BURHAN

Dipôle RC : exercices, niveau examen

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/dipole-rc/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Dipôle RC	Niveau examen	5

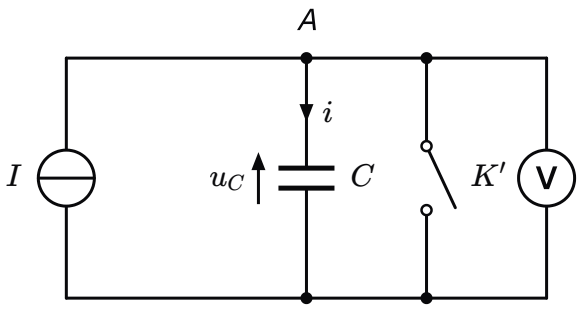
Exercice 1 — 5 pts

Condensateur de sauvegarde : courant constant puis échelon

Une horloge électronique fictive garde l'heure pendant une coupure de courant grâce à un condensateur. On étudie ce condensateur dans deux parties indépendantes. Les données sont fictives.

1 — 0,75 pts

Partie 1 : mesure de la capacité à courant constant. On réalise le montage schématisé ci-dessous : le générateur idéal de courant débite $I = 12\,\mu\text{A}$, et l'interrupteur K' est ouvert à $t = 0$, le condensateur étant alors déchargé. Montrer que $u_C = \dfrac{I}{C}\,t$.



Charge sous intensité constante : le générateur idéal de courant alimente le condensateur, que K' permet de décharger ; un voltmètre mesure u_C.

INDICE

Outil : $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ avec une intensité constante, puis $q = C\,u_C$.

CORRIGÉ

Le courant orienté entre par l'armature A avec l'intensité constante I, donc $\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = I$. Comme $q(0) = 0$, la charge vaut $q = I\,t$ à chaque instant. La relation $q = C\,u_C$ donne alors $u_C = \dfrac{I}{C}\,t$: la tension est proportionnelle au temps.

2 — 0,75 pts

On relève la tension u_C au cours de la charge :

t (s)	u_C (V)
0	0
10	0,48
20	0,97
30	1,43
40	1,92
50	2,41

Déterminer le coefficient directeur k de la droite qui modélise $u_C(t)$.

INDICE

Début : vérifier que le rapport $\dfrac{u_C}{t}$ est pratiquement le même pour toutes les mesures.

CORRIGÉ

Les rapports $\dfrac{u_C}{t}$ valent $0{,}048$, $0{,}0485$, $0{,}0477$, $0{,}048$ et $0{,}0482$ en $\mathrm{V\cdot s^{-1}}$: les points sont alignés avec l'origine. La droite de modélisation a pour coefficient directeur :

$$k \approx 0{,}048\,\mathrm{V\cdot s^{-1}}$$

La tension croît d'environ $0{,}048\,\mathrm{V}$ par seconde.

3 — 0,5 pts

En déduire la capacité C du condensateur.

INDICE

Outil : identifier k à $\dfrac{I}{C}$.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned} C &= \frac{I}{k} \\ &= \frac{12\times10^{-6}\,\mathrm{A}}{0{,}048\,\mathrm{V\cdot s^{-1}}} \\ &= 2{,}5\times10^{-4}\,\mathrm{F} \end{aligned}$$

La capacité du condensateur vaut environ $250\,\mu\mathrm{F}$.

4 0,5 pts

Partie 2 : charge sous un échelon de tension. Le condensateur, de capacité $C = 250\,\mu\text{F}$ et déchargé, est maintenant chargé à travers un résistor de résistance R inconnue sous un échelon de tension de hauteur $E = 3{,}6\,\text{V}$, appliqué à $t = 0$. Le courant est orienté vers l'armature A. Indiquer comment flécher u_R et u_C en convention récepteur, puis exprimer u_R en fonction de i.

INDICE

Outil : en convention récepteur, la flèche de tension est de sens opposé à la flèche du courant.

CORRIGÉ

En convention récepteur, chaque flèche de tension pointe vers la borne par laquelle entre le courant orienté : la flèche de u_C pointe vers l'armature A, celle de u_R vers la borne du résistor reliée au générateur. Dans cette convention, la loi d'Ohm s'écrit $u_R = R\,i$.

5 0,75 pts

Montrer que $RC\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = E$ pour $t \geq 0$, en nommant les lois utilisées.

INDICE

Outil : loi d'additivité des tensions, loi d'Ohm, $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$.

CORRIGÉ

Pour $t \geq 0$, la loi d'additivité des tensions donne :

$$u_R + u_C = E$$

La loi d'Ohm donne $u_R = R\,i$, et la relation du condensateur $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$. En remplaçant, on obtient $RC\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = E$.

6 0,75 pts

La solution s'écrit $u_C(t) = A\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$. Déterminer les constantes A et τ.

INDICE

Début : dériver, remplacer, puis séparer le terme en exponentielle du terme constant.

