BURHAN

Dipôle RL : exercices, application

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/dipole-rl/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Dipôle RL	Application	8

Exercice 1

Tension aux bornes de la bobine d'une électrovanne

La bobine d'une électrovanne d'arrosage a une inductance $L = 0{,}60\,\mathrm{H}$ et une résistance $r = 15\,\Omega$. On l'étudie en convention récepteur : u_L est la tension à ses bornes et i l'intensité du courant qui la traverse.

1.

À un instant t_1, l'intensité vaut $i = 0{,}12\,\mathrm{A}$ et augmente : $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 2{,}5\,\mathrm{A\cdot s^{-1}}$. Calculer u_L à cet instant.

INDICE

Outil : la tension aux bornes d'une bobine (L, r) en convention récepteur.

CORRIGÉ

Relation. $u_L = r\,i + L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$.

Application numérique.

$$\begin{aligned} u_L &= 15 \times 0{,}12 \\ &\quad + 0{,}60 \times 2{,}5 \\ u_L &= 1{,}8 + 1{,}5 \\ u_L &= 3{,}3\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

Conclusion. À l'instant t_1, la tension aux bornes de la bobine vaut $3{,}3\,\mathrm{V}$.

2.

Plus tard, le régime permanent est atteint avec une intensité de $0{,}48\,\mathrm{A}$. Calculer u_L.

INDICE

Point délicat : en régime permanent, l'intensité ne varie plus ; un des deux termes disparaît.

CORRIGÉ

Régime permanent. L'intensité est constante : $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0$, donc $u_L = r\,i$.

$$\begin{aligned} u_L &= 15 \times 0{,}48 \\ u_L &= 7{,}2\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

Conclusion. En régime permanent, $u_L = 7{,}2\,\mathrm{V}$: la bobine se comporte comme un conducteur ohmique de résistance $15\,\Omega$.

3.

Lors d'une baisse de la tension d'alimentation, on relève à un instant t_2 : $i = 0{,}20\ \text{A}$ et $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = -4{,}0\ \text{A}\cdot\text{s}^{-1}$. Calculer chaque terme de u_L, puis u_L.

INDICE

Début : le terme $r\,i$ est positif ; le signe de $L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ est celui de $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$.

CORRIGÉ

Terme résistif. $r\,i = 15 \times 0{,}20 = 3{,}0\ \text{V}$.

Terme inductif. $L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0{,}60 \times (-4{,}0) = -2{,}4\ \text{V}$: il est négatif, car l'intensité diminue.

Somme.

$$u_L = 3{,}0 - 2{,}4$$
$$u_L = 0{,}60\ \text{V}$$

Conclusion. À l'instant t_2, $u_L = 0{,}60\ \text{V}$: le terme inductif, négatif, réduit la tension par rapport au terme résistif seul.

