat :** l'intensité permanente change aussi.

CORRIGÉ

Constante de temps. On note $R'' = 55\,\Omega$; en unités SI :

$$\begin{aligned}\tau'' &= \frac{L}{R'' + r}\\ \tau'' &= \frac{0{,}54}{60}\\ \tau'' &= 9{,}0 \times 10^{-3}\,\text{s}\end{aligned}$$

Énergie. $I_0'' = \dfrac{E}{R'' + r}$, soit $I_0'' = \dfrac{9{,}0}{60} = 0{,}15\,\text{A}$, puis

$$\begin{aligned}\mathcal{E}'' &= \frac{1}{2}\, L\, I_0''^{2}\\ \mathcal{E}'' &= 0{,}5 \times 0{,}54\\ &\quad \times 0{,}15^2\\ \mathcal{E}'' &\approx 6{,}1 \times 10^{-3}\,\text{J}\end{aligned}$$

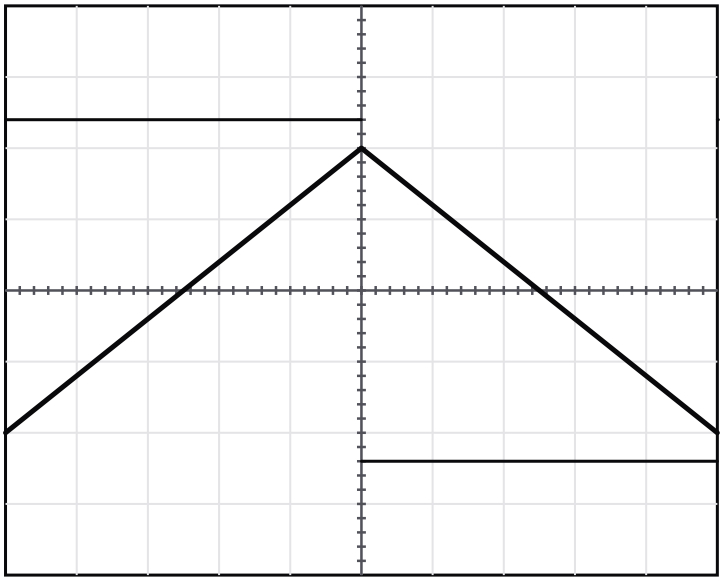
Conclusion. Le courant s'éteint deux fois plus vite et l'énergie est quatre fois plus faible ; mais l'électroaimant, parcouru par moitié moins de courant, retient la porte moins fermement.

Exercice 3 — 6 pts

Bobine sans indication : inductance puis résistance

Un élève récupère, dans un appareil hors d'usage, une bobine sans aucune indication. Il veut déterminer son inductance L, puis sa résistance r.

Document. Oscillogramme de la partie A : voie Y_1 (u_R) à $2{,}0\ \mathrm{V/div}$; voie Y_2 (u_L, touche d'inversion enfoncée) à $0{,}50\ \mathrm{V/div}$; balayage à $0{,}20\ \mathrm{ms/div}$.



Voie Y_1 : 2 V/div Voie Y_2 : 0,5 V/div Balayage : 0,2 ms/div

Tension triangulaire du conducteur ohmique et tension de la bobine inconnue

A.1. — 0,25 pts

Partie A : mesure de l'inductance. La bobine est montée en série avec un conducteur ohmique $R = 2{,}0\ \mathrm{k\Omega}$ et un générateur de tension triangulaire. La masse de l'oscilloscope est reliée entre le conducteur ohmique et la bobine.

Expliquer pourquoi l'une des deux voies doit être inversée.

INDICE

Point délicat : chaque voie mesure la tension entre son entrée et la masse ; compare ce sens à celui des flèches de u_R et de u_L.

CORRIGÉ

Sens des mesures. Avec la masse au point commun, les deux voies mesurent des tensions orientées depuis ce point vers chaque extrémité. Pour l'un des deux dipôles, cette orientation est l'opposée de la flèche en convention récepteur.

Conclusion. Sans inversion, l'écran montrerait $-u_L$; la touche d'inversion de la voie Y_2 rétablit u_L.

A.2. 0,5 pts

À partir du document, calculer $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ pendant une montée de u_R.

INDICE

Outil : variation et durée en divisions, converties par les sensibilités ; puis $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \dfrac{1}{R}\dfrac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t}$.

