BURHAN

Décroissance radioactive : exercices, niveau examen

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/decroissance-radioactive/exercices/examen

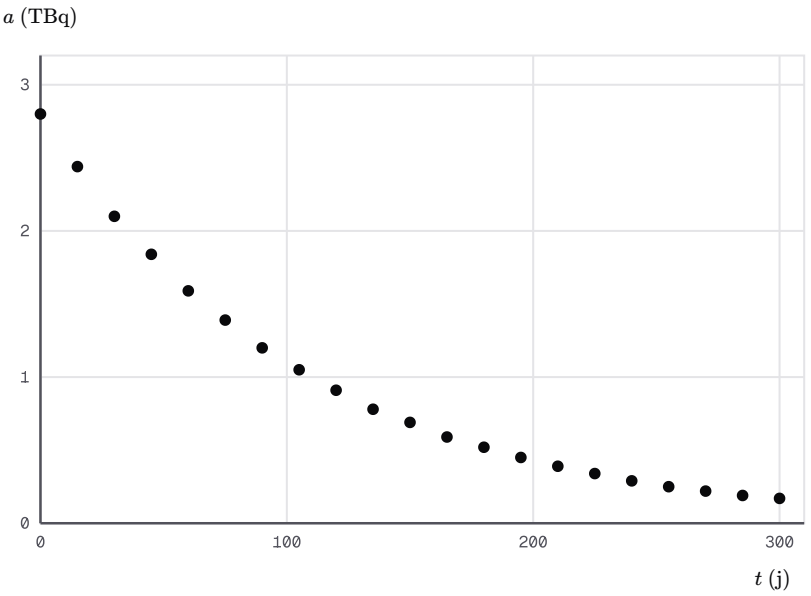
Chapitre	Palier	Exercices
Décroissance radioactive	Niveau examen	5

Exercice 1 — 5,5 pts

Gammagraphie industrielle à l'iridium 192

Pour contrôler des soudures, une entreprise radiographie des pièces d'acier avec le rayonnement γ d'une source d'iridium 192, $^{192}_{77}\mathrm{Ir}$. On donne le nombre de charge du platine, $Z = 78$, et $1\,\mathrm{j} = 86\,400\,\mathrm{s}$; calculatrice autorisée.

Document. Activité a de la source, mesurée par le fabricant tous les quinze jours depuis sa mise en service.



Activité de la source d'iridium 192 relevée tous les quinze jours

A.1. — 0,75 pts

Partie A : noyau et rayonnements de l'iridium 192.

Donner la composition du noyau d'iridium 192.

INDICE

Outil : le symbole du nucléide donne le nombre de charge et le nombre de nucléons.

CORRIGÉ

Lecture. Dans $^{192}_{77}\mathrm{Ir}$, $Z = 77$ et $A = 192$.

Neutrons. $N = A - Z = 192 - 77 = 115$.

Conclusion. Le noyau d'iridium 192 contient 77 protons et 115 neutrons, soit 192 nucléons.

A.2. 1 pts

L'iridium 192 se désintègre le plus souvent par radioactivité β^-. Écrire l'équation de cette désintégration et nommer le noyau fils.

INDICE

Outil : la particule émise par une désintégration β^-, puis les deux lois de conservation.

CORRIGÉ

Noyau fils. Le nombre de nucléons reste 192 ; le nombre de charge passe de 77 à 78 : c'est le platine.

$$\begin{aligned} &{}^{192}_{77}\mathrm{Ir} \\ &\longrightarrow {}^{192}_{78}\mathrm{Pt} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e} \end{aligned}$$

Contrôle. $192 = 192 + 0$ et $77 = 78 - 1$.

Conclusion. L'iridium 192 se désintègre en platine 192 en émettant un électron.

A.3. 0,5 pts

Le noyau fils est formé dans un état excité. Écrire l'équation de son retour à l'état fondamental, puis expliquer pourquoi c'est ce rayonnement qui sert à radiographier l'acier.

INDICE

Outil : l'émission γ ne change ni A ni Z ; compare le pouvoir de pénétration des rayonnements.

CORRIGÉ

Émission γ.

$$ {}^{192}_{78}\mathrm{Pt}^{*} \longrightarrow {}^{192}_{78}\mathrm{Pt} + \gamma $$

Pénétration. Les électrons émis sont arrêtés par quelques millimètres de métal. Le rayonnement γ, très pénétrant, traverse plusieurs centimètres d'acier : un défaut de soudure modifie son atténuation et apparaît sur le film.

Conclusion. Le platine 192 excité revient à son état fondamental en émettant un rayonnement γ, assez pénétrant pour traverser les pièces d'acier.

B.1. 0,75 pts

Partie B : activité de la source.

Montrer, à l'aide du document, que la demi-vie de l'iridium 192 vaut environ $74\,\text{j}$.

INDICE

Outil : la définition de la demi-vie ; cherche entre quels relevés l'activité passe par la moitié de sa valeur initiale.

CORRIGÉ

Activité initiale. Le premier relevé donne $a_0 \approx 2{,}8\,\text{TBq}$; sa moitié vaut $1{,}4\,\text{TBq}$.

Encadrement. L'activité vaut environ $1{,}59\,\text{TBq}$ à $60\,\text{j}$ et $1{,}39\,\text{TBq}$ à $75\,\text{j}$: elle passe par $1{,}4\,\text{TBq}$ juste avant $75\,\text{j}$.

Conclusion. Le relevé donne une demi-vie voisine de $74\,\text{j}$.

B.2. 0,75 pts

On note λ la constante radioactive de l'iridium 192. Montrer que $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$.