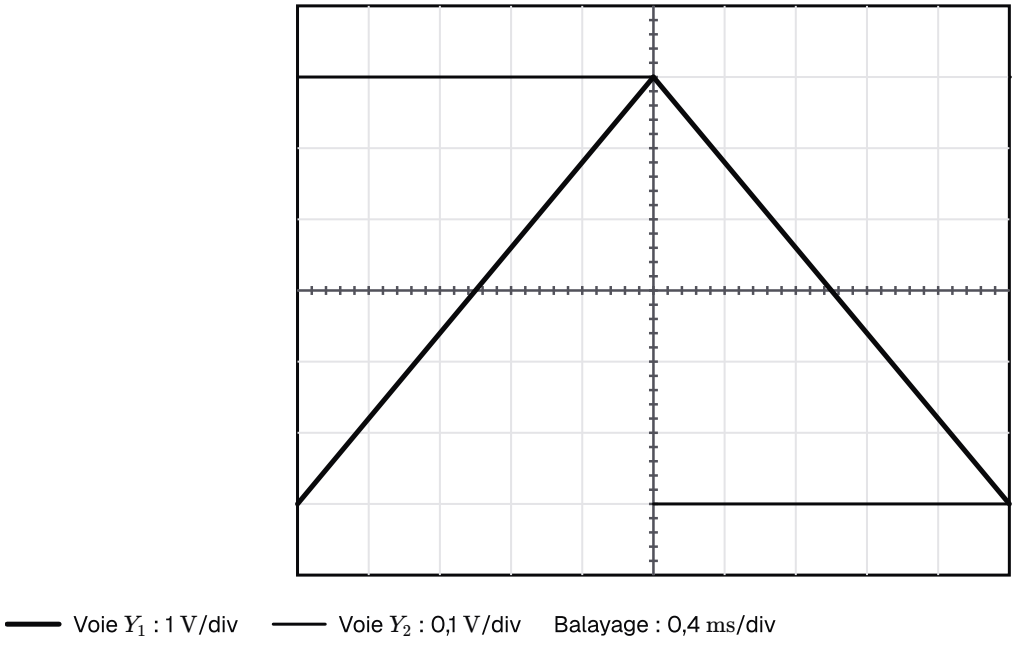
Exercice 2

Inductance d'un électroaimant de jouet par une tension triangulaire

On veut mesurer l'inductance de la bobine d'un électroaimant de jouet, de résistance négligeable. Un générateur basses fréquences délivre une tension triangulaire. Il alimente en série un conducteur ohmique de résistance $R = 1{,}2\,\mathrm{k\Omega}$ et la bobine.

L'oscilloscope montre u_R sur la voie Y_1 et u_L sur la voie Y_2, dont la touche d'inversion est enfoncée.

Document. Oscillogramme : voie Y_1 à $1{,}0\,\mathrm{V/div}$, voie Y_2 à $0{,}10\,\mathrm{V/div}$, balayage à $0{,}40\,\mathrm{ms/div}$.



Tension du conducteur ohmique et tension de la bobine

1.

Sur une montée de u_R, lire la variation de u_R et sa durée, puis calculer $\dfrac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t}$.

INDICE

Outil : une variation en divisions se multiplie par la sensibilité de la voie, une durée par celle du balayage.

CORRIGÉ

Lecture. u_R monte de -3 à $+3$ divisions, soit $6 \times 1{,}0 = 6{,}0\,\mathrm{V}$, en 5 divisions, soit $5 \times 0{,}40 = 2{,}0\,\mathrm{ms}$.

Pente.

$$\frac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t} = \frac{6{,}0}{2{,}0 \times 10^{-3}} = 3{,}0 \times 10^{3}\,\mathrm{V \cdot s^{-1}}$$

Conclusion. Pendant une montée, u_R croît de $3{,}0 \times 10^{3}\,\mathrm{V \cdot s^{-1}}$.

2.

En déduire la valeur de $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ pendant cette montée.

INDICE

Outil : la loi d'Ohm $u_R = R\,i$; R est constante.

CORRIGÉ

Relation. $i = \dfrac{u_R}{R}$, donc $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \dfrac{1}{R}\,\dfrac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t}$.

Application numérique. Avec $R = 1{,}2 \times 10^{3}\,\Omega$:

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \frac{3{,}0 \times 10^{3}}{1{,}2 \times 10^{3}}$$
$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 2{,}5\ \mathrm{A \cdot s^{-1}}$$

Conclusion. Pendant une montée de u_R, l'intensité augmente de $2{,}5\ \mathrm{A \cdot s^{-1}}$.

3.

Lire u_L pendant la montée, puis calculer l'inductance L de la bobine.

INDICE

Outil : pour une bobine de résistance négligeable, $u_L = L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$.

CORRIGÉ

Lecture. Pendant la montée, u_L vaut 3 divisions, soit $3 \times 0{,}10 = 0{,}30\ \mathrm{V}$.

Inductance.

$$L = \frac{u_L}{\mathrm{d}i/\mathrm{d}t} = \frac{0{,}30}{2{,}5}$$
$$L = 0{,}12\ \mathrm{H}$$

Conclusion. L'inductance de la bobine de l'électroaimant vaut $0{,}12\ \mathrm{H}$, soit $120\ \mathrm{mH}$.

Exercice 3

Constante de temps de la bobine d'un contacteur

La bobine d'un contacteur a une inductance $L = 0{,}90\,\mathrm{H}$ et une résistance $r = 30\,\Omega$. Elle est montée en série avec un conducteur ohmique de résistance $R = 150\,\Omega$, puis soumise à un échelon de tension.

1.

Montrer, par une équation aux dimensions, que le quotient $\dfrac{L}{R+r}$ a la dimension d'un temps.

INDICE

Début : $L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ est une tension et $R\,i$ aussi. **Ensuite :** écris $[L]$ et $[R]$ avec $[U]$, $[I]$ et $[T]$.

CORRIGÉ

Inductance. $L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ est une tension, donc $[U] = [L]\,\dfrac{[I]}{[T]}$ et $[L] = \dfrac{[U]\,[T]}{[I]}$.