CORRIGÉ

Lecture. u_R monte de -2 à $+2$ divisions, soit $4 \times 2{,}0 = 8{,}0\,\mathrm{V}$, en 5 divisions, soit $5 \times 0{,}20 = 1{,}0\,\mathrm{ms}$.

Pente.

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t} &= \frac{8{,}0}{1{,}0\times10^{-3}}\\ &= 8{,}0\times10^{3}\,\mathrm{V\cdot s^{-1}}\end{aligned}$$

Intensité. Par la loi d'Ohm, $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \dfrac{1}{R}\dfrac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t}$; en unités SI :

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} &= \frac{8{,}0\times10^{3}}{2{,}0\times10^{3}}\\ \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} &= 4{,}0\,\mathrm{A\cdot s^{-1}}\end{aligned}$$

Conclusion. Pendant une montée, l'intensité croît de $4{,}0\,\mathrm{A\cdot s^{-1}}$.

A.3. 0,5 pts

Montrer que $L \approx 0{,}30\,\mathrm{H}$, la résistance de la bobine étant négligée.

INDICE

Outil : $u_L = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ pour une bobine de résistance négligeable.

CORRIGÉ

Lecture. Pendant la montée, u_L vaut $2{,}4$ divisions, soit $2{,}4 \times 0{,}50 = 1{,}2\,\mathrm{V}$.

Inductance. La résistance étant négligée, $L = \dfrac{u_L}{\mathrm{d}i/\mathrm{d}t}$; en unités SI :

$$\begin{aligned}L &= \frac{1{,}2}{4{,}0}\\ L &= 0{,}30\,\mathrm{H}\end{aligned}$$

Conclusion. L'inductance de la bobine vaut environ $0{,}30\,\mathrm{H}$.

A.4. 0,5 pts

On sait seulement que la résistance de la bobine est inférieure à $15\,\Omega$. Justifier qu'on pouvait la négliger dans cette mesure.

INDICE

Début : calcule la plus grande valeur de i. **Ensuite :** compare $r\,i$ à u_L.

CORRIGÉ

Intensité maximale. $i = \dfrac{u_R}{R}$ et u_R ne dépasse pas $4{,}0\,\mathrm{V}$, donc $i \leq \dfrac{4{,}0}{2{,}0\times10^{3}} = 2{,}0\,\mathrm{mA}$.

Terme résistif. En unités SI :

$$r\,i < 15 \times 2{,}0 \times 10^{-3}$$
$$r\,i < 3{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{V}$$

C'est $2{,}5\,\%$ de $1{,}2\,\mathrm{V}$ au plus.

Conclusion. Le terme $r\,i$ est négligeable devant $L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$: la mesure de L n'en est pas faussée.

B.1. 1 pts

Partie B : mesure de la résistance. On admet $L = 0{,}30\,\mathrm{H}$. La bobine est maintenant montée en série avec un conducteur ohmique $R' = 32\,\Omega$ et un générateur de tension continue $E = 3{,}0\,\mathrm{V}$. En régime permanent, un ampèremètre indique $I_0 = 75\,\mathrm{mA}$.

Montrer qu'en régime permanent, $I_0 = \dfrac{E}{R' + r}$.

INDICE

Outil : la loi d'additivité des tensions ; demande-toi ce que devient la tension de la bobine quand l'intensité ne varie plus.

CORRIGÉ

Additivité. $u_{R'} + u_L = E$, avec $u_{R'} = R'\,I_0$ et, l'intensité étant constante, $u_L = r\,I_0$.

Expression. $(R' + r)\,I_0 = E$.

Conclusion. En régime permanent, $I_0 = \dfrac{E}{R' + r}$.

B.2. 1 pts

Calculer la résistance r de la bobine.

INDICE

Outil : isole r dans la relation précédente.

CORRIGÉ

Résistance totale. Valeurs en unités SI :

$$\begin{aligned} R' + r &= \frac{E}{I_0} \\ R' + r &= \frac{3{,}0}{0{,}075} \\ R' + r &= 40\,\Omega \end{aligned}$$

Résistance de la bobine. $r = 40 - 32 = 8{,}0\,\Omega$.

Conclusion. La bobine a une résistance de $8{,}0\,\Omega$ environ.

B.3. 1 pts

Calculer la constante de temps de ce circuit.

INDICE

Outil : $\tau = \dfrac{L}{R' + r}$.

