BURHAN

Résumé : Décroissance radioactive

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/decroissance-radioactive/resume

Chapitre	Semestre
Décroissance radioactive	Semestre 1

Nucléons, protons, neutrons et isotopes

Remarque : L'atome et son noyau

Rappel : un atome est formé d'un noyau et d'électrons. Le noyau porte presque toute la masse de l'atome. L'élément chimique est fixé par le nombre de protons du noyau.

Définition : Composition d'un noyau et symbole du nucléide

Un noyau atomique est formé de **nucléons** : des protons et des neutrons. Un nucléide est représenté par le symbole

$$^{A}_{Z}\mathrm{X}$$

où X est le symbole de l'élément chimique, Z le **nombre de charge** (nombre de protons) et A le **nombre de nucléons** (nombre de masse). Le noyau contient Z protons et $N = A - Z$ neutrons.

Définition : Isotopes d'un élément chimique

Des **isotopes** sont des nucléides qui ont le même nombre de charge Z et des nombres de nucléons A différents : ils appartiennent au même élément chimique et ne diffèrent que par leur nombre de neutrons N. Par exemple, $^{12}_{6}\mathrm{C}$, $^{13}_{6}\mathrm{C}$ et $^{14}_{6}\mathrm{C}$ sont trois isotopes du carbone.

Méthode : Du symbole à la composition

1. **Lecture** : en haut à gauche du symbole, A ; en bas à gauche, Z.
2. **Protons** : il y en a Z, et Z désigne l'élément.
3. **Neutrons** : il y en a $N = A - Z$.
4. **Comparaison** : même Z, même élément ; si de plus A diffère, ce sont des isotopes.

Exemple

Le technétium 99 s'écrit $^{99}_{43}\mathrm{Tc}$. Son noyau compte 43 protons et $99 - 43 = 56$ neutrons, soit 99 nucléons.

Attention : Nombre de nucléons et masse

Le nombre A compte des nucléons : c'est un entier sans unité, pas une masse. Deux isotopes ont le même nombre de protons, donc le même comportement chimique. Ils ne se distinguent que par leurs neutrons.

Noyaux stables, noyaux instables

Propriété : Domaines de stabilité dans le diagramme (N, Z)

Dans le **diagramme** (N, Z), chaque nucléide connu est un point d'abscisse Z et d'ordonnée N. Les noyaux stables occupent une bande étroite, la **vallée de stabilité** :

- pour $Z \leq 20$ environ, elle suit la droite $N = Z$;
- au-delà, elle s'écarte au-dessus de cette droite : les noyaux stables lourds ont plus de neutrons que de protons.

Les noyaux situés hors de cette bande sont **instables** : au-dessus, ils ont un excès de neutrons ; au-dessous, un excès de protons. Aucun noyau de $Z > 83$ n'est stable.

À retenir : Situer un nucléide par rapport à la vallée

Place le nucléide dans le diagramme (N, Z), puis compare-le aux noyaux stables de même Z. Au-dessus de la vallée, il a trop de neutrons. Au-dessous, il a trop de protons. Un noyau instable finit par se transformer.

Définition : Noyau radioactif et désintégration

Un noyau **radioactif** est un noyau instable qui se transforme spontanément en un autre noyau, en émettant une ou plusieurs particules et, souvent, un rayonnement. Cette transformation est une **désintégration** : le noyau qui se désintègre est le noyau **père**, le noyau formé est le noyau **fils**. Une désintégration est **spontanée**, **aléatoire** (on ne peut pas prévoir l'instant où un noyau donné se désintègre) et **inéluctable** ; elle ne dépend ni de la température, ni de la pression, ni de l'espèce chimique dans laquelle se trouve le noyau.

Propriété : Lois de conservation de Soddy

Au cours d'une réaction nucléaire, en particulier d'une désintégration, il y a conservation :

- du **nombre de charge** : la somme des nombres de charge des produits est égale à celle des réactifs ;
- du **nombre de nucléons** : la somme des nombres de nucléons des produits est égale à celle des réactifs.