Résistance. D'après la loi d'Ohm, $[R] = \dfrac{[U]}{[I]}$, comme $[R+r]$.

Quotient.

$$\begin{aligned}\left[\frac{L}{R+r}\right] &= \frac{[U]\,[T]}{[I]} \times \frac{[I]}{[U]} \\ &= [T]\end{aligned}$$

Conclusion. Le quotient $\dfrac{L}{R+r}$ a la dimension d'un temps : il s'exprime en secondes.

2.

Calculer la constante de temps τ du dipôle.

INDICE

Point délicat : la résistance totale du circuit comprend celle du fil de la bobine.

CORRIGÉ

Relation. $\tau = \dfrac{L}{R+r}$, avec $R + r = 150 + 30 = 180\,\Omega$.

Application numérique.

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{0{,}90}{180} \\ \tau &= 5{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}\end{aligned}$$

Conclusion. La constante de temps vaut $5{,}0\,\mathrm{ms}$.

3.

Estimer la durée du régime transitoire.

INDICE

Outil : au bout de 5τ, l'intensité diffère de sa valeur finale de moins de $1\,\%$.

CORRIGÉ

Durée. Au-delà de $5\tau = 5 \times 5{,}0 = 25\,\text{ms}$, l'intensité reste à moins de $1\,\%$ de sa valeur finale.

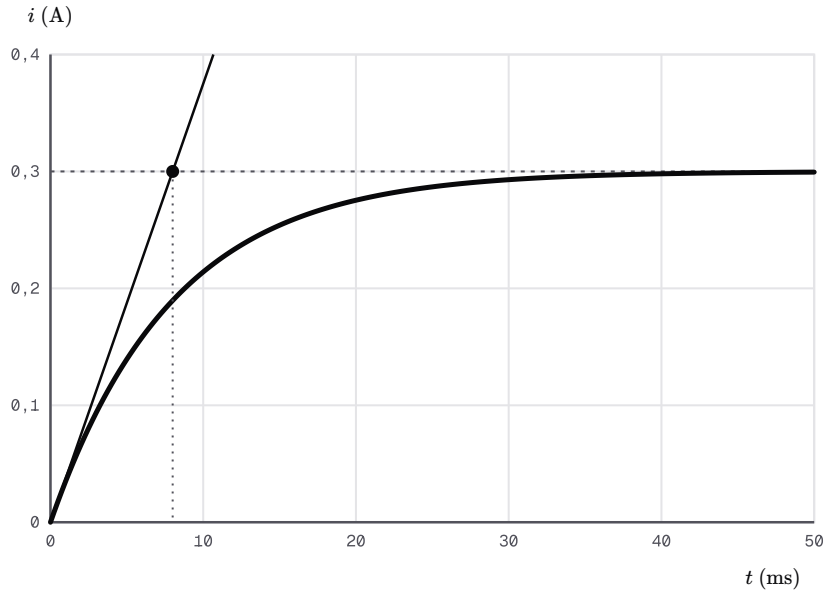
Conclusion. Le régime transitoire dure environ $25\,\text{ms}$: au-delà, le courant dans la bobine du contacteur garde sa valeur finale.

Exercice 4

Intensité permanente et constante de temps lues sur une courbe

Une bobine de lissage est montée en série avec un conducteur ohmique. L'ensemble forme un dipôle RL de résistance totale $R + r$, soumis à l'instant $t = 0$ à un échelon de tension de 0 à $E = 12\,\text{V}$.

Document. Courbe de l'intensité $i(t)$ du courant, avec la tangente à l'origine.



Établissement du courant dans la bobine de lissage

Demi-tangente calculée en x = 0 : coefficient directeur ≈ 0,0375 ; elle coupe la droite y = 0,3 en x ≈ 8.

1.

Lire sur le document l'intensité I_0 du régime permanent et la constante de temps τ, en nommant la méthode employée.

INDICE

Outil : l'asymptote horizontale donne I_0 ; la tangente à l'origine la rencontre à l'instant τ.

CORRIGÉ

Intensité permanente. La courbe tend vers l'asymptote $i = I_0$, avec $I_0 \approx 0{,}30\,\text{A}$.

Méthode de la tangente. La tangente à l'origine coupe cette asymptote au point d'abscisse $t \approx 8\,\text{ms}$, donc $\tau \approx 8{,}0\,\text{ms}$.