CORRIGÉ

On a $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \dfrac{A}{\tau}\,e^{-t/\tau}$. En remplaçant, pour tout $t \geq 0$:

$$A\left(\frac{RC}{\tau} - 1\right)e^{-t/\tau} + A = E$$

Le terme en exponentielle varie avec t alors que $E - A$ est constant : il est nul. Donc $\tau = RC$ et $A = E$. La condition $u_C(0) = 0$ est bien respectée : la solution est $u_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$.

7 0,25 pts

Un enregistrement montre que u_C atteint $2{,}3\,\mathrm{V}$ à l'instant $t_1 = 11\,\mathrm{s}$. Montrer que t_1 est pratiquement égal à τ.

INDICE

Outil : à l'instant τ, $u_C \approx 0{,}63\,E$.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned} 0{,}63\,E &= 0{,}63 \times 3{,}6\,\mathrm{V} \\ &\approx 2{,}3\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

La tension $2{,}3\,\mathrm{V}$ correspond à 63 % de E : elle est atteinte à l'instant τ. Donc $\tau \approx t_1 = 11\,\mathrm{s}$.

8 0,75 pts

En déduire la résistance R, puis la durée au bout de laquelle le condensateur est pratiquement chargé.

INDICE

Outil : $\tau = RC$, puis durée du régime transitoire.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned} R &= \frac{\tau}{C} \\ &= \frac{11\,\mathrm{s}}{2{,}50 \times 10^{-4}\,\mathrm{F}} \\ &= 4{,}4 \times 10^{4}\,\Omega \end{aligned}$$

La résistance vaut environ $44\,\mathrm{k\Omega}$. Le régime transitoire dure environ 5τ :

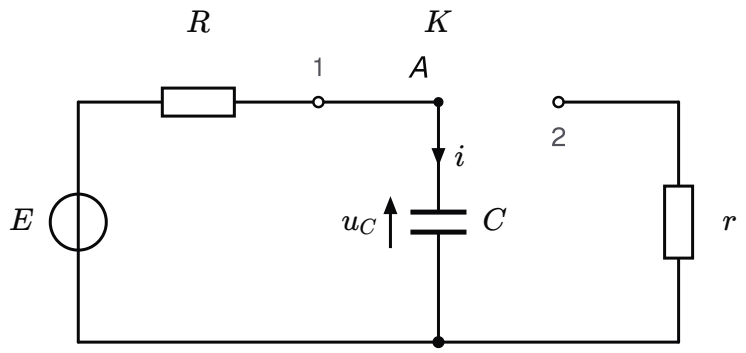
$$\begin{aligned} \Delta t &\approx 5\,\tau \\ &\approx 5 \times 11\,\mathrm{s} \\ &\approx 55\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Le condensateur est pratiquement chargé au bout d'une minute environ.

Exercice 2 5,25 pts

Flash : charge lente, décharge rapide et puissance de l'éclair

Dans un flash d'appareil photo fictif, un condensateur de capacité $C = 160\,\mu\text{F}$ est chargé sous la tension $E = 300\,\text{V}$ à travers un résistor de résistance $R = 10\,\text{k}\Omega$ (position 1 de l'interrupteur K), puis se décharge dans la lampe du flash, modélisée par un résistor de résistance $r = 2{,}0\,\Omega$ (position 2). Le courant est orienté vers l'armature A dans les deux phases. Les données sont fictives.



Circuit du flash : en position 1, charge à travers R ; en position 2, décharge dans la lampe modélisée par r.

1 0,75 pts

Partie 1 : charge du condensateur. L'interrupteur est placé en position 1 à $t = 0$, le condensateur étant déchargé. Montrer que u_C vérifie $RC\,\dfrac{\text{d}u_C}{\text{d}t} + u_C = E$.

INDICE

Outil : la maille de charge comprend le générateur, le résistor R et le condensateur.

CORRIGÉ

En position 1, la maille comprend le générateur, le résistor R et le condensateur, fléchés en convention récepteur pour les deux dipôles passifs. La loi d'additivité des tensions donne $u_R + u_C = E$, la loi d'Ohm $u_R = R\,i$, et le condensateur $i = C\,\dfrac{\text{d}u_C}{\text{d}t}$. Donc $RC\,\dfrac{\text{d}u_C}{\text{d}t} + u_C = E$.

2 0,75 pts

Calculer la constante de temps de la charge et la durée au bout de laquelle le flash est prêt.

INDICE

Outil : $\tau = RC$; la charge est pratiquement terminée au bout de 5τ.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned}\tau &= R\,C \\ &= 1{,}0 \times 10^{4}\,\Omega \\ &\quad \times 1{,}60 \times 10^{-4}\,\text{F} \\ &= 1{,}6\,\text{s}\end{aligned}$$

Le flash est prêt au bout de $5\tau \approx 8{,}0\,\text{s}$.

