BURHAN

Dipôle RC

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/dipole-rc/resume

Chapitre	Semestre
Dipôle RC	Semestre 1

Condensateur, charge et capacité

Un condensateur accumule des charges opposées sur ses deux armatures. Deux relations portent tout le chapitre : l'intensité est le débit de charge, et la charge est proportionnelle à la tension.

Définition : Condensateur et charge du condensateur

Un **condensateur** est un dipôle formé de deux conducteurs, les **armatures** A et B, séparés par un isolant.

Lorsqu'il est chargé, ses armatures portent des charges opposées :

$$q_B = -q_A$$

La **charge du condensateur** est la charge $q = q_A$ de l'armature A, celle par laquelle entre le courant orienté. Elle s'exprime en coulombs (C).

Définition : Intensité du courant et charge en convention récepteur

Le condensateur est orienté en **convention récepteur** : le courant d'intensité i entre par l'armature A et la tension $u_C = u_{AB}$ est fléchée vers A.

L'intensité est le débit de charge reçu par l'armature A :

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$

avec q en coulombs, t en secondes et i en ampères. Si $i > 0$, la charge q augmente ; si $i < 0$, elle diminue.

Propriété : Relation entre charge et tension : capacité

La charge d'un condensateur est proportionnelle à la tension entre ses bornes, en convention récepteur :

$$q = C\,u_C$$

Le coefficient $C > 0$ est la **capacité** du condensateur. Elle s'exprime en farads (F), le plus souvent en sous-multiples :

- $1\,\mu\mathrm{F} = 10^{-6}\,\mathrm{F}$;

- $1\,\mathrm{nF} = 10^{-9}\,\mathrm{F}$;
- $1\,\mathrm{pF} = 10^{-12}\,\mathrm{F}$.

Propriété : Intensité et tension aux bornes du condensateur

En convention récepteur, pour un condensateur de capacité C constante :

$$i = C\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

L'intensité est nulle lorsque la tension u_C ne varie plus.

Attention : Charge de quelle armature ?

Écrire $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ suppose que q est la charge de l'armature où entre le courant orienté. Si l'on suit l'autre armature, de charge $q_B = -q$, un signe moins apparaît : $i = -\dfrac{\mathrm{d}q_B}{\mathrm{d}t}$.

Exemple : Calculer la charge d'un condensateur

Sous $3{,}3\,\mathrm{V}$, un condensateur de $100\,\mathrm{nF}$ porte la charge :

$$\begin{aligned} q &= C\,u_C \\ &= 1{,}00\times10^{-7}\,\mathrm{F}\times 3{,}3\,\mathrm{V} \\ &= 3{,}3\times10^{-7}\,\mathrm{C} \end{aligned}$$

L'autre armature porte $-3{,}3\times10^{-7}\,\mathrm{C}$. Le résultat garde deux chiffres significatifs, ceux de la donnée la moins précise.

Mesure de la capacité : méthode à courant constant

Méthode : Mesurer une capacité à courant constant

1. **Décharger** le condensateur avec l'interrupteur monté en parallèle, puis l'ouvrir à $t = 0$ pour lancer la charge.
2. **Courant constant** I : la charge croît comme $q = I\,t$, donc $u_C = \dfrac{I}{C}\,t$.
3. **Graphique** : les points (t, u_C) s'alignent sur une droite passant par l'origine ; lire sa pente k en $\mathrm{V\cdot s^{-1}}$.
4. **Conclure** : $C = \dfrac{I}{k}$, avec I en ampères.

Exemple : Capacité tirée de la pente d'une droite

Avec $I = 20\,\mu\mathrm{A}$, la droite de modélisation de $u_C(t)$ a pour pente $k = 4{,}0\,\mathrm{V\cdot s^{-1}}$:

$$\begin{aligned} C &= \frac{I}{k} \\ &= \frac{20 \times 10^{-6}\,\mathrm{A}}{4{,}0\,\mathrm{V \cdot s^{-1}}} \\ &= 5{,}0 \times 10^{-6}\,\mathrm{F} \end{aligned}$$

La capacité vaut $5{,}0\,\mu\mathrm{F}$.

Remarque : Montage de la mesure

Le générateur idéal de courant alimente le condensateur ; un interrupteur monté en parallèle sur le condensateur permet de le décharger avant la mesure ; un voltmètre ou un système d'acquisition mesure u_C. Les mesures se notent dans un tableau, puis se reportent sur un graphique.

Capacité équivalente d'une association de condensateurs

Propriété : Condensateurs associés en parallèle

Deux condensateurs de capacités C_1 et C_2 montés en parallèle se comportent comme un condensateur unique de capacité

$$C_{\mathrm{eq}} = C_1 + C_2$$

La capacité équivalente est supérieure à chacune des deux capacités.

