BURHAN

Dipôle RC : exercices, application

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/dipole-rc/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Dipôle RC	Application	8

Exercice 1

Charge d'un condensateur et conversion des capacités en farads

Un module de sauvegarde d'horloge utilise plusieurs condensateurs. Chacun est orienté en convention récepteur : q_A désigne la charge de l'armature A, par laquelle entre le courant orienté.

1

Exprimer en farads, en écriture scientifique, les capacités $C_1 = 4{,}7\,\mu\text{F}$, $C_2 = 330\,\text{nF}$ et $C_3 = 68\,\text{pF}$.

INDICE

Outil : $1\,\mu\text{F} = 10^{-6}\,\text{F}$, $1\,\text{nF} = 10^{-9}\,\text{F}$ et $1\,\text{pF} = 10^{-12}\,\text{F}$.

CORRIGÉ

$$C_1 = 4{,}7 \times 10^{-6}\,\text{F}$$

$$C_2 = 3{,}30 \times 10^{-7}\,\text{F}$$

$$C_3 = 6{,}8 \times 10^{-11}\,\text{F}$$

L'écriture scientifique garde les chiffres significatifs de la donnée : trois pour C_2, deux pour C_1 et C_3.

2

Le condensateur de capacité C_1 est chargé sous la tension $u_C = 12\,\text{V}$. Calculer la charge q_A de l'armature A, puis la charge q_B de l'armature B.

INDICE

Outil : la relation $q = C\,u_C$, avec C en farads ; les deux armatures portent des charges opposées.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned} q_A &= C_1\,u_C \\ &= 4{,}7 \times 10^{-6}\,\text{F} \times 12\,\text{V} \\ &= 5{,}6 \times 10^{-5}\,\text{C} \end{aligned}$$

L'armature B porte la charge opposée :

$$q_B = -5{,}6 \times 10^{-5}\,\text{C}$$

Le résultat a deux chiffres significatifs, comme les données.

3

Un autre condensateur, sous la tension $6{,}5\,\mathrm{V}$, porte la charge $q_A = 3{,}0 \times 10^{-8}\,\mathrm{C}$. Calculer sa capacité et l'exprimer en nanofarads.

INDICE

Outil : isoler C dans $q = C\,u_C$, puis diviser par 10^{-9} pour passer en nanofarads.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned} C &= \frac{q_A}{u_C} \\ &= \frac{3{,}0 \times 10^{-8}\,\mathrm{C}}{6{,}5\,\mathrm{V}} \\ &= 4{,}6 \times 10^{-9}\,\mathrm{F} \end{aligned}$$

La capacité de ce condensateur vaut $4{,}6\,\mathrm{nF}$.

Exercice 2

Durée de charge d'un condensateur par un courant constant

Un générateur idéal de courant débite l'intensité constante $I = 50\,\mu\text{A}$ dans un condensateur de capacité $C = 22\,\mu\text{F}$, déchargé à l'instant $t = 0$ où l'on ferme le circuit. Le courant est orienté vers l'armature A, de charge q.

1

Montrer que $q = I\,t$, puis exprimer u_C en fonction de I, C et t.

INDICE

Outil : $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ avec $i = I$ constante et $q(0) = 0$, puis $q = C\,u_C$.

CORRIGÉ

Ici $\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = I$ est constante : q est une fonction affine du temps, de coefficient directeur I. Comme $q(0) = 0$:

$$q = I\,t$$

Avec $q = C\,u_C$:

$$u_C = \frac{I}{C}\,t$$

La tension croît proportionnellement au temps.

2

Calculer la durée t_1 nécessaire pour que la tension u_C atteigne $4{,}5\,\text{V}$.

INDICE

Début : isoler t dans $u_C = \dfrac{I}{C}\,t$, en convertissant les microfarads et les microampères.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{C\,u_C}{I} \\ &= \frac{22\times10^{-6}\,\text{F}}{50\times10^{-6}\,\text{A}} \\ &\quad \times 4{,}5\,\text{V} \\ &= 2{,}0\,\text{s} \end{aligned}$$

La tension atteint $4{,}5\,\text{V}$ au bout de $2{,}0\,\text{s}$ environ.

3

Calculer la charge q de l'armature A à l'instant t_1, de deux façons.

INDICE

Outil : $q = C\,u_C$, puis contrôle par $q = I\,t_1$.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned} q &= C\,u_C \\ &= 22 \times 10^{-6}\,\mathrm{F} \times 4{,}5\,\mathrm{V} \\ &= 9{,}9 \times 10^{-5}\,\mathrm{C} \end{aligned}$$

De même, $q = I\,t_1 = 50 \times 10^{-6}\,\mathrm{A} \times 1{,}98\,\mathrm{s} \approx 9{,}9 \times 10^{-5}\,\mathrm{C}$: les deux calculs concordent.