3 — 0,5 pts

Calculer l'intensité du courant juste après la mise en position 1.

INDICE

Point délicat : quelle grandeur est continue en $t = 0$?

CORRIGÉ

Par continuité, $u_C(0) = 0$, donc $u_R = E$ juste après la fermeture :

$$\begin{aligned} i(0^+) &= \frac{E}{R} \\ &= \frac{300\,\mathrm{V}}{1{,}0 \times 10^{4}\,\Omega} \\ &= 3{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{A} \end{aligned}$$

L'intensité passe brusquement de 0 à $30\,\mathrm{mA}$.

4 — 0,5 pts

Calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur en fin de charge.

INDICE

Outil : $\mathcal{E}_e = \dfrac{1}{2}\,C\,u_C^2$ avec $u_C = E$.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_e &= \frac{1}{2}\,C\,E^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 1{,}60 \times 10^{-4}\,\mathrm{F} \\ &\quad \times (300\,\mathrm{V})^2 \\ &= 7{,}2\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

Le condensateur chargé emmagasine $7{,}2\,\mathrm{J}$.

5 — 0,5 pts

Sans utiliser les valeurs de R et de C, décrire comment déterminer expérimentalement la constante de temps de la charge à l'aide d'un système d'acquisition.

INDICE

Ensuite : préciser la tension à enregistrer, les branchements, puis la lecture faite sur la courbe obtenue.

CORRIGÉ

On enregistre $u_C(t)$ pendant la charge : une voie du système d'acquisition est reliée à l'armature A, la masse au fil commun au générateur et au condensateur, et l'acquisition est déclenchée au passage en position 1. Sur la courbe, on lit l'instant où u_C atteint 63 % de E, soit environ $1{,}9 \times 10^{2}\,\mathrm{V}$, ou bien l'abscisse du point où la tangente à l'origine coupe la droite $u = E$: cet instant est τ.

6 0,5 pts

Partie 2 : décharge dans la lampe. À un nouvel instant $t = 0$, le condensateur chargé sous $300\,\mathrm{V}$ est basculé en position 2. Donner u_C, puis calculer l'intensité i juste après le basculement ; commenter son signe.

INDICE

Outil : continuité de u_C, puis $u_r + u_C = 0$ avec $u_r = r\,i$.

CORRIGÉ

La tension u_C est continue : juste après le basculement, $u_C = 300\,\mathrm{V}$. Dans la maille de décharge, $r\,i + u_C = 0$:

$$\begin{aligned} i &= -\frac{u_C}{r} \\ &= -\frac{300\,\mathrm{V}}{2{,}0\,\Omega} \\ &= -1{,}5 \times 10^{2}\,\mathrm{A} \end{aligned}$$

L'intensité est négative et très grande en valeur absolue : le courant sort de l'armature A et traverse la lampe de façon brève et intense.

7 0,5 pts

Montrer que la constante de temps de la décharge vaut $\tau' = rC$, puis calculer sa valeur.

INDICE

Début : écrire l'équation de la décharge dans la lampe et la comparer à celle d'un dipôle RC.

CORRIGÉ

Avec $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$, la maille donne $rC\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = 0$: c'est l'équation de décharge d'un dipôle RC où r remplace R, de constante de temps $\tau' = rC$.

$$\begin{aligned} \tau' &= r\,C \\ &= 2{,}0\,\Omega \times 1{,}60 \times 10^{-4}\,\mathrm{F} \\ &= 3{,}2 \times 10^{-4}\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

La décharge est très brève : un tiers de milliseconde environ.

8 0,75 pts

Le condensateur chargé sous $300\,\mathrm{V}$ emmagasine une énergie de $7{,}2\,\mathrm{J}$. On admet que l'éclair dure $5\tau'$ et que toute cette énergie est cédée à la lampe pendant cette durée. Calculer la puissance moyenne reçue par la lampe.

INDICE

Outil : puissance moyenne = énergie / durée.

CORRIGÉ

L'éclair dure $\Delta t = 5\tau' = 1{,}6 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}$.

$$\begin{aligned} P_{\mathrm{moy}} &= \frac{\mathcal{E}_e}{\Delta t} \\ &= \frac{7{,}2\,\mathrm{J}}{1{,}6 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}} \\ &= 4{,}5 \times 10^{3}\,\mathrm{W} \end{aligned}$$

La lampe reçoit en moyenne environ $4{,}5\,\mathrm{kW}$ pendant l'éclair.

9 0,5 pts

La charge du condensateur, qui apporte ces $7{,}2\,\mathrm{J}$, dure pratiquement $8{,}0\,\mathrm{s}$. Calculer la puissance moyenne reçue par le condensateur pendant la charge, prise égale à l'énergie emmagasinée divisée par cette durée. Conclure sur l'intérêt du condensateur dans un flash.