Propriété : Condensateurs associés en série

Deux condensateurs de capacités C_1 et C_2, initialement déchargés et montés en série, se comportent comme un condensateur unique de capacité C_{eq} telle que

$$\frac{1}{C_{\mathrm{eq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

La capacité équivalente est inférieure à chacune des deux capacités.

Méthode : Calculer une capacité équivalente

1. **Repérer le montage** : mêmes bornes, montage en parallèle ; même courant traversant, montage en série.
2. **Appliquer** la somme des capacités en parallèle, la somme des inverses en série. Pour deux condensateurs en série, $C_{\mathrm{eq}} = \dfrac{C_1\,C_2}{C_1 + C_2}$.
3. **Contrôler** le résultat : plus grand que chaque capacité en parallèle, plus petit en série.

Exemple : Deux condensateurs associés de deux façons

Pour $C_1 = 12\,\mu\text{F}$ et $C_2 = 6{,}0\,\mu\text{F}$, en parallèle :

$$\begin{aligned} C_{\text{eq}} &= C_1 + C_2 \\ &= 18\,\mu\text{F} \end{aligned}$$

En série :

$$\begin{aligned} C_{\text{eq}} &= \frac{C_1\,C_2}{C_1 + C_2} \\ &= \frac{12 \times 6{,}0}{18}\,\mu\text{F} \\ &= 4{,}0\,\mu\text{F} \end{aligned}$$

Chaque résultat passe le contrôle de la méthode.

Attention : Ne pas copier la règle des résistors

Pour les condensateurs, c'est le montage en **parallèle** qui additionne directement : $C_{\text{eq}} = C_1 + C_2$. Les résistors font l'inverse : leurs résistances s'ajoutent en série. Confondre les deux règles inverse le résultat.

Remarque : Intérêt de chaque montage

En parallèle, la capacité augmente : sous une même tension, l'association stocke plus de charge. **En série**, la capacité diminue et chaque condensateur n'est soumis qu'à une part de la tension appliquée.

Équation différentielle et solution lors de la charge

Propriété : Équation différentielle de la charge d'un dipôle RC

Un dipôle RC série (résistor de résistance R, condensateur de capacité C) est soumis, à partir de $t = 0$, à un **échelon de tension** : la tension à ses bornes passe de 0 à la valeur constante E.

En convention récepteur, pour $t \geq 0$, la tension u_C vérifie l'équation différentielle

$$RC\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = E$$

et la charge vérifie $R\,\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} + \dfrac{q}{C} = E$.

Méthode : Établir une équation différentielle

1. **Orienter** le courant i vers l'armature étudiée et flécher u_R et u_C en convention récepteur.
2. **Additivité des tensions** : $u_R + u_C = E$ pendant la charge, $u_R + u_C = 0$ pendant la décharge.
3. **Lois des dipôles** : $u_R = R\,i$ et $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$; pour l'équation vérifiée par q, $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ et $u_C = \dfrac{q}{C}$.

4. **Écrire** l'équation, terme dérivé en premier : $RC\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = E$ en charge.

Propriété : Outil de mathématiques admis : la fonction exponentielle

La fonction exponentielle, notée $x \mapsto e^x$, est **admise** dans ce chapitre avec les propriétés suivantes.

- Pour tout réel x, $e^x > 0$; $e^0 = 1$; $e^{a+b} = e^a\,e^b$.
- Pour une constante k, la fonction $t \mapsto e^{kt}$ a pour dérivée $t \mapsto k\,e^{kt}$.
- e^{-x} tend vers 0 quand x tend vers $+\infty$.
- Pour $y > 0$, l'équation $e^x = y$ a une seule solution, notée $\ln y$.
- Valeurs utiles : $e^{-1} \approx 0{,}37$ et $e^{-5} \approx 0{,}0067$.

Propriété : Expression de la tension lors de la charge

Le condensateur étant déchargé à $t = 0$, la tension à ses bornes est, pour $t \geq 0$,

$$u_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

avec $\tau = RC$. La charge vaut $q(t) = C\,E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$; elle tend vers $C\,E$.

Méthode : Vérifier une solution et fixer ses constantes

1. **Dériver** la forme proposée, par exemple $u_C(t) = A\,e^{-t/\tau} + B$: $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{A}{\tau}\,e^{-t/\tau}$.
2. **Remplacer** dans l'équation, puis regrouper le terme en exponentielle et le terme constant.
3. **Identifier** : l'égalité vaut pour tout $t \geq 0$, donc le coefficient de l'exponentielle est nul, ce qui donne τ ; les termes constants donnent B.
4. **Condition initiale** : u_C est continue ; sa valeur juste avant $t = 0$ donne A.

Lire et calculer la constante de temps

Propriété : Constante de temps du dipôle RC

La grandeur $\tau = RC$ est la **constante de temps** du dipôle RC. Elle a la dimension d'un temps : avec R en ohms et C en farads, τ est en secondes.