Exercice 3

Capacité équivalente de deux condensateurs en série et en parallèle

On dispose de deux condensateurs de capacités $C_1 = 2{,}2\,\mu\text{F}$ et $C_2 = 4{,}7\,\mu\text{F}$, initialement déchargés.

1

Calculer la capacité équivalente lorsqu'ils sont montés en parallèle.

INDICE

Outil : en parallèle, les capacités s'ajoutent.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned} C_{\text{eq}} &= C_1 + C_2 \\ &= 2{,}2\,\mu\text{F} + 4{,}7\,\mu\text{F} \\ &= 6{,}9\,\mu\text{F} \end{aligned}$$

En parallèle, la capacité équivalente vaut $6{,}9\,\mu\text{F}$, plus que chacune des deux capacités.

2

Calculer la capacité équivalente lorsqu'ils sont montés en série. Contrôler l'ordre de grandeur du résultat.

INDICE

Outil : en série, les inverses s'ajoutent ; pour deux condensateurs, $C_{\text{eq}} = \dfrac{C_1\,C_2}{C_1 + C_2}$.

CORRIGÉ

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

donc

$$\begin{aligned} C_{\text{eq}} &= \frac{C_1\,C_2}{C_1 + C_2} \\ &= \frac{2{,}2 \times 4{,}7}{6{,}9}\,\mu\text{F} \\ &= 1{,}5\,\mu\text{F} \end{aligned}$$

Le résultat est inférieur à C_1 et à C_2, comme il se doit pour un montage en série.

3

Deux condensateurs identiques de capacité $10\,\mu\text{F}$ sont montés en série. Donner sans long calcul leur capacité équivalente.

INDICE

Point délicat : écrire la somme des inverses lorsque les deux capacités sont égales.

CORRIGÉ

$\dfrac{1}{C_{\text{eq}}} = \dfrac{2}{C}$, donc $C_{\text{eq}} = \dfrac{C}{2}$:

$$C_{\text{eq}} = 5{,}0\,\mu\text{F}$$

Deux condensateurs identiques en série équivalent à un condensateur de capacité moitié.

Exercice 4

Constante de temps d'un dipôle RC : dimension et valeur

Un dipôle RC est formé d'un résistor de résistance R et d'un condensateur de capacité C montés en série.

1

À l'aide des relations $u = R\,i$, $q = C\,u$ et $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$, montrer que le produit RC a la dimension d'un temps.

INDICE

Début : écrire la dimension de R, puis celle de C, puis celle d'une charge.

CORRIGÉ

D'après la loi d'Ohm, $[R] = \dfrac{[U]}{[I]}$. D'après $q = C\,u$, $[C] = \dfrac{[Q]}{[U]}$. D'après $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$, $[Q] = [I]\,[T]$.

$$\begin{aligned}[RC] &= \frac{[U]}{[I]} \times \frac{[I]\,[T]}{[U]} \\ &= [T]\end{aligned}$$

Le produit RC a la dimension d'un temps : il s'exprime en secondes.

2

Calculer $\tau = RC$ pour $R = 33\,\mathrm{k\Omega}$ et $C = 120\,\mathrm{nF}$. Exprimer le résultat en millisecondes.

INDICE

Outil : convertir en ohms et en farads avant de multiplier.

CORRIGÉ

Conversions : $R = 3{,}3 \times 10^{4}\,\Omega$ et $C = 1{,}20 \times 10^{-7}\,\mathrm{F}$.

$$\begin{aligned}\tau &= R\,C \\ &= 3{,}3 \times 10^{4}\,\Omega \\ &\quad \times 1{,}20 \times 10^{-7}\,\mathrm{F} \\ &= 4{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}\end{aligned}$$

La constante de temps vaut $4{,}0\,\mathrm{ms}$.

3

On souhaite une constante de temps de $1{,}2\,\mathrm{s}$ avec un condensateur de $470\,\mu\mathrm{F}$. Calculer la résistance à choisir.

INDICE

Outil : isoler R dans $\tau = RC$.