INDICE

Ensuite : comparer les deux puissances moyennes.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned} P_{\mathrm{ch}} &= \frac{\mathcal{E}_e}{5\,\tau} \\ &= \frac{7{,}2\,\mathrm{J}}{8{,}0\,\mathrm{s}} \\ &= 0{,}90\,\mathrm{W} \end{aligned}$$

Le condensateur reçoit l'énergie lentement, sous une faible puissance, puis la restitue en un temps très court, sous une puissance environ $5\,000$ fois plus grande : c'est ce qui permet un éclair intense avec une source modeste.

Exercice 3 — 4,25 pts

Temporisation réglée par une association de condensateurs

Pour régler la constante de temps d'un circuit de clignotement fictif, on associe deux condensateurs de capacités $C_1 = 1{,}2\,\mu\text{F}$ et $C_2 = 3{,}6\,\mu\text{F}$, initialement déchargés, puis on charge l'association à travers un résistor de résistance $R = 830\,\Omega$. Les données sont fictives.

1 — 0,5 pts

Partie 1 : capacité de l'association. Calculer la capacité équivalente C_p des deux condensateurs montés en parallèle.

INDICE

Outil : en parallèle, les capacités s'ajoutent.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned} C_\text{p} &= C_1 + C_2 \\ &= 1{,}2\,\mu\text{F} + 3{,}6\,\mu\text{F} \\ &= 4{,}8\,\mu\text{F} \end{aligned}$$

En parallèle, l'association équivaut à $4{,}8\,\mu\text{F}$.

2 — 0,5 pts

Calculer la capacité équivalente C_s des deux condensateurs montés en série.

INDICE

Outil : en série, $C_\text{s} = \dfrac{C_1\,C_2}{C_1 + C_2}$ pour deux condensateurs.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned} C_\text{s} &= \frac{C_1\,C_2}{C_1 + C_2} \\ &= \frac{1{,}2 \times 3{,}6}{4{,}8}\,\mu\text{F} \\ &= 0{,}90\,\mu\text{F} \end{aligned}$$

En série, l'association équivaut à $0{,}90\,\mu\text{F}$, moins que C_1.

3 — 0,5 pts

Avec ce résistor, quel montage donne la plus grande constante de temps ? Justifier.

INDICE

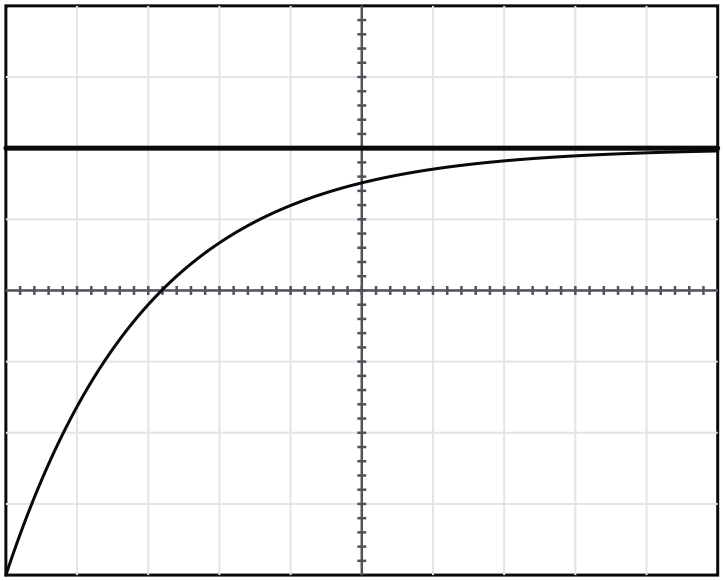
Outil : $\tau = R\,C_\text{eq}$ avec R fixé.

CORRIGÉ

La constante de temps $\tau = R\,C_\text{eq}$ est proportionnelle à la capacité équivalente. Le montage en parallèle, de plus grande capacité, donne la plus grande constante de temps : environ cinq fois celle du montage en série.

4 0,5 pts

Partie 2 : lecture d'un oscillogramme. On rappelle les capacités équivalentes des deux montages : $C_{\mathrm{p}} = 4{,}8\,\mu\mathrm{F}$ en parallèle et $C_{\mathrm{s}} = 0{,}90\,\mu\mathrm{F}$ en série. À $t = 0$, on applique un échelon de tension au dipôle formé du résistor et de l'une des deux associations. L'oscillogramme ci-dessous a été obtenu avec un balayage de $2\,\mathrm{ms/div}$ et une sensibilité de $0{,}5\,\mathrm{V/div}$ sur les deux voies, dont le zéro est placé quatre divisions sous le centre. Identifier la voie qui visualise u_C, puis lire la hauteur E de l'échelon.



Voie Y_1 : 0,5 V/div, zéro 4 divisions au-dessous du centre

Voie Y_2 : 0,5 V/div, zéro 4 divisions au-dessous du centre Balayage : 2 ms/div

Oscillogramme de la charge de l'association : voies Y1 et Y2 à partir de l'application de l'échelon.