CORRIGÉ

Application numérique. En unités SI :

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{L}{R' + r} \\ \tau &= \frac{0{,}30}{40} \\ \tau &= 7{,}5 \times 10^{-3}\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Conclusion. La constante de temps vaut $7{,}5\,\mathrm{ms}$.

B.4. 1,25 pts

L'élève veut que le régime transitoire dure moins de $20\,\text{ms}$. Le montage convient-il ? Sinon, quelle valeur minimale faut-il donner à R' ?

INDICE

Début : le régime transitoire dure environ 5τ. **Ensuite :** traduis la condition sur τ, puis sur $R' + r$.

CORRIGÉ

Montage actuel. $5\tau \approx 38\,\text{ms}$, plus de $20\,\text{ms}$: il ne convient pas.

Condition. $5\tau \leq 20\,\text{ms}$ impose $\tau \leq 4{,}0\,\text{ms}$. Comme $R' + r = \dfrac{L}{\tau}$, en unités SI :

$$R' + r \geq \frac{0{,}30}{4{,}0 \times 10^{-3}}$$
$$R' + r \geq 75\,\Omega$$

Valeur minimale. $R' \geq 75 - 8{,}0 = 67\,\Omega$.

Conclusion. Le montage ne convient pas ; il faut un conducteur ohmique d'au moins $67\,\Omega$ environ.

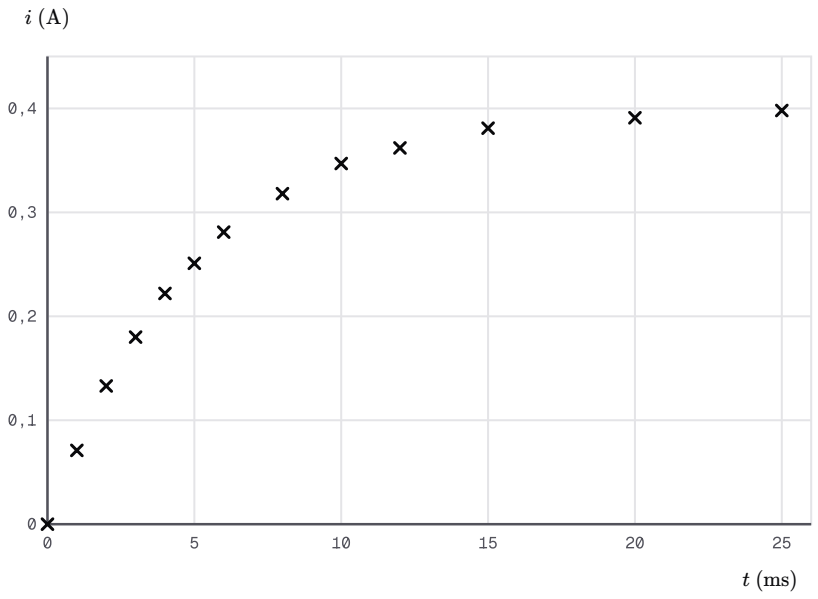
Exercice 4 6 pts

Distributeur de boissons : mesures d'intensité et choix d'une bobine

Dans un distributeur de boissons, un électroaimant ouvre une vanne de dosage. Sa bobine, en série avec un conducteur ohmique, reçoit à $t = 0$ un échelon de tension de 0 à $12\,\text{V}$. Un capteur de courant, relié à une carte d'acquisition, enregistre alors l'intensité.

Document. Mesures de l'intensité i en fonction du temps t, et leur représentation.

t (ms)	i (A)
0	0
1	$0{,}071$
2	$0{,}133$
3	$0{,}180$
4	$0{,}222$
5	$0{,}251$
6	$0{,}281$
8	$0{,}318$
10	$0{,}347$
12	$0{,}362$
15	$0{,}381$
20	$0{,}391$
25	$0{,}398$



× Points de mesure

Intensité mesurée dans la bobine de la vanne de dosage

A.1. 0,25 pts

Partie A : exploitation des mesures. Estimer l'intensité I_0 du régime permanent.

INDICE

Outil : les dernières mesures se rapprochent d'une valeur limite.

CORRIGÉ

Plateau. Les dernières mesures, $0{,}391$ puis $0{,}398\ \text{A}$, varient de moins en moins et se rapprochent de $0{,}40\ \text{A}$.

Conclusion. L'intensité permanente vaut environ $I_0 \approx 0{,}40\ \text{A}$.