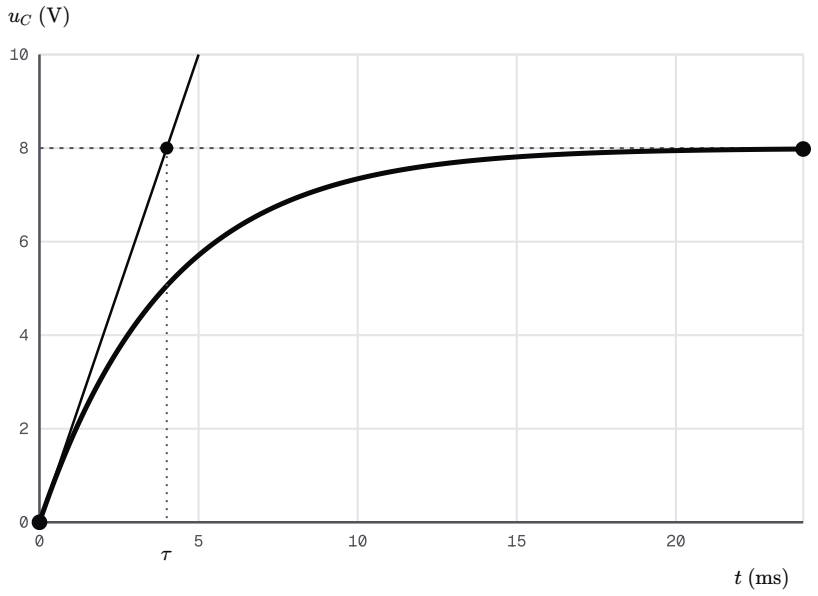
Lors de la charge :

- $u_C(\tau) = E\left(1 - e^{-1}\right) \approx 0{,}63\,E$;
- la tangente à l'origine à la courbe de u_C coupe la droite $u = E$ à l'instant $t = \tau$;

- à $t = 5\tau$, $u_C \approx 0{,}99\,E$: le **régime transitoire** dure environ 5τ, puis le **régime permanent** $u_C = E$ est pratiquement atteint.

Méthode : Lire la constante de temps sur une courbe

1. **Tangente à l'origine** : elle coupe la droite $u = E$ (charge) ou l'axe des temps (décharge) à l'instant τ.
2. **Valeur particulière** : à l'instant τ, $u_C \approx 0{,}63\,E$ en charge et $u_C \approx 0{,}37\,E$ en décharge.
3. **Résultat** : donner τ avec $\approx$ et l'unité de l'axe des temps ; le comparer à RC si R et C sont connus.



Charge d'un condensateur sous 8 V : tension u_C en fonction du temps et tangente à l'origine.
Demi-tangente calculée en x = 0 : coefficient directeur ≈ 2 ; elle coupe la droite y = 8 en x ≈ 4.

Exemple : Lire τ sur la courbe de charge

Sur la figure, la tangente à l'origine coupe la droite $u = 8\,\mathrm{V}$ vers $t = 4\,\mathrm{ms}$: $\tau \approx 4\,\mathrm{ms}$. Contrôle : à cet instant, la courbe passe par $0{,}63 \times 8\,\mathrm{V} \approx 5\,\mathrm{V}$.

Exemple : Calculer τ et la durée de la charge

Pour $R = 68\,\mathrm{k\Omega}$ et $C = 10\,\mathrm{nF}$:

$$\begin{aligned}\tau &= R\,C \\ &= 6{,}8 \times 10^{4}\,\Omega \\ &\quad \times 1{,}0 \times 10^{-8}\,\mathrm{F} \\ &= 6{,}8 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}\end{aligned}$$

La charge est pratiquement terminée après $5\tau \approx 3{,}4\,\text{ms}$.

Attention : Ne pas lire 63 % sur une courbe de décharge

En décharge, u_C ne vaut plus que $0{,}37\,E$ à l'instant τ : la valeur $0{,}63\,E$ y est atteinte plus tôt. Avant de lire τ, regarder si la courbe monte ou descend.

Remarque : Observer la charge et l'influence de R, C et E

Pour visualiser la réponse, la masse de l'oscilloscope ou du système d'acquisition est commune au générateur et au condensateur : une voie reçoit la tension E du générateur, l'autre la tension u_C. Augmenter R ou C augmente τ et ralentit la charge ; changer E modifie la valeur finale de u_C sans changer τ.

Saut de l'intensité et tension de décharge

Propriété : Intensité lors de la charge ; continuité de la tension u_C

Lors de la charge, pour $t > 0$:

$$i(t) = \frac{E}{R}\,e^{-t/\tau}$$

L'intensité passe brusquement de 0, avant $t = 0$, à $\dfrac{E}{R}$: elle est **discontinue** en $t = 0$. La tension u_C est, elle, une fonction **continue** du temps.