INDICE

Outil : la tension du condensateur part de 0 et croît ; celle du générateur est constante.

CORRIGÉ

La voie Y_2 part du zéro et croît progressivement : elle visualise u_C. La voie Y_1, constante, visualise la tension E du générateur ; son trait est six divisions au-dessus du zéro :

$$\begin{aligned} E &= 6 \times 0{,}5\,\mathrm{V} \\ &= 3{,}0\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

La hauteur de l'échelon vaut $3{,}0\,\mathrm{V}$.

5 0,5 pts

Déterminer la constante de temps τ par la lecture à 63 % de E.

INDICE

Début : convertir $0{,}63\,E$ en divisions, puis lire l'instant correspondant sur la voie de u_C.

CORRIGÉ

$0{,}63\,E \approx 1{,}9\,\text{V}$, soit $3{,}8$ divisions au-dessus du zéro. La voie Y_2 atteint ce niveau après $2{,}0$ divisions environ, lues à la sous-division près :

$$\tau \approx 4{,}0\,\text{ms}$$

La constante de temps vaut environ $4{,}0\,\text{ms}$.

6 0,5 pts

Nommer les deux régimes visibles sur l'oscillogramme et estimer la durée du premier.

INDICE

Outil : le régime transitoire dure environ 5τ.

CORRIGÉ

Tant que u_C croît, le circuit est en régime transitoire ; quand u_C ne varie plus et reste égale à E, il est en régime permanent. Le régime transitoire dure environ :

$$\begin{aligned}\Delta t &\approx 5\,\tau \\ &\approx 5 \times 4{,}0\,\text{ms} \\ &\approx 20\,\text{ms}\end{aligned}$$

Cela représente dix divisions : le régime permanent commence vers le bord droit de l'écran.

7 0,75 pts

Montrer que l'association utilisée est le montage en parallèle.

INDICE

Outil : calculer la capacité équivalente qui correspond à la constante de temps lue.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned}C_{\text{eq}} &= \frac{\tau}{R} \\ &= \frac{4{,}0 \times 10^{-3}\,\text{s}}{830\,\Omega} \\ &= 4{,}8 \times 10^{-6}\,\text{F}\end{aligned}$$

On trouve environ $4{,}8\,\mu\text{F}$, la valeur de C_{p}, très loin de $C_{\text{s}} = 0{,}90\,\mu\text{F}$: l'association utilisée est le montage en parallèle.

8 0,5 pts

On veut visualiser une tension proportionnelle à l'intensité i du courant. Quelle tension faut-il observer ? Justifier.

INDICE

Outil : la loi d'Ohm relie une tension à l'intensité.

CORRIGÉ

D'après la loi d'Ohm, $u_R = Ri$: la tension aux bornes du résistor est proportionnelle à l'intensité. Avec le montage de l'oscillogramme, la masse est au point commun du générateur et du condensateur : u_R s'obtient par la différence $E - u_C$ des deux voies, puisque $u_R = E - u_C$. Pour l'observer directement sur une seule voie, on permute le résistor et le condensateur : la masse est alors au point commun du générateur et du résistor, et la voie reliée au point commun du résistor et du condensateur visualise u_R.

Exercice 4 4,75 pts

Intensité de charge exploitée par la tangente à l'origine

Pour caractériser le circuit d'entrée d'un appareil de mesure fictif, on charge un condensateur de capacité C, déchargé, à travers un résistor de résistance R, sous un échelon de tension de hauteur $E = 10\,\text{V}$ appliqué à $t = 0$. Le courant d'intensité i est orienté vers l'armature A, de charge q, et les tensions sont fléchées en convention récepteur. Les données sont fictives.

1 0,75 pts

Partie 1 : équation en charge et intensité. Montrer que, pour $t \geq 0$, la charge vérifie $R\,\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} + \dfrac{q}{C} = E$.

INDICE

Outil : loi d'additivité des tensions, avec $u_R = R\,i$, $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ et $u_C = \dfrac{q}{C}$.

CORRIGÉ

La loi d'additivité des tensions donne, pour $t \geq 0$:

$$u_R + u_C = E$$

La loi d'Ohm donne $u_R = R\,i = R\,\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$, et la relation du condensateur $u_C = \dfrac{q}{C}$. On obtient l'équation annoncée.

2 0,5 pts

Vérifier que $q(t) = C\,E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$, avec $\tau = RC$, est solution et vérifie $q(0) = 0$.

INDICE

Début : dériver $q(t)$, puis calculer séparément $R\,\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ et $\dfrac{q}{C}$.

CORRIGÉ

On a $\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \dfrac{C\,E}{\tau}\,e^{-t/\tau} = \dfrac{E}{R}\,e^{-t/\tau}$. Donc :

$$R\,\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = E\,e^{-t/\tau}$$
$$\frac{q}{C} = E - E\,e^{-t/\tau}$$

Leur somme vaut E pour tout $t \geq 0$: l'équation est vérifiée. Enfin, $q(0) = C\,E\,(1 - 1) = 0$. La fonction proposée est la solution.