CORRIGÉ

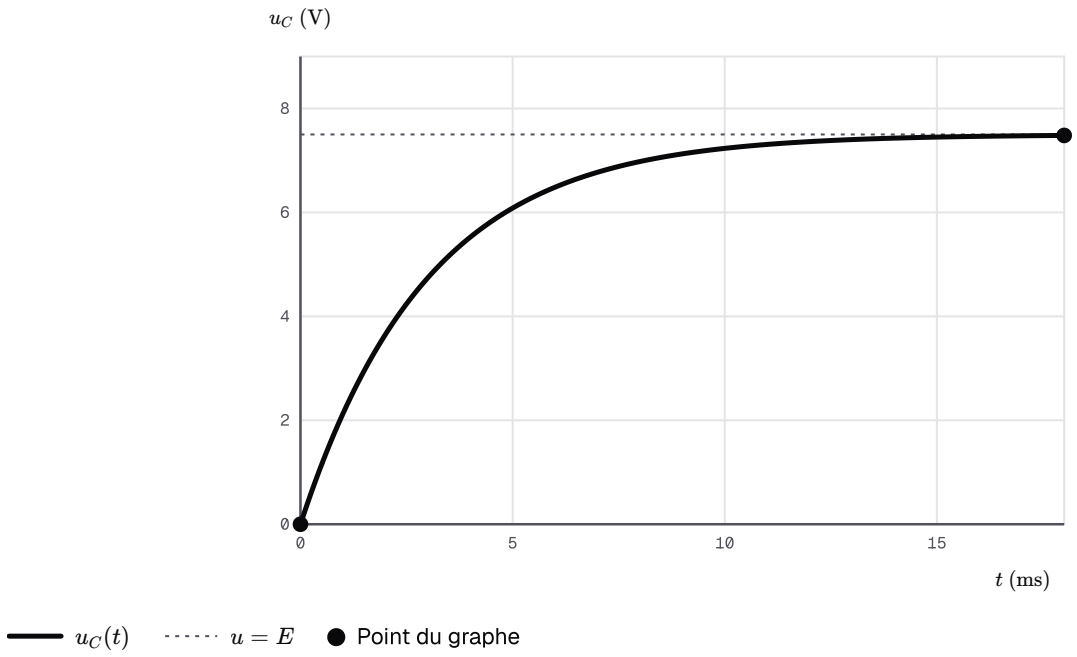
$$\begin{aligned} R &= \frac{\tau}{C} \\ &= \frac{1{,}2\,\mathrm{s}}{470 \times 10^{-6}\,\mathrm{F}} \\ &= 2{,}6 \times 10^{3}\,\Omega \end{aligned}$$

Il faut une résistance d'environ $2{,}6\,\mathrm{k\Omega}$.

Exercice 5

Lire la constante de temps sur une courbe de charge enregistrée

Un système d'acquisition enregistre la tension u_C aux bornes d'un condensateur, initialement déchargé, que l'on charge à travers un résistor de résistance $R = 1{,}5\,\mathrm{k\Omega}$ sous un échelon de tension de hauteur E. La courbe obtenue est représentée ci-dessous.



Charge du condensateur à travers le résistor : tension u_C enregistrée en fonction du temps.

1

Situer le régime transitoire et le régime permanent sur la courbe, puis lire la valeur de E.

INDICE

Outil : en régime permanent, la tension ne varie plus et $u_C = E$.

CORRIGÉ

Le régime transitoire est la phase où u_C croît, de $t = 0$ à environ $15\,\mathrm{ms}$; au-delà, u_C reste pratiquement constante : c'est le régime permanent. En régime permanent, $u_C = E$; on lit $E = 7{,}5\,\mathrm{V}$.

2

Déterminer la constante de temps τ par la méthode de la tangente à l'origine, puis contrôler le résultat par la lecture à 63 % de E.

INDICE

Outil : la tangente à l'origine coupe la droite $u = E$ à l'instant τ, où $u_C \approx 0{,}63\,E$ lors de la charge.

CORRIGÉ

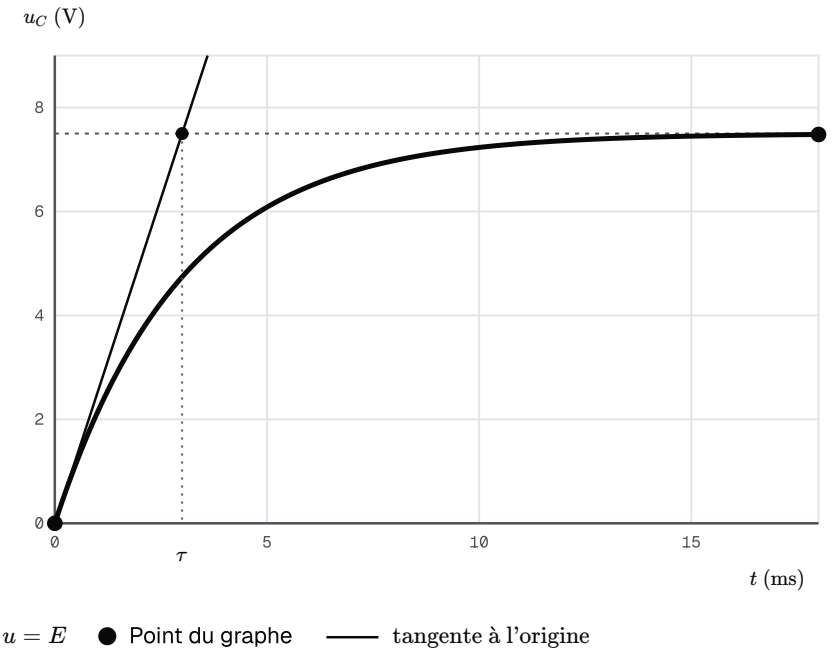
On trace la tangente à la courbe en $t = 0$; elle coupe la droite $u = E$ en un point d'abscisse τ (figure ci-dessous). On lit :