Pour la désintégration ${}^{A}_{Z}\mathrm{X} \longrightarrow {}^{A_1}_{Z_1}\mathrm{Y} + {}^{A_2}_{Z_2}\mathrm{P}$:

$$A = A_1 + A_2 \quad \text{et} \quad Z = Z_1 + Z_2.$$

Particules émises et rayonnement gamma

Définition : Radioactivité alpha

Un noyau radioactif α émet un noyau d'hélium ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$, appelé particule α. D'après les lois de conservation, l'équation de la désintégration s'écrit :

$${}^{A}_{Z}\mathrm{X} \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

La radioactivité α concerne surtout des noyaux lourds.

Définition : Radioactivités bêta moins et bêta plus

- Un noyau radioactif β^- émet un électron ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$; il concerne des noyaux qui ont un excès de neutrons :

$${}^{A}_{Z}\mathrm{X} \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}\mathrm{Y} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

- Un noyau radioactif β^+ émet un positon ${}^{0}_{1}\mathrm{e}$, particule de même masse que l'électron et de charge opposée ; il concerne des noyaux qui ont un excès de protons :

$${}^{A}_{Z}\mathrm{X} \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}\mathrm{Y} + {}^{0}_{1}\mathrm{e}$$

  L'électron et le positon émis sont créés dans le noyau au moment de la désintégration.

Définition : Émission gamma

Le noyau fils est souvent formé dans un **état excité**, noté ${}^{A}_{Z}\mathrm{Y}^{*}$. Il revient à son état fondamental en émettant un rayonnement électromagnétique très énergétique, le **rayonnement** γ :

$${}^{A}_{Z}\mathrm{Y}^{*} \longrightarrow {}^{A}_{Z}\mathrm{Y} + \gamma$$

L'émission γ ne change ni A ni Z : elle accompagne en général une désintégration α ou β.

Méthode : Trouver le noyau fils par les deux conservations

1. **Membre de gauche** : le noyau père.
2. **Membre de droite** : la particule émise, puis un noyau fils inconnu ${}^{A}_{Z}\mathrm{Y}$.
3. **Nucléons** : A s'obtient par conservation du nombre de nucléons.
4. **Charge** : Z s'obtient par conservation du nombre de charge, puis le tableau périodique nomme Y.
5. **Contrôle** : refais les deux sommes, à gauche et à droite.

Exemple

Le technétium 99m est un état excité de longue durée du technétium 99, noté m. Il rejoint l'état fondamental par émission γ :

$$^{99}_{43}\mathrm{Tc}^{*} \longrightarrow {}^{99}_{43}\mathrm{Tc} + \gamma$$

Le technétium 99 est ensuite radioactif β^{-}. Avec $Z = 44$ pour le ruthénium :

$$^{99}_{43}\mathrm{Tc} \longrightarrow {}^{99}_{44}\mathrm{Ru} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

Méthode : Particule émise et variations de A et de Z

- **Particule écrite** : noyau d'hélium pour α, électron pour β^{-}, positon pour β^{+}, rayonnement seul pour γ.
- **Père et fils seulement** : A baisse de 4 et Z de 2 pour α ; A garde sa valeur pour β^{-} (Z gagne 1) et pour β^{+} (Z perd 1).
- **Dans le diagramme** (N, Z) : α recule de deux cases sur chaque axe ; β^{-} et β^{+} font un pas en diagonale, en sens opposés.

Exemple

Le samarium 147 donne le néodyme 143 : A passe de 147 à 143 et Z de 62 à 60, c'est une désintégration α.

$$^{147}_{62}\mathrm{Sm} \longrightarrow {}^{143}_{60}\mathrm{Nd} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

Le carbone 11 donne le bore 11, de même A, avec Z qui baisse de 1 : c'est une désintégration β^{+}.

$$^{11}_{6}\mathrm{C} \longrightarrow {}^{11}_{5}\mathrm{B} + {}^{0}_{1}\mathrm{e}$$

Attention : Un électron créé dans le noyau

L'électron d'une désintégration β^{-} naît dans le noyau au moment où celui-ci se transforme. Il ne provient pas des électrons qui entourent le noyau. Comme Z augmente, le fils appartient à un autre élément.