A.2. 0,5 pts

Déterminer la constante de temps τ par la méthode des 63 %.

INDICE

Début : calcule $0{,}63\,I_0$, puis cherche dans le tableau l'instant où l'intensité atteint cette valeur.

CORRIGÉ

Valeur visée. $0{,}63 \times 0{,}40 \approx 0{,}25\ \text{A}$.

Lecture. L'intensité vaut $0{,}251\ \text{A}$ à $t = 5\ \text{ms}$: $\tau \approx 5{,}0\ \text{ms}$.

Conclusion. Par la méthode des 63 %, $\tau \approx 5{,}0\ \text{ms}$.

A.3. 1,25 pts

Montrer que la résistance totale du circuit vaut environ $30\,\Omega$, puis calculer l'inductance L de la bobine.

INDICE

Outil : $I_0 = \dfrac{E}{R+r}$ et $\tau = \dfrac{L}{R+r}$.

CORRIGÉ

Résistance totale. Valeurs en unités SI :

$$\begin{aligned} R + r &= \frac{E}{I_0} \\ R + r &= \frac{12}{0{,}40} \\ R + r &= 30\,\Omega \end{aligned}$$

Inductance.

$$\begin{aligned} L &= \tau\,(R+r) \\ L &= 5{,}0 \times 10^{-3} \times 30 \\ L &= 0{,}15\,\mathrm{H} \end{aligned}$$

Conclusion. La résistance totale vaut $30\,\Omega$ et l'inductance environ $0{,}15\,\mathrm{H}$.

A.4. 0,5 pts

Un élève estime la pente de la tangente à l'origine à partir des deux premières mesures. Comparer son résultat à $\dfrac{I_0}{\tau}$, puis expliquer l'écart.

INDICE

Point délicat : la courbe s'incurve dès le début ; la droite qui joint deux mesures n'est pas la tangente.

CORRIGÉ

Estimation de l'élève. $\dfrac{0{,}071 - 0}{1{,}0 \times 10^{-3}} = 71\ \mathrm{A \cdot s^{-1}}$.

Pente de la tangente.

$$\begin{aligned} \frac{I_0}{\tau} &= \frac{0{,}40}{5{,}0 \times 10^{-3}} \\ \frac{I_0}{\tau} &= 80\ \mathrm{A \cdot s^{-1}} \end{aligned}$$

Explication. La courbe est tournée vers le bas : entre deux mesures, elle reste sous sa tangente à l'origine, et la pente de la corde est plus faible.

Conclusion. L'élève sous-estime la pente, 71 au lieu de $80\ \mathrm{A \cdot s^{-1}}$, parce qu'il remplace la tangente par une corde.

B.1. 0,75 pts

Partie B : choix d'une bobine. Pour un nouvel appareil, on alimente une bobine (L, r) sous $E = 12\,\mathrm{V}$, en série avec $R = 24\,\Omega$. Le cahier des charges impose, en régime permanent, une énergie emmagasinée d'au moins $12\,\mathrm{mJ}$ et une constante de temps d'au plus $10\,\mathrm{ms}$. Trois bobines sont disponibles :

Bobine	L (H)	r (Ω)
1	$0{,}12$	$6{,}0$
2	$0{,}30$	16
3	$0{,}60$	$6{,}0$

Montrer qu'en régime permanent, l'énergie emmagasinée s'écrit

$$\mathcal{E}_m = \frac{L\,E^2}{2\,(R+r)^2}$$

INDICE

Outil : l'énergie emmagasinée dans une bobine ; exprime d'abord l'intensité du régime permanent.

CORRIGÉ

Intensité. En régime permanent, $I_0 = \dfrac{E}{R+r}$.

Énergie. En remplaçant dans $\dfrac{1}{2}\,L\,I_0^2$:

$$\mathcal{E}_m = \frac{L\,E^2}{2\,(R+r)^2}$$

Conclusion. L'énergie emmagasinée en régime permanent a l'expression annoncée.

B.2. 1,75 pts

Calculer, pour chaque bobine, l'intensité permanente, l'énergie emmagasinée et la constante de temps.

INDICE

Début : calcule d'abord $R + r$ pour chaque bobine : 30, 40 et $30\,\Omega$.