$$\tau \approx 3{,}0\,\text{ms}$$

Contrôle :

$$\begin{aligned} u_C(\tau) &\approx 0{,}63\,E \\ &\approx 0{,}63 \times 7{,}5\,\text{V} \\ &\approx 4{,}7\,\text{V} \end{aligned}$$

La courbe atteint $4{,}7\,\text{V}$ vers $t = 3\,\text{ms}$: les deux lectures concordent, $\tau \approx 3{,}0\,\text{ms}$.



Méthode de la tangente : la tangente à l'origine coupe la droite u = E à l'instant τ.

Demi-tangente calculée en x = 0 : coefficient directeur ≈ 2,5 ; elle coupe la droite y = 7,5 en x ≈ 3.

3

En déduire la capacité C du condensateur.

INDICE

Outil : $\tau = RC$, avec τ en secondes et R en ohms.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned} C &= \frac{\tau}{R} \\ &= \frac{3{,}0 \times 10^{-3}\,\text{s}}{1{,}5 \times 10^{3}\,\Omega} \\ &= 2{,}0 \times 10^{-6}\,\text{F} \end{aligned}$$

La capacité vaut environ $2{,}0\,\mu\text{F}$.

Exercice 6

Tension aux instants τ et 5τ, durée du régime transitoire

Un condensateur de capacité $C = 47\,\mu\text{F}$, déchargé, est chargé à travers un résistor de résistance $R = 12\,\text{k}\Omega$ sous un échelon de tension de hauteur $E = 15\,\text{V}$. Pour $t \geq 0$, $u_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ avec $\tau = RC$. On donne $e^{-1} \approx 0{,}37$ et $e^{-5} \approx 0{,}0067$.

1

Calculer la constante de temps τ.

INDICE

Outil : $\tau = RC$, avec R en ohms et C en farads.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned}\tau &= R\,C \\ &= 1{,}2 \times 10^{4}\,\Omega \\ &\quad \times 47 \times 10^{-6}\,\text{F} \\ &= 0{,}56\,\text{s}\end{aligned}$$

La constante de temps vaut environ $0{,}56\,\text{s}$.

2

Calculer $u_C(\tau)$ et $u_C(5\tau)$.

INDICE

Outil : remplacer t par τ puis par 5τ : l'exposant devient -1 puis -5.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned}u_C(\tau) &= E\left(1 - e^{-1}\right) \\ &\approx 15\,\text{V} \times 0{,}63 \\ &\approx 9{,}5\,\text{V}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}u_C(5\tau) &= E\left(1 - e^{-5}\right) \\ &\approx 15\,\text{V} \times 0{,}993 \\ &\approx 15\,\text{V}\end{aligned}$$

À $t = 5\tau$, la tension a atteint plus de 99 % de E.

3

Estimer la durée du régime transitoire.

INDICE

Outil : le régime permanent est pratiquement atteint au bout de 5τ.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned}\Delta t &\approx 5\,\tau \\ &\approx 5 \times 0{,}564\,\text{s} \\ &\approx 2{,}8\,\text{s}\end{aligned}$$

Le régime transitoire dure environ $2{,}8\,\text{s}$; ensuite, u_C reste pratiquement égale à E.

Exercice 7

Décharge d'un condensateur : intensité au basculement et tension

Un condensateur de capacité $C = 220\,\mu\text{F}$, chargé sous la tension $E = 9{,}0\,\text{V}$, est relié à l'instant $t = 0$ à un résistor de résistance $R = 4{,}7\,\text{k}\Omega$. Le courant est orienté vers l'armature A, comme lors de la charge, et u_C est fléchée en convention récepteur. On donne $e^{-1} \approx 0{,}37$.