Évolution du nombre de noyaux radioactifs

À retenir : Imprévisible pour un noyau, régulier pour un grand nombre

On ne peut pas prévoir l'instant où un noyau donné se désintègre. Sur un très grand nombre de noyaux, la décroissance suit pourtant une loi précise. Deux comptages successifs d'une même source fluctuent autour de cette loi.

Propriété : Outil de mathématiques admis : exponentielle et logarithme népérien

La fonction exponentielle $x \mapsto e^x$ et la fonction logarithme népérien $x \mapsto \ln x$ (pour $x > 0$) sont **admises** dans ce chapitre avec les propriétés suivantes.

- $e^x > 0$, $e^0 = 1$, $e^{a+b} = e^a\, e^b$ et $e^{-a} = \dfrac{1}{e^a}$.
- Pour une constante k, la dérivée de $t \mapsto e^{kt}$ est $t \mapsto k\, e^{kt}$.
- e^{-x} tend vers 0 quand x tend vers $+\infty$.
- Pour $y > 0$, $e^x = y$ équivaut à $x = \ln y$; $\ln(e^x) = x$ et $\ln 1 = 0$.
- $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ et $\ln \dfrac{a}{b} = \ln a - \ln b$ pour $a > 0, b > 0$.
- Valeurs utiles : $\ln 2 \approx 0{,}693$ et $e^{-1} \approx 0{,}37$.

Propriété : Loi de décroissance radioactive

Soit un échantillon contenant, à l'instant $t = 0$, N_0 noyaux radioactifs d'un même nucléide. Le nombre moyen $N(t)$ de noyaux non encore désintégrés à l'instant t est :

$$N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$$

La **constante radioactive** λ est positive et caractéristique du nucléide ; elle s'exprime en $\mathrm{s^{-1}}$ (ou en $\mathrm{j^{-1}}$, $\mathrm{an^{-1}}$). Pendant une durée Δt très petite, le nombre moyen de désintégrations vaut $\lambda N \Delta t$.

Exemple

Pour le technétium 99m, $\lambda = 0{,}115\ \mathrm{h^{-1}}$. Au bout de $12{,}0\ \mathrm{h}$, la fraction de noyaux restants vaut

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} \approx 0{,}252$$

Il en reste environ un quart, car $12{,}0\ \mathrm{h}$ représente presque deux demi-vies.

Demi-vie, constante de temps et leurs lectures

Définition : Constante de temps et demi-vie

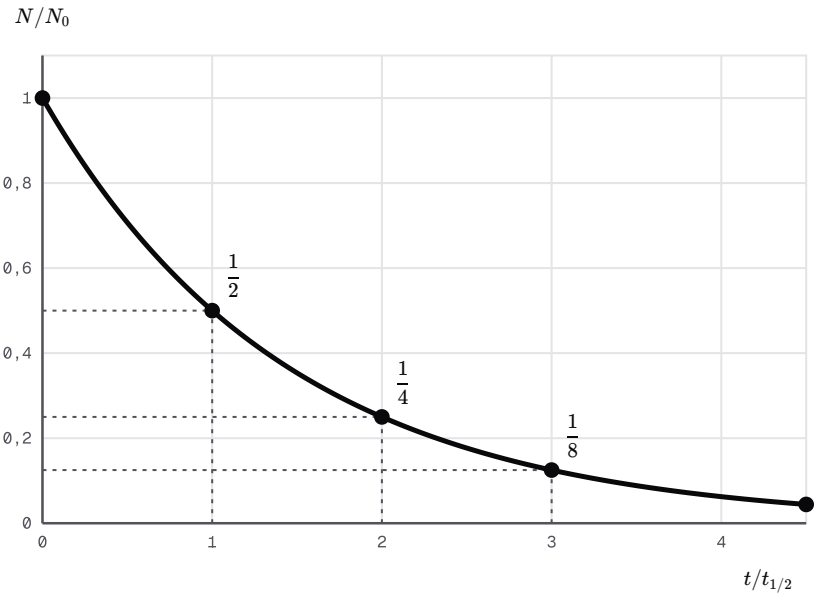
- La **constante de temps** d'un nucléide radioactif est $\tau = \dfrac{1}{\lambda}$. Son équation aux dimensions est $[\tau] = \mathrm{T}$: elle s'exprime en secondes, comme toute durée, et $[\lambda] = \mathrm{T^{-1}}$.
- La **demi-vie** $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents se sont désintégrés : $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.