3 0,5 pts

En déduire que $i(t) = \dfrac{E}{R}\,e^{-t/\tau}$ pour $t > 0$.

INDICE

Outil : quelle relation relie i et q ?

CORRIGÉ

L'intensité est la dérivée de la charge, calculée à la question précédente : $i(t) = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \dfrac{E}{R}\,e^{-t/\tau}$ pour $t > 0$.

4 `0,5 pts`

Comparer i juste avant et juste après $t = 0$, puis faire de même pour u_C. Conclure.

INDICE

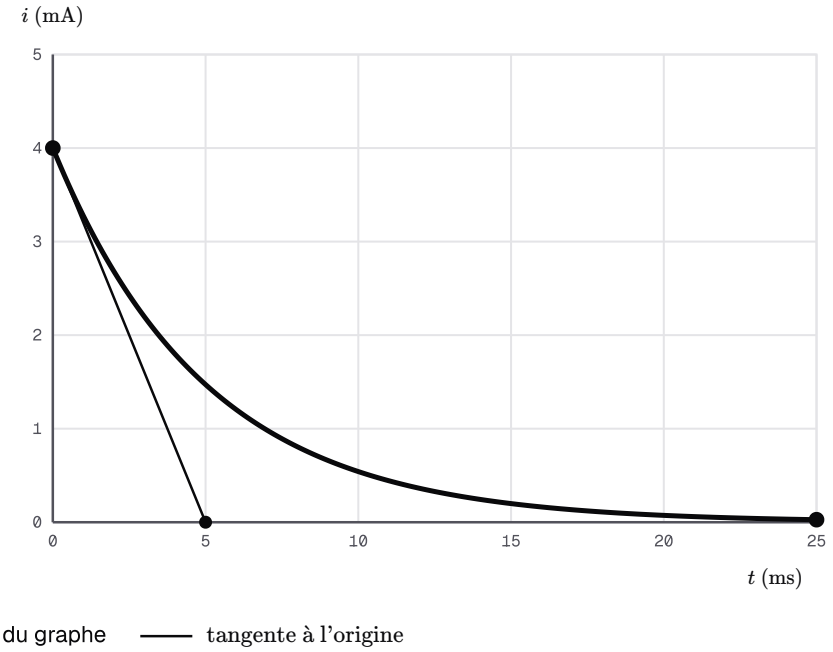
Point délicat : avant $t = 0$, aucun courant ne circule et le condensateur est déchargé.

CORRIGÉ

Juste avant $t = 0$, $i = 0$; juste après, i est voisine de $\dfrac{E}{R}$, non nulle : l'intensité est discontinue en $t = 0$. La tension $u_C = \dfrac{q}{C}$ vaut 0 juste avant et tend vers 0 juste après : elle est continue. Au basculement, seule l'intensité change brusquement.

5 0,5 pts

Partie 2 : exploitation de l'acquisition. Pour $t > 0$, l'intensité vaut $i = I_0\, e^{-t/\tau}$, avec $I_0 = \dfrac{E}{R}$. La courbe ci-dessous donne l'intensité i enregistrée pour $t \geq 0$, avec la tangente à l'origine tracée par le logiciel. Lire l'intensité I_0 juste après $t = 0$ et en déduire R.



Acquisition de l'intensité i lors de la charge, avec la tangente à l'origine tracée par le logiciel.

Demi-tangente calculée en x = 0 : coefficient directeur ≈ –0,8 ; elle coupe la droite y = 0 en x ≈ 5.

INDICE

Outil : juste après $t = 0$, $i = \dfrac{E}{R}$.

CORRIGÉ

On lit $I_0 \approx 4{,}0\,\text{mA}$. Comme $I_0 = \dfrac{E}{R}$:

$$\begin{aligned} R &= \frac{E}{I_0} \\ &= \frac{10\,\text{V}}{4{,}0 \times 10^{-3}\,\text{A}} \\ &= 2{,}5 \times 10^{3}\,\Omega \end{aligned}$$

La résistance vaut environ $2{,}5\,\text{k}\Omega$.

6 0,5 pts

Utiliser la tangente à l'origine pour déterminer τ. Justifier la méthode.

INDICE

Début : écrire l'équation de la tangente en $t = 0$ à la courbe de $i = I_0\, e^{-t/\tau}$.

CORRIGÉ

La dérivée de i en $t = 0$ vaut $-\dfrac{I_0}{\tau}$: la tangente à l'origine a pour équation $i = I_0 \left(1 - \dfrac{t}{\tau}\right)$. Elle coupe l'axe des temps en $t = \tau$. On lit sur la figure :

$$\tau \approx 5{,}0\,\text{ms}$$

La constante de temps vaut environ $5{,}0\,\text{ms}$.

7 0,5 pts

En déduire la capacité C.