Contrôle à 63 %. À cet instant, la courbe passe près de $0{,}63 \times 0{,}30 \approx 0{,}19\,\text{A}$.

Conclusion. On lit $I_0 \approx 0{,}30\,\text{A}$ et $\tau \approx 8{,}0\,\text{ms}$.

2.

Calculer la résistance totale $R + r$ du dipôle.

INDICE

Outil : en régime permanent, $I_0 = \dfrac{E}{R + r}$.

CORRIGÉ

Relation. $R + r = \dfrac{E}{I_0}$.

$$R + r = \frac{12}{0{,}30}$$
$$R + r = 40\,\Omega$$

Conclusion. La résistance totale du dipôle vaut $40\,\Omega$.

3.

En déduire l'inductance L de la bobine de lissage.

INDICE

Outil : $\tau = \dfrac{L}{R + r}$. **Point délicat :** convertis τ en secondes.

CORRIGÉ

Relation. $L = \tau\,(R + r)$, avec $\tau = 8{,}0 \times 10^{-3}\,\text{s}$.

$$L = 8{,}0 \times 10^{-3} \times 40$$
$$L = 0{,}32\,\text{H}$$

Conclusion. L'inductance de la bobine de lissage vaut environ $0{,}32\,\text{H}$.

Exercice 5

Décroissance du courant dans la bobine d'une sonnette

Un courant d'intensité $I_0 = 0{,}16\ \mathrm{A}$ est établi dans la bobine d'une sonnette, protégée par une diode de roue libre. À l'instant $t = 0$, on ouvre l'interrupteur : l'intensité devient

$$i(t) = I_0\, e^{-t/\tau}$$

avec $\tau = 12\,\mathrm{ms}$. Valeurs utiles : $e^{-1} \approx 0{,}368$, $e^{-2} \approx 0{,}135$ et $e^{-5} \approx 0{,}00674$.

1.

Calculer l'intensité aux instants $t = \tau$ et $t = 2\tau$.

INDICE

Outil : en $t = \tau$, l'exposant vaut -1 ; en $t = 2\tau$, il vaut -2.

CORRIGÉ

Instant $t = \tau$.

$$i(\tau) = 0{,}16 \times 0{,}368$$
$$i(\tau) \approx 59\,\mathrm{mA}$$

Instant $t = 2\tau$.

$$i(2\tau) = 0{,}16 \times 0{,}135$$
$$i(2\tau) \approx 22\,\mathrm{mA}$$

Conclusion. L'intensité vaut environ $59\,\mathrm{mA}$ en $t = \tau$ et $22\,\mathrm{mA}$ en $t = 2\tau$.

2.

Calculer $i(5\tau)$. À partir de quel instant peut-on considérer le courant comme éteint ?

INDICE

Outil : compare $i(5\tau)$ à $1\,\%$ de I_0.

CORRIGÉ

Valeur.

$$i(5\tau) = 0{,}16 \times 0{,}00674$$
$$i(5\tau) \approx 1{,}1\,\mathrm{mA}$$

Seuil. $1\,\%$ de I_0 vaut $1{,}6\,\mathrm{mA}$: en $t = 5\tau$, l'intensité est déjà plus faible.

Conclusion. Le courant peut être considéré comme éteint à partir de $5\tau = 60\,\mathrm{ms}$.

3.

Calculer la pente de la tangente à l'origine de la courbe $i(t)$, puis l'instant où cette tangente coupe l'axe des temps.

INDICE

Outil : la dérivée de $t \mapsto e^{-t/\tau}$ est $t \mapsto -\dfrac{1}{\tau}\,e^{-t/\tau}$.

CORRIGÉ

Pente. $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}(0) = -\dfrac{I_0}{\tau}$:

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}(0) = -\frac{0{,}16}{0{,}012}$$
$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}(0) \approx -13\ \mathrm{A\cdot s^{-1}}$$

Intersection. La tangente a pour équation $i = I_0 - \dfrac{I_0}{\tau}\,t$; elle s'annule pour $t = \tau$.

Conclusion. La tangente à l'origine, de pente $-13\ \mathrm{A\cdot s^{-1}}$ environ, coupe l'axe des temps en $t = \tau = 12\,\mathrm{ms}$.