Propriété : Relation entre demi-vie, constante radioactive et constante de temps

La demi-vie d'un nucléide radioactif ne dépend pas du nombre initial de noyaux, et

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \, \ln 2.$$

Au bout de n demi-vies, il reste $N(n\,t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2^n}$ noyaux radioactifs.



Une, deux puis trois demi-vies : la moitié, le quart, le huitième

Exemple

Données. Le technétium 99m a une demi-vie $t_{1/2} = 6{,}01\,\mathrm{h}$.

Constante radioactive. $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}} \approx 0{,}115\,\mathrm{h^{-1}}$, soit $3{,}20 \times 10^{-5}\,\mathrm{s^{-1}}$ avec $t_{1/2} = 2{,}16 \times 10^{4}\,\mathrm{s}$.

Constante de temps. $\tau = \dfrac{1}{\lambda} \approx 8{,}67\,\mathrm{h}$, plus longue que la demi-vie.

Attention : Après deux demi-vies, il reste le quart

Une demi-vie ne vide pas l'échantillon en deux fois. Après deux demi-vies, il reste encore le quart des noyaux, puis le huitième après trois. La demi-vie est la même quel que soit le nombre de noyaux de départ.

Activité, tangente à l'origine et comptages

Définition : Activité d'un échantillon radioactif

L'**activité** a d'un échantillon radioactif est le nombre moyen de désintégrations qui s'y produisent par unité de temps :

$$a(t) = -\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}$$

Elle s'exprime en **becquerel** (Bq) : $1\ \mathrm{Bq}$ correspond à une désintégration par seconde.

Propriété : Décroissance de l'activité

L'activité d'un échantillon radioactif est proportionnelle au nombre de noyaux radioactifs qu'il contient, et décroît selon la même loi :

$$a(t) = \lambda\, N(t) = a_0\, e^{-\lambda t}$$

avec $a_0 = \lambda N_0$. Par conséquent, $\ln a(t) = \ln a_0 - \lambda t$: la courbe représentant $\ln a$ en fonction de t est une droite de pente $-\lambda$.

Propriété : Tangente à l'origine de la courbe de décroissance

Sur la courbe représentant N (ou a) en fonction de t, la tangente à l'origine coupe l'axe des temps à l'instant $t = \tau$. À cet instant, $N(\tau) = N_0\, e^{-1} \approx 0{,}37\, N_0$.

Méthode : Deux lectures sur une courbe de décroissance

1. **Valeur initiale** : lis N_0 (ou a_0) à $t = 0$.
2. **Demi-vie** : trace l'horizontale d'ordonnée $\dfrac{N_0}{2}$; l'abscisse du point de la courbe donne $t_{1/2}$.
3. **Constante de temps** : trace la tangente à l'origine ; elle rencontre l'axe des temps en $t = \tau$.
4. **Contrôle** : $t_{1/2} \approx 0{,}69\,\tau$; chaque lecture s'écrit avec $\approx$.

Exemple

Une seringue de technétium 99m a une activité $a_0 = 6{,}0 \times 10^{8}\ \mathrm{Bq}$. Avec λ en s^{-1}, le nombre de noyaux radioactifs qu'elle contient vaut

$$N_0 = \frac{a_0}{\lambda} \approx 1{,}9 \times 10^{13}$$

La seringue contient donc environ $1{,}9 \times 10^{13}$ noyaux de technétium 99m.

Attention : Le becquerel impose la seconde

Le becquerel compte des désintégrations par seconde. Pour obtenir une activité en Bq par $a = \lambda N$, exprime d'abord λ en $\mathrm{s^{-1}}$: convertis la demi-vie en secondes, avec $1\,\mathrm{h} = 3\,600\,\mathrm{s}$ et $1\,\mathrm{j} = 86\,400\,\mathrm{s}$.