INDICE

Outil : $\tau = RC$.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned} C &= \frac{\tau}{R} \\ &= \frac{5{,}0 \times 10^{-3}\,\text{s}}{2{,}5 \times 10^{3}\,\Omega} \\ &= 2{,}0 \times 10^{-6}\,\text{F} \end{aligned}$$

La capacité vaut environ $2{,}0\,\mu\text{F}$.

8 0,5 pts

Calculer la charge Q de l'armature A en fin de charge.

INDICE

Outil : en régime permanent, $q = C\,E$.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned} Q &= C\,E \\ &= 2{,}0 \times 10^{-6}\,\text{F} \times 10\,\text{V} \\ &= 2{,}0 \times 10^{-5}\,\text{C} \end{aligned}$$

En fin de charge, l'armature A porte environ $2{,}0 \times 10^{-5}\,\text{C}$.

9 0,5 pts

Quel régime l'acquisition montre-t-elle lorsque i est devenue pratiquement nulle ? Que vaut alors u_C ? Estimer l'instant à partir duquel ce régime est atteint.

INDICE

Outil : une intensité nulle signifie que la charge ne varie plus.

CORRIGÉ

Quand i est pratiquement nulle, la charge et la tension ne varient plus : c'est le régime permanent, où $u_C = E = 10\,\text{V}$. Il est atteint au bout de cinq constantes de temps environ :

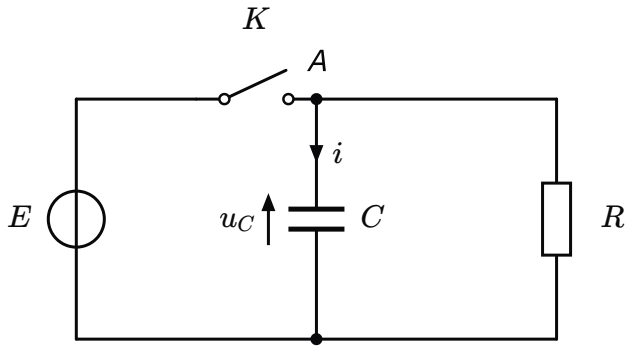
$$\begin{aligned}\Delta t &\approx 5\,\tau \\ &\approx 5 \times 5{,}0\,\text{ms} \\ &\approx 25\,\text{ms}\end{aligned}$$

Sur l'acquisition, l'intensité est pratiquement confondue avec l'axe des temps à la fin de l'enregistrement, vers $25\,\text{ms}$.

Exercice 5 5 pts

Minuterie d'éclairage : durée de temporisation et énergie

Dans une minuterie d'escalier fictive, un appui sur le bouton-poussoir K charge très rapidement un condensateur de capacité $C = 2{,}2\,\mathrm{mF}$ sous la tension $E = 24\,\mathrm{V}$: la charge se fait à travers la faible résistance du générateur et des fils, et le bouton est maintenu assez longtemps pour que u_C atteigne E. Au relâchement, à l'instant $t = 0$, le condensateur se décharge dans un résistor de résistance $R = 47\,\mathrm{k\Omega}$. Un module électronique, qui ne prélève aucun courant et n'est pas représenté, garde la lampe allumée tant que $u_C \geq U_s$, avec $U_s = 8{,}0\,\mathrm{V}$. On donne $\ln 3 \approx 1{,}10$. Les données sont fictives.



Minuterie : le bouton-poussoir K charge le condensateur, qui se décharge ensuite dans le résistor R.

1 0,75 pts

Partie 1 : durée d'éclairage. Le bouton étant relâché, montrer que, pour $t \geq 0$, $RC\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = 0$.

INDICE

Outil : bouton ouvert, la maille ne contient plus que le condensateur et le résistor.

CORRIGÉ

Bouton relâché, le générateur est hors circuit : le condensateur et le résistor forment seuls la maille. En convention récepteur, la loi d'additivité des tensions donne $u_R + u_C = 0$; avec la loi d'Ohm $u_R = R\,i$ et $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$, on obtient $RC\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = 0$.

2 0,5 pts

La solution s'écrit $u_C(t) = E\,e^{-t/\tau}$, avec $\tau = RC$. Justifier la valeur $u_C(0) = E$, puis calculer τ.

INDICE

Outil : la tension aux bornes du condensateur juste avant le relâchement, puis $\tau = RC$ en unités du système international.

CORRIGÉ

Juste avant le relâchement, $u_C = E$; la tension aux bornes d'un condensateur est continue, donc $u_C(0) = E$.

$$\begin{aligned}\tau &= R\,C \\ &= 4{,}7 \times 10^{4}\,\Omega \\ &\quad \times 2{,}2 \times 10^{-3}\,\mathrm{F} \\ &= 1{,}0 \times 10^{2}\,\mathrm{s}\end{aligned}$$

La constante de temps vaut environ $1{,}0 \times 10^{2}\,\mathrm{s}$.