CORRIGÉ

Relations. En unités SI : $I_0 = \dfrac{E}{R+r}$, $\mathcal{E}_m = \dfrac{1}{2}\,L\,I_0^2$ et $\tau = \dfrac{L}{R+r}$. Les résultats sont ensuite convertis : énergies en mJ ($1\,\text{mJ} = 10^{-3}\,\text{J}$), durées en ms ($1\,\text{ms} = 10^{-3}\,\text{s}$).

Bobine 1. $I_0 = \dfrac{12}{30} = 0{,}40\,\text{A}$, $\mathcal{E}_m = 0{,}5 \times 0{,}12 \times 0{,}40^2 \approx 9{,}6\,\text{mJ}$, $\tau = \dfrac{0{,}12}{30} = 4{,}0\,\text{ms}$.

Bobine 2. $I_0 = \dfrac{12}{40} = 0{,}30\,\text{A}$, $\mathcal{E}_m = 0{,}5 \times 0{,}30 \times 0{,}30^2 \approx 14\,\text{mJ}$, $\tau = \dfrac{0{,}30}{40} = 7{,}5\,\text{ms}$.

Bobine 3. $I_0 = \dfrac{12}{30} = 0{,}40\,\text{A}$, $\mathcal{E}_m = 0{,}5 \times 0{,}60 \times 0{,}40^2 \approx 48\,\text{mJ}$, $\tau = \dfrac{0{,}60}{30} = 20\,\text{ms}$.

Bobine	I_0 (A)	$\mathcal{E}_m$ (mJ)	τ (ms)
1	$0{,}40$	$9{,}6$	$4{,}0$
2	$0{,}30$	14	$7{,}5$
3	$0{,}40$	48	20

Conclusion. Les trois bobines donnent respectivement $9{,}6$, 14 et $48\,\text{mJ}$, avec des constantes de temps de $4{,}0$, $7{,}5$ et $20\,\text{ms}$.

B.3. 1 pts

Quelle bobine choisir ? Justifier.

INDICE

Outil : une bobine ne convient que si elle respecte les deux critères à la fois.

CORRIGÉ

Bobine 1. $9{,}6\,\text{mJ} < 12\,\text{mJ}$: énergie insuffisante.

Bobine 3. $\tau = 20\,\text{ms} > 10\,\text{ms}$: trop lente, malgré son énergie.

Bobine 2. $14\,\text{mJ} \geq 12\,\text{mJ}$ et $7{,}5\,\text{ms} \leq 10\,\text{ms}$: les deux critères sont respectés.

Conclusion. Seule la bobine 2 satisfait le cahier des charges : c'est elle qu'il faut choisir.

Exercice 5 6 pts

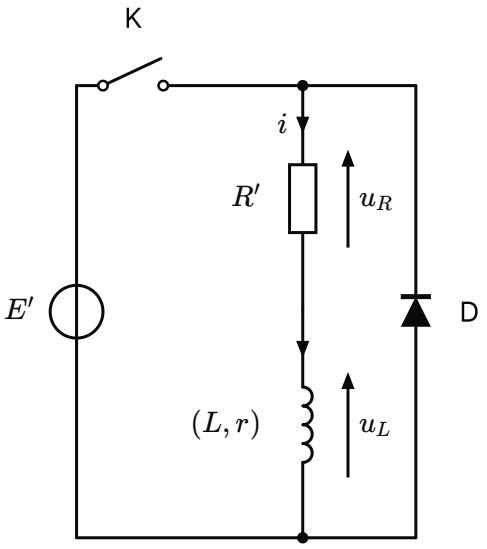
Électroaimant d'une maquette de grue : établissement littéral, rupture et énergie

Une maquette de grue soulève des billes d'acier avec un électroaimant. Sa bobine a une inductance L et une résistance r.

Elle est alimentée par un générateur de tension, en série avec un conducteur ohmique, à travers un interrupteur K. Une diode de roue libre, idéale, protège le circuit lors de l'ouverture.

Valeurs utiles : $e^{-1} \approx 0{,}368$ et $e^{-2} \approx 0{,}135$.

Document. Schéma du montage de la partie B.



Montage de l'électroaimant avec sa diode de roue libre

A.1. 0,75 pts

Partie A : établissement du courant, étude littérale. Le générateur a une tension E et le conducteur ohmique une résistance R. On ferme K à l'instant $t = 0$; aucun courant ne circulait avant.