Méthode : Des comptages à la constante radioactive

1. **Bruit de fond** : retranche-le de chaque comptage, puis divise par la durée de comptage.
2. **Logarithme** : calcule $\ln a$, l'activité étant dans une unité fixée.
3. **Graphique** : place les points $(t, \ln a)$ et trace la droite de modélisation.
4. **Exploitation** : la pente vaut $-\lambda$; déduis-en τ et $t_{1/2}$, avec leurs unités.

Dater un objet par un radioélément

Propriété : Âge d'un échantillon par datation radioactive

Si un échantillon contenait, à sa formation, des noyaux d'un nucléide radioactif de constante λ et d'activité initiale a_0 connue, et si aucun noyau de ce nucléide n'a été apporté ni retiré depuis, son âge t se déduit de son activité actuelle a :

$$t = \frac{1}{\lambda}\,\ln\frac{a_0}{a} = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}\,\ln\frac{a_0}{a}.$$

La même relation vaut avec les nombres de noyaux N_0 et N. Le radioélément convenable a une demi-vie du même ordre de grandeur que l'âge à mesurer.

Méthode : De deux activités à un âge

1. **Choix** : prends un radioélément dont la demi-vie a l'ordre de grandeur de l'âge cherché.
2. **Activités** : a_0 vient d'un échantillon témoin, a de l'objet, pour une même masse et dans une même unité.
3. **Calcul** : $t = \dfrac{t_{1/2}}{\ln 2}\,\ln\dfrac{a_0}{a}$, dans l'unité de $t_{1/2}$.
4. **Vraisemblance** : compare le rapport $\dfrac{a_0}{a}$ aux puissances de 2.

Exemple

Un objet a gardé $20\,\%$ de l'activité initiale : $\dfrac{a_0}{a} = 5{,}0$. Son âge vaut $t = \dfrac{\ln 5{,}0}{\ln 2}\,t_{1/2} \approx 2{,}3\,t_{1/2}$, entre deux et trois demi-vies, car 5 est compris entre 4 et 8.

Attention : Âge trop court ou trop long devant la demi-vie

Si l'âge est très court devant la demi-vie, l'activité a trop peu varié pour être distinguée de a_0. S'il est très long, l'activité restante se perd dans le bruit de fond. Le bon radioélément a une demi-vie comparable à l'âge visé.

Relations et gestes à retenir

Méthode : Quel geste pour quelle question ?

- **Composition d'un noyau** : Z protons et $A - Z$ neutrons.
- **Équation de désintégration** : particule émise, puis conservation de A et de Z.
- **Type de radioactivité** : particule émise, ou variation de A et Z, ou déplacement dans le diagramme (N, Z).
- **Demi-vie sur une courbe** : ordonnée $\frac{N_0}{2}$.
- **Constante de temps sur une courbe** : tangente à l'origine.
- **Mesures de comptage** : bruit de fond retranché, droite $\ln a$ en fonction de t.
- **Nombre de noyaux** : $N = \frac{a}{\lambda}$, ou $N = \frac{m}{M} N_A$ pour une masse.
- **Âge** : radioélément adapté, puis rapport $\frac{a_0}{a}$.

Composition

$$N = A - Z$$

Loi de décroissance

$$N(t) = N_0 \, e^{-\lambda t}$$

Constante de temps

$$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

Demi-vie

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \, \ln 2$$

Après n demi-vies

$$N = \frac{N_0}{2^n}$$

Activité

$$a = \lambda N = a_0 \, e^{-\lambda t}$$

Droite de mesure

$$\ln a = \ln a_0 - \lambda t$$

Noyaux d'une masse

$$N = \frac{m}{M} N_A$$

Âge

$$t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln \frac{a_0}{a}$$

À retenir : Rédiger une application numérique

> Écris la relation littérale, puis les valeurs avec leurs unités, puis le résultat avec son unité. Garde les chiffres significatifs de la donnée la moins précise. Une lecture graphique s'écrit avec $\approx$. Nomme la loi appliquée à chaque étape.