1

Donner la valeur de u_C juste après le basculement. Justifier.

INDICE

Outil : quelle grandeur électrique ne peut pas varier brusquement aux bornes d'un condensateur ?

CORRIGÉ

La tension aux bornes d'un condensateur est une fonction continue du temps : elle ne saute pas au basculement. Juste après, elle vaut donc encore $u_C = 9{,}0\,\text{V}$.

2

Calculer l'intensité i juste après le basculement. Interpréter son signe.

INDICE

Début : dans la maille, $u_R + u_C = 0$ et $u_R = R\,i$.

CORRIGÉ

La loi d'additivité des tensions donne $R\,i + u_C = 0$:

$$\begin{aligned} i &= -\frac{u_C}{R} \\ &= -\frac{9{,}0\,\text{V}}{4{,}7\times10^{3}\,\Omega} \\ &= -1{,}9\times10^{-3}\,\text{A} \end{aligned}$$

L'intensité est négative : le courant circule en sens opposé au sens orienté, et l'armature A perd sa charge.

3

Calculer la constante de temps, écrire l'expression de $u_C(t)$ pour $t \geq 0$, puis calculer u_C à l'instant $t = \tau$.

INDICE

Outil : $\tau = RC$; chercher la forme d'exponentielle qui décroît de E vers 0.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned} \tau &= R\,C \\ &= 4{,}7 \times 10^{3}\,\Omega \\ &\quad \times 220 \times 10^{-6}\,\mathrm{F} \\ &= 1{,}0\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Pour $t \geq 0$, avec u_C en volts et $\tau \approx 1{,}0\,\mathrm{s}$:

$$u_C(t) = 9{,}0\,e^{-t/\tau}$$

À $t = \tau$, l'exponentielle vaut e^{-1} :

$$\begin{aligned} u_C(\tau) &= E\,e^{-1} \\ &\approx 9{,}0\,\mathrm{V} \times 0{,}37 \\ &\approx 3{,}3\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

Au bout d'une constante de temps, il reste environ 37 % de la tension initiale, soit $3{,}3\,\mathrm{V}$.

Exercice 8

Énergie emmagasinée dans un condensateur et effet de la tension

Un condensateur de capacité $C = 680\,\mu\text{F}$ est chargé sous la tension $u_C = 25\,\text{V}$.

1

Calculer l'énergie électrique $\mathcal{E}_e$ qu'il emmagasine.

INDICE

Outil : $\mathcal{E}_e = \dfrac{1}{2}\,C\,u_C^2$, avec C en farads.

CORRIGÉ

On convertit : $C = 6{,}80 \times 10^{-4}\,\text{F}$.

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_e &= \frac{1}{2}\,C\,u_C^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 6{,}80 \times 10^{-4}\,\text{F} \\ &\quad \times (25\,\text{V})^2 \\ &= 0{,}21\,\text{J}\end{aligned}$$

Le condensateur emmagasine environ $0{,}21\,\text{J}$.

2

Calculer la charge q du condensateur, puis retrouver $\mathcal{E}_e$ avec l'expression $\dfrac{q^2}{2C}$.

INDICE

Outil : $q = C\,u_C$; garder la valeur non arrondie de q pour le contrôle.

CORRIGÉ

$$\begin{aligned}q &= C\,u_C \\ &= 6{,}80 \times 10^{-4}\,\text{F} \times 25\,\text{V} \\ &= 1{,}7 \times 10^{-2}\,\text{C}\end{aligned}$$

On calcule d'abord $q^2 \approx 2{,}89 \times 10^{-4}\,\text{C}^2$ et $2C = 1{,}36 \times 10^{-3}\,\text{F}$:

$$\begin{aligned}&\frac{q^2}{2C} \\ &= \frac{2{,}89 \times 10^{-4}\,\text{C}^2}{1{,}36 \times 10^{-3}\,\text{F}} \\ &\approx 0{,}21\,\text{J}\end{aligned}$$

Les deux expressions donnent la même énergie.

3

On double la tension de charge. Par quel facteur l'énergie emmagasinée est-elle multipliée ? Calculer la nouvelle énergie.

INDICE

Point délicat : regarder sous quelle puissance la tension figure dans l'expression de l'énergie.

CORRIGÉ

L'énergie est proportionnelle au carré de la tension : doubler u_C multiplie $\mathcal{E}_e$ par $2^2 = 4$.

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_e' &= 4 \times 0{,}2125\,\text{J} \\ &\approx 0{,}85\,\text{J} \end{aligned}$$

Sous une tension double, le condensateur emmagasinerait environ $0{,}85\,\text{J}$.