Montrer que, pour $t \geq 0$, l'intensité i vérifie

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{R + r}{L}\, i = \frac{E}{L}$$

INDICE

Outil : convention récepteur, loi d'additivité des tensions dans la maille du générateur, loi d'Ohm et modèle de la bobine.

CORRIGÉ

Additivité. La diode est bloquée ; dans la maille du générateur, $u_R + u_L = E$.

Expressions.

$$R\, i + r\, i + L\, \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = E$$

Mise en forme. On divise par L et l'on obtient l'équation annoncée.

Conclusion. Pour $t \geq 0$, $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \dfrac{R + r}{L}\, i = \dfrac{E}{L}$.

A.2. 0,75 pts

Vérifier que $i(t) = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ est la solution qui respecte la continuité de l'intensité, en exprimant I_0 et τ en fonction de E, R, r et L.

INDICE

Début : dérive, substitue, puis identifie ; **Ensuite :** calcule $i(0)$.

CORRIGÉ

Substitution. $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \dfrac{I_0}{\tau}\, e^{-t/\tau}$, d'où

$$I_0\, e^{-t/\tau}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{R + r}{L}\right) + \frac{R + r}{L}\, I_0 = \frac{E}{L}$$

Identification. L'égalité vaut à tout instant : $\tau = \dfrac{L}{R + r}$ et $I_0 = \dfrac{E}{R + r}$.

Continuité. $i(0) = 0$, comme avant la fermeture.

Conclusion. La solution convient avec $I_0 = \dfrac{E}{R + r}$ et $\tau = \dfrac{L}{R + r}$.

A.3. 0,75 pts

Montrer que la tension aux bornes de la bobine s'écrit

$$u_L(t) = E - R\,I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

En déduire $u_L(0)$, puis la valeur finale de u_L en fonction de E, R et r.

INDICE

Outil : $u_L = E - u_R$ et $u_R = R\,i$. **Point délicat :** $e^{-t/\tau}$ tend vers 0 quand t devient grand.

CORRIGÉ

Expression. D'après la loi d'additivité, $u_L = E - R\,i$, d'où l'expression annoncée.

Instant initial. $u_L(0) = E - 0 = E$: à la fermeture, toute la tension du générateur est aux bornes de la bobine.

Valeur finale.

$$u_L \to E - \frac{R\,E}{R + r} = \frac{r\,E}{R + r}$$

Conclusion. u_L décroît de E à $\dfrac{r\,E}{R + r}$: la bobine finit par se comporter comme un conducteur ohmique de résistance r.

A.4. 1 pts

Application numérique : $E = 12\,\text{V}$, $R = 20\,\Omega$, $r = 4{,}0\,\Omega$, $L = 0{,}72\,\text{H}$. Calculer I_0, τ et la valeur finale de u_L.

INDICE

Outil : $R + r = 24\,\Omega$.

CORRIGÉ

Intensité permanente. D'après A.2, $I_0 = \dfrac{E}{R + r}$; en unités SI, $I_0 = \dfrac{12}{24} = 0{,}50\,\text{A}$.

Constante de temps. $\tau = \dfrac{L}{R + r}$, soit $\tau = \dfrac{0{,}72}{24} = 3{,}0 \times 10^{-2}\,\text{s}$, ou $30\,\text{ms}$.

Tension finale. D'après A.3, en unités SI :

$$u_L = \frac{r\,E}{R + r}$$
$$u_L = \frac{4{,}0 \times 12}{24}$$
$$u_L = 2{,}0\,\text{V}$$

Conclusion. $I_0 = 0{,}50\,\text{A}$, $\tau = 30\,\text{ms}$ et u_L tend vers $2{,}0\,\text{V}$.

B.1. 0,75 pts

Partie B : rupture du courant et énergie. La même bobine ($L = 0{,}72\,\mathrm{H}$, $r = 4{,}0\,\Omega$) est alimentée sous $E' = 12\,\mathrm{V}$ avec un conducteur ohmique $R' = 26\,\Omega$ (document). Le régime permanent atteint, on ouvre K à l'instant $t = 0$.

Montrer que l'intensité vaut $0{,}40\,\mathrm{A}$ juste après l'ouverture, puis calculer la constante de temps τ' de la rupture.

INDICE

Outil : la continuité de l'intensité ; le courant de rupture traverse R', la bobine et la diode.

CORRIGÉ

Avant l'ouverture. $I'_0 = \dfrac{E'}{R' + r}$, soit, en unités SI, $I'_0 = \dfrac{12}{26 + 4{,}0} = 0{,}40\,\mathrm{A}$.