Exercice 6

Énergie emmagasinée par deux bobines d'un banc de test

Un banc de test comporte deux bobines en régime permanent. La bobine (1) a une inductance $L_1 = 0{,}80\,\mathrm{H}$ et est traversée par $I_1 = 0{,}25\,\mathrm{A}$. La bobine (2) a une inductance $L_2 = 0{,}25\,\mathrm{H}$ et est traversée par $I_2 = 0{,}40\,\mathrm{A}$.

1.

Calculer l'énergie $\mathcal{E}_1$ emmagasinée dans la bobine (1).

INDICE

Outil : l'énergie emmagasinée dans une bobine.

CORRIGÉ

Relation. $\mathcal{E}_1 = \dfrac{1}{2}\,L_1\,I_1^2$.

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_1 &= 0{,}5 \times 0{,}80 \\ &\quad \times 0{,}25^2 \\ \mathcal{E}_1 &= 2{,}5 \times 10^{-2}\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

Conclusion. La bobine (1) emmagasine $25\,\mathrm{mJ}$.

2.

Calculer l'énergie $\mathcal{E}_2$ emmagasinée dans la bobine (2). Laquelle des deux bobines emmagasine le plus d'énergie ?

INDICE

Point délicat : l'intensité intervient au carré.

CORRIGÉ

Énergie.

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_2 &= 0{,}5 \times 0{,}25 \\ &\quad \times 0{,}40^2 \\ \mathcal{E}_2 &= 2{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

Comparaison. $20\,\mathrm{mJ} < 25\,\mathrm{mJ}$: malgré une intensité plus grande, la bobine (2) emmagasine moins, car son inductance est plus de trois fois plus faible.

Conclusion. La bobine (1) emmagasine le plus d'énergie.

3.

Quelle intensité faudrait-il faire passer dans la bobine (2) pour qu'elle emmagasine la même énergie que la bobine (1) ?

INDICE

Outil : isole i dans $\mathcal{E} = \dfrac{1}{2}\,L\,i^2$, avec $i > 0$.

CORRIGÉ

Expression. $i = \sqrt{\dfrac{2\,\mathcal{E}_1}{L_2}}$.

$$i = \sqrt{\frac{2 \times 0{,}025}{0{,}25}}$$
$$i \approx 0{,}45\ \text{A}$$

Conclusion. Il faudrait une intensité d'environ $0{,}45\ \text{A}$ dans la bobine (2).

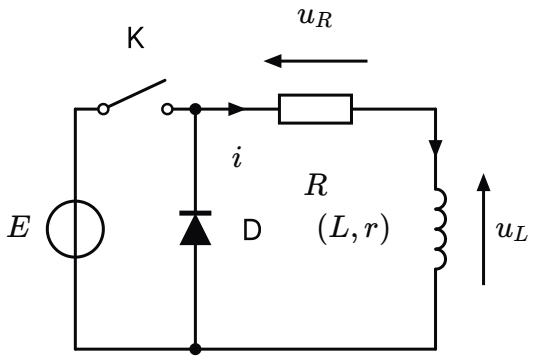
Exercice 7

Continuité de l'intensité dans un verrou électrique

La bobine (L, r) du verrou électrique d'un portail, de résistance $r = 4{,}0\,\Omega$, est associée en série à un conducteur ohmique $R = 21\,\Omega$. Un générateur de tension $E = 7{,}5\,\mathrm{V}$ alimente l'ensemble par l'interrupteur K.

Une diode D, supposée idéale, relie les deux extrémités de la branche formée par le conducteur ohmique et la bobine.

Document. Schéma du montage, interrupteur ouvert.



Verrou électrique protégé par une diode de roue libre

1.

On ferme l'interrupteur à l'instant $t = 0$. Donner l'intensité i juste après la fermeture, puis en déduire u_R et u_L à cet instant.

INDICE

Outil : la continuité de l'intensité du courant dans une bobine. **Ensuite :** la loi d'additivité des tensions.

CORRIGÉ

Intensité. Avant la fermeture, aucun courant ne circule. L'intensité dans la bobine ne peut pas varier brusquement : juste après la fermeture, $i = 0$.

Tensions. La diode est bloquée. $u_R = R\,i = 0$ et, d'après la loi d'additivité, $u_L = E - u_R = 7{,}5\,\mathrm{V}$.

Conclusion. Juste après la fermeture, $i = 0$, $u_R = 0$ et $u_L = 7{,}5\,\mathrm{V}$: toute la tension du générateur se retrouve aux bornes de la bobine.

2.

Calculer l'intensité I_0 du courant en régime permanent.