Attention : Au basculement, seule l'intensité saute

Juste après un basculement, u_C garde la valeur qu'elle avait juste avant : elle est continue. L'intensité, elle, peut changer d'un coup : en charge, elle passe de 0 à $\dfrac{E}{R}$; en décharge, elle devient négative.

Propriété : Décharge du condensateur dans un résistor

Un condensateur de capacité C, chargé sous la tension E, est relié à partir de $t = 0$ à un résistor de résistance R seul. En convention récepteur, pour $t \geq 0$:

$$RC\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = 0$$

$$u_C(t) = E\,e^{-t/\tau}$$

et, pour $t > 0$, $i(t) = -\dfrac{E}{R}\,e^{-t/\tau}$: le courant circule dans le sens opposé au sens orienté. À $t = \tau$, $u_C = E\,e^{-1} \approx 0{,}37\,E$.

Exemple : Intensité au début d'une décharge

Un condensateur chargé sous $4{,}8\ \mathrm{V}$ se décharge dans un résistor de $1{,}2\ \mathrm{k\Omega}$. Juste après le basculement, $u_C = 4{,}8\ \mathrm{V}$ et

$$\begin{aligned} i &= -\frac{E}{R} \\ &= -\frac{4{,}8\ \mathrm{V}}{1{,}2 \times 10^{3}\ \Omega} \\ &= -4{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{A} \end{aligned}$$

Le signe moins indique que le courant circule en sens opposé au sens orienté.

Énergie d'un condensateur : calcul et bilan

Propriété : Énergie emmagasinée dans un condensateur

Un condensateur de capacité C, sous la tension u_C, emmagasine l'énergie électrique

$$\mathcal{E}_e = \frac{1}{2}\, C\, u_C^2$$

en joules (J), avec C en farads et u_C en volts. Avec $q = C\, u_C$, on a aussi $\mathcal{E}_e = \dfrac{q^2}{2C}$.

Méthode : Calculer une énergie emmagasinée ou échangée

1. **Convertir** C en farads et u_C en volts.
2. **Calculer** $\mathcal{E}_e = \dfrac{1}{2}\, C\, u_C^2$ dans l'état initial et dans l'état final.
3. **Faire la différence** : l'écart entre ces deux valeurs est l'énergie cédée ou reçue ; divisé par la durée de l'échange, il donne une puissance moyenne.

Exemple : Énergie d'un supercondensateur

Un supercondensateur de $1{,}0\ \mathrm{F}$ chargé sous $2{,}7\ \mathrm{V}$ emmagasine :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_e &= \frac{1}{2}\, C\, u_C^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 1{,}0\ \mathrm{F} \times (2{,}7\ \mathrm{V})^2 \\ &= 3{,}6\ \mathrm{J} \end{aligned}$$

Cette énergie est faible devant celle d'une pile, mais elle peut être restituée très vite.

Attention : L'énergie suit le carré de la tension

Une tension deux fois plus grande donne une énergie **quatre** fois plus grande, pas deux. Et une capacité en $\mu\mathrm{F}$ se convertit avant tout calcul : $1\ \mu\mathrm{F} = 10^{-6}\ \mathrm{F}$.

Choisir la relation selon la grandeur cherchée

Méthode : Grandeur cherchée et relation à employer

- **Charge à partir d'une tension** : $q = C\,u_C$.
- **Intensité à partir d'une charge ou d'une tension** : $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$.
- **Capacité à courant constant** : $C = \dfrac{I}{k}$, où k est la pente de $u_C(t)$.
- **Association** : somme des capacités en parallèle, somme des inverses en série.
- **Établir l'équation** : additivité des tensions, loi d'Ohm, relation du condensateur.
- **Tension en charge** : $u_C = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$; **en décharge** : $u_C = E\,e^{-t/\tau}$.
- **Constante de temps** : $\tau = RC$, ou lecture par la tangente à l'origine, à 63 % ou à 37 % de E.
- **Durée du régime transitoire** : environ 5τ.
- **Valeur juste après un basculement** : continuité de u_C.
- **Énergie** : $\mathcal{E}_e = \dfrac{1}{2}\,C\,u_C^2$, puis différence entre deux états.

Charge et tension

$$q = C\,u_C$$

Intensité et charge

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$

Intensité et tension

$$i = C\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

Montage en parallèle

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2$$

Montage en série

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Équation de la charge

$$RC\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = E$$

Tension en charge

$$u_C = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

Tension en décharge

$$u_C = E\,e^{-t/\tau}$$

Constante de temps

$$\tau = RC$$

Énergie emmagasinée

$$\mathcal{E}_e = \frac{1}{2}\,C\,u_C^2$$