3 0,25 pts

Pour contrôler cette valeur, on enregistre $u_C(t)$ pendant la décharge avec un système d'acquisition. Indiquer où relier la voie et la masse, puis comment lire τ sur l'enregistrement.

INDICE

Ensuite : en décharge, chercher la fraction de E atteinte à l'instant τ, ou l'endroit où la tangente à l'origine coupe un axe.

CORRIGÉ

La voie est reliée à l'armature A et la masse au fil du bas, commun au condensateur et au résistor ; l'acquisition est déclenchée au relâchement du bouton. En décharge, u_C vaut environ 37 % de E à l'instant τ : on lit l'instant où $u_C = E\,e^{-1} \approx 8{,}8\,\mathrm{V}$. On peut aussi tracer la tangente à l'origine : elle coupe l'axe des temps à l'instant τ.

4 0,75 pts

Montrer que la lampe s'éteint à l'instant $t_s = \tau\,\ln\left(\dfrac{E}{U_s}\right)$.

INDICE

Outil : pour $y > 0$, l'équation $e^{x} = y$ a pour seule solution $x = \ln y$.

CORRIGÉ

La lampe s'éteint quand u_C devient égale à U_s :

$$E\,e^{-t_s/\tau} = U_s$$

soit $e^{t_s/\tau} = \dfrac{E}{U_s}$. Comme $\dfrac{E}{U_s} > 0$, l'outil admis donne $\dfrac{t_s}{\tau} = \ln\left(\dfrac{E}{U_s}\right)$, d'où $t_s = \tau\,\ln\left(\dfrac{E}{U_s}\right)$.

5 0,5 pts

Calculer la durée d'éclairage t_s.

INDICE

Outil : comparer E et U_s avant d'utiliser la valeur donnée du logarithme.

CORRIGÉ

Ici $\dfrac{E}{U_s} = \dfrac{24\,\text{V}}{8{,}0\,\text{V}} = 3$, donc :

$$\begin{aligned} t_s &= \tau\,\ln 3 \\ &\approx 1{,}0\times 10^{2}\,\text{s} \\ &\quad\times 1{,}10 \\ &\approx 1{,}1\times 10^{2}\,\text{s} \end{aligned}$$

La lampe reste allumée environ $1{,}1\times 10^{2}\,\text{s}$, soit près de deux minutes.

6 0,5 pts

Partie 2 : bilan d'énergie. Calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur au début de la décharge.

INDICE

Outil : $\mathcal{E}_e = \dfrac{1}{2}\,C\,u_C^2$ avec $u_C = E$.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_0 &= \frac{1}{2}\,C\,E^2 \\ &= \frac{1}{2}\times 2{,}2\times 10^{-3}\,\text{F} \\ &\quad\times (24\,\text{V})^2 \\ &= 0{,}63\,\text{J} \end{aligned}$$

Au début de la décharge, le condensateur emmagasine environ $0{,}63\,\text{J}$.

7 0,75 pts

Calculer l'énergie emmagasinée à l'extinction de la lampe, puis l'énergie dissipée dans le résistor pendant l'éclairage.

INDICE

Outil : l'énergie perdue par le condensateur est dissipée dans le résistor.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_s &= \frac{1}{2}\,C\,U_s^2 \\ &= \frac{1}{2}\times 2{,}2\times 10^{-3}\,\mathrm{F} \\ &\quad\times (8{,}0\,\mathrm{V})^2 \\ &= 7{,}0\times 10^{-2}\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_R &= \mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_s \\ &\approx 0{,}63\,\mathrm{J} - 0{,}07\,\mathrm{J} \\ &\approx 0{,}56\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

Pendant l'éclairage, le résistor dissipe environ $0{,}56\,\mathrm{J}$.

8 1 pts

Synthèse. On rappelle que la durée d'éclairage vaut $t_s = RC\,\ln\left(\dfrac{E}{U_s}\right)$. On souhaite la doubler sans changer E, U_s ni le condensateur. Proposer une nouvelle valeur de R, puis dire si l'énergie dissipée dans le résistor pendant l'éclairage change. Justifier chaque réponse.

INDICE

Outil : relier t_s à R, puis regarder de quelles grandeurs dépend l'énergie dissipée.

CORRIGÉ

Résistance. D'après $t_s = RC\,\ln\left(\dfrac{E}{U_s}\right)$, la durée d'éclairage est proportionnelle à R quand C, E et U_s sont fixés. Il faut donc doubler la résistance :

$$R' = 2R \approx 94\,\mathrm{k\Omega}$$

Énergie. L'énergie dissipée, $\dfrac{1}{2}\,C\,\left(E^2 - U_s^2\right)$, ne dépend que de C, E et U_s : elle reste égale à environ $0{,}56\,\mathrm{J}$. Elle est seulement dissipée sur une durée deux fois plus longue, donc sous une puissance moyenne deux fois plus faible.