INDICE

Outil : en régime permanent, la bobine se comporte comme un conducteur ohmique de résistance r.

CORRIGÉ

Relation. $I_0 = \dfrac{E}{R + r}$, avec $R + r = 25\,\Omega$.

$$I_0 = \frac{7{,}5}{25}$$
$$I_0 = 0{,}30\,\text{A}$$

Conclusion. En régime permanent, l'intensité vaut $0{,}30\,\text{A}$.

3.

On ouvre ensuite l'interrupteur. Donner l'intensité juste après l'ouverture, calculer u_L à cet instant et préciser le rôle de la diode.

INDICE

Point délicat : après l'ouverture, le courant se referme par la diode ; la tension de la diode idéale est nulle.

CORRIGÉ

Intensité. Par continuité, juste après l'ouverture, $i = I_0 = 0{,}30\,\text{A}$, dans le même sens.

Tension. Dans la maille formée du conducteur ohmique, de la bobine et de la diode, $u_R + u_L = 0$, donc $u_L = -R\,i$:

$$u_L = -21 \times 0{,}30$$
$$u_L = -6{,}3\,\text{V}$$

Rôle de la diode. Elle offre au courant de la bobine un chemin pour décroître sans à-coup, ce qui évite une surtension et une étincelle aux bornes de l'interrupteur.

Conclusion. Juste après l'ouverture, $i = 0{,}30\,\text{A}$ et $u_L = -6{,}3\,\text{V}$; la diode, devenue passante, protège le circuit.

Exercice 8

Vérifier par substitution une solution de l'équation d'établissement

Dans un dipôle RL alimenté à l'instant $t = 0$ par un générateur de tension, l'intensité vérifie, pour $t \geq 0$:

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + 400\, i = 60$$

avec i en ampères et t en secondes.

1.

On propose $i(t) = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$, où I_0 et τ sont des constantes positives. Montrer que cette fonction est solution de l'équation si $\dfrac{1}{\tau} = 400\,\mathrm{s^{-1}}$ et $400\, I_0 = 60$.

INDICE

Début : dérive $i(t)$. **Ensuite :** remplace, puis regroupe les termes en $e^{-t/\tau}$.

CORRIGÉ

Dérivée. $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \dfrac{I_0}{\tau}\, e^{-t/\tau}$.

Substitution. L'équation devient

$$I_0\, e^{-t/\tau}\left(\frac{1}{\tau} - 400\right) + 400\, I_0 = 60$$

Identification. Si $\dfrac{1}{\tau} = 400\,\mathrm{s^{-1}}$, le premier terme est nul ; si de plus $400\, I_0 = 60$, l'égalité est vraie à tout instant.

Conclusion. Sous ces deux conditions, $i(t) = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ est solution de l'équation.

2.

Calculer τ et I_0, puis vérifier que la solution respecte la continuité de l'intensité à l'instant $t = 0$.

INDICE

Outil : avant la fermeture, aucun courant ne traverse la bobine.

CORRIGÉ

Constante de temps. $\tau = \dfrac{1}{400} = 2{,}5 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}$, soit $2{,}5\,\mathrm{ms}$.

Intensité permanente.

$$I_0 = \frac{60}{400}$$
$$I_0 = 0{,}15\,\mathrm{A}$$

Instant initial. $i(0) = I_0\,(1 - e^{0}) = 0$: l'intensité part de zéro, comme avant la fermeture.

Conclusion. $\tau = 2{,}5\,\mathrm{ms}$ et $I_0 = 0{,}15\,\mathrm{A}$; la solution respecte la continuité de l'intensité.

3.

La bobine a une inductance $L = 0{,}075\,\mathrm{H}$. En comparant avec l'équation différentielle de l'établissement du courant, calculer la résistance totale $R + r$ et la tension E du générateur.

INDICE

Outil : l'équation s'écrit $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \dfrac{R+r}{L}\,i = \dfrac{E}{L}$; identifie terme à terme.

CORRIGÉ

Résistance totale. $\dfrac{R+r}{L} = 400$, donc

$$R + r = 400 \times 0{,}075$$
$$R + r = 30\,\Omega$$

Tension. $\dfrac{E}{L} = 60$, donc

$$E = 60 \times 0{,}075$$
$$E = 4{,}5\,\mathrm{V}$$

Conclusion. Le dipôle a une résistance totale de $30\,\Omega$ et le générateur délivre $4{,}5\,\mathrm{V}$.