Juste après. L'intensité dans la bobine est continue : elle vaut encore $0{,}40\,\mathrm{A}$.

Constante de temps. La maille de rupture a la résistance $R' + r = 30\,\Omega$:

$$\tau' = \frac{L}{R' + r}$$
$$\tau' = \frac{0{,}72}{30}$$
$$\tau' = 2{,}4 \times 10^{-2}\,\mathrm{s}$$

Conclusion. Juste après l'ouverture, $i = 0{,}40\,\mathrm{A}$; la rupture a pour constante de temps $\tau' = 24\,\mathrm{ms}$.

B.2. 0,5 pts

Un capteur de courant enregistre $i(t)$ pendant la rupture. Décrire deux méthodes graphiques qui donnent τ' sur cet enregistrement, et calculer l'intensité à repérer pour l'une d'elles.

INDICE

Outil : les deux lectures de la constante de temps sur une courbe de rupture.

CORRIGÉ

Méthode des 37 %. À l'instant τ', $i(\tau') = I'_0\, e^{-1}$. En unités SI :

$$i(\tau') = 0{,}40 \times 0{,}368$$
$$i(\tau') \approx 0{,}15\,\mathrm{A}$$

On lit l'abscisse du point où la courbe passe à $0{,}15\,\mathrm{A}$.

Méthode de la tangente. On trace la tangente à la courbe en $t = 0$; elle coupe l'axe des temps à l'abscisse τ'.

Conclusion. Les deux lectures, approchées, doivent donner environ $24\,\mathrm{ms}$; on nomme la méthode employée.

B.3. 0,75 pts

Calculer l'énergie emmagasinée dans la bobine à l'instant de l'ouverture, puis à l'instant $t = \tau'$.

INDICE

Outil : l'énergie emmagasinée dans une bobine. **Ensuite :** l'énergie dépend du carré de l'intensité.

CORRIGÉ

À l'ouverture. $\mathcal{E}'_0 = \dfrac{1}{2}\,L\,I_0'^{\,2}$, en unités SI :

$$\begin{aligned}\mathcal{E}'_0 &= 0{,}5 \times 0{,}72 \\ &\quad \times 0{,}40^2 \\ \mathcal{E}'_0 &\approx 5{,}8 \times 10^{-2}\ \text{J}\end{aligned}$$

À l'instant τ'. L'intensité est multipliée par e^{-1}, l'énergie par e^{-2}. Avec $\mathcal{E}'_0$ en millijoules :

$$\begin{aligned}\mathcal{E}(\tau') &= \mathcal{E}'_0\,e^{-2} \\ \mathcal{E}(\tau') &= 57{,}6 \times 0{,}135 \\ \mathcal{E}(\tau') &\approx 7{,}8\,\text{mJ}\end{aligned}$$

Conclusion. La bobine emmagasine environ $58\,\text{mJ}$ à l'ouverture ; il n'en reste qu'environ $7{,}8\,\text{mJ}$ en $t = \tau'$.

B.4. 0,75 pts

Sans la diode, l'ouverture de K ferait jaillir une étincelle entre ses contacts. En reliant l'expression de u_L, le rôle de la diode et l'énergie calculée à la question précédente, expliquer l'origine de l'étincelle et ce que devient l'énergie de la bobine avec la diode.

INDICE

Point délicat : compare la durée pendant laquelle l'énergie est libérée, avec et sans diode.

CORRIGÉ

Sans diode. Le courant n'a plus de chemin : il devrait passer de $0{,}40\ \text{A}$ à zéro presque instantanément. Dans $u_L = r\,i + L\,\dfrac{\text{d}i}{\text{d}t}$, le second terme deviendrait énorme ; cette surtension se retrouverait aux bornes de l'interrupteur.

Étincelle. La surtension ionise l'air entre les contacts de K : l'énergie de la bobine, près de $58\,\text{mJ}$, est libérée en un temps très court dans cette étincelle.

Avec la diode. Le courant se referme par la diode et décroît en quelques τ', soit une centaine de millisecondes. L'énergie est convertie en chaleur par effet Joule dans R' et dans r, sans surtension.

Conclusion. L'étincelle vient de la chute brutale de l'intensité ; la diode laisse le courant décroître progressivement et l'énergie de la bobine est dissipée dans le circuit.