INDICE

Début : écris la loi de décroissance à l'instant $t_{1/2}$. **Ensuite :** simplifie par N_0, puis applique le logarithme népérien.

CORRIGÉ

Définition. À $t = t_{1/2}$, $N = \dfrac{N_0}{2}$. D'après la loi de décroissance radioactive :

$$N_0\, e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{N_0}{2}$$

Simplification. $N_0 > 0$, donc $e^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{1}{2}$.

Logarithme. $-\lambda t_{1/2} = \ln \dfrac{1}{2} = -\ln 2$.

Conclusion. La demi-vie et la constante radioactive vérifient $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$.

B.3. 0,5 pts

On prend $t_{1/2} = 73{,}8\,\text{j}$. Calculer λ en s^{-1}.

INDICE

Outil : la demi-vie exprimée en secondes.

CORRIGÉ

Demi-vie en secondes. $t_{1/2} = 73{,}8 \times 86\,400 \approx 6{,}38 \times 10^{6}\,\text{s}$.

Constante radioactive.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$
$$\lambda \approx 1{,}09 \times 10^{-7}\,\text{s}^{-1}$$

Conclusion. La constante radioactive de l'iridium 192 vaut environ $1{,}09 \times 10^{-7}\,\text{s}^{-1}$.

B.4. 0,5 pts

À sa mise en service, la source a une activité $a_0 = 2{,}8\,\text{TBq}$, avec $1\,\text{TBq} = 10^{12}\,\text{Bq}$. Avec $\lambda \approx 1{,}09 \times 10^{-7}\,\text{s}^{-1}$, calculer le nombre N_0 de noyaux d'iridium 192 qu'elle contient alors.

INDICE

Outil : la proportionnalité entre activité et nombre de noyaux.

CORRIGÉ

Relation. D'après la décroissance de l'activité, $a_0 = \lambda N_0$:

$$N_0 = \frac{a_0}{\lambda}$$
$$N_0 \approx \frac{2{,}8 \times 10^{12}}{1{,}09 \times 10^{-7}}$$
$$N_0 \approx 2{,}6 \times 10^{19}$$

Conclusion. À sa mise en service, la source contenait environ $2{,}6 \times 10^{19}$ noyaux d'iridium 192.

B.5. 0,75 pts

L'entreprise remplace la source quand son activité devient inférieure à $0{,}40\,\text{TBq}$. Calculer la durée d'utilisation de la source, puis la contrôler sur le document.

INDICE

Début : la loi de l'activité à l'instant du remplacement.

CORRIGÉ

Équation. $a_0\,e^{-\lambda t} = 0{,}40\,\text{TBq}$, donc $\lambda t = \ln\dfrac{a_0}{0{,}40}$ et

$$t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}\,\ln\frac{2{,}8}{0{,}40}$$
$$t \approx 106 \times \ln 7{,}0$$
$$t \approx 2{,}1 \times 10^{2}\,\text{j}$$

Contrôle. Sur le document, l'activité vaut environ $0{,}45\,\text{TBq}$ à $195\,\text{j}$ et $0{,}39\,\text{TBq}$ à $210\,\text{j}$: elle passe sous $0{,}40\,\text{TBq}$ entre $195\,\text{j}$ et $210\,\text{j}$.

Conclusion. La source sert pendant environ $2{,}1 \times 10^{2}\,\text{j}$, soit près de sept mois.

Exercice 2 5,25 pts

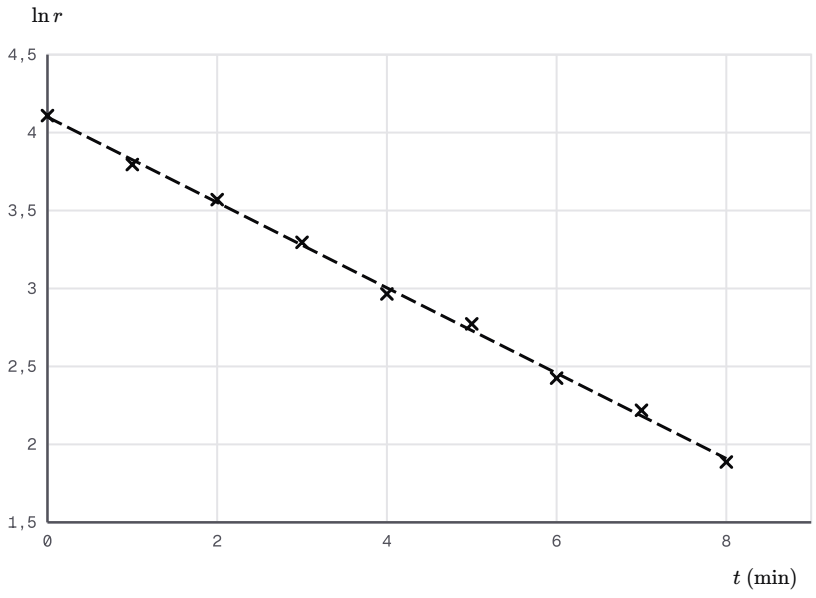
Suivre au compteur la décroissance du baryum 137m

Au laboratoire, on obtient à partir d'un générateur une solution contenant du baryum 137m, radioactif. Un compteur Geiger-Müller relève le nombre n de coups pendant $10{,}0\,\text{s}$, une fois par minute. Sans source, il relève en moyenne 4 coups en $10{,}0\,\text{s}$.

On note $r = \dfrac{n - 4}{10{,}0\,\text{s}}$ le taux de comptage corrigé, en coups par seconde ; il est proportionnel à l'activité de la solution. Calculatrice autorisée.

Document. Relevés, et représentation de $\ln r$ en fonction du temps avec la droite de modélisation.

t (min)	n (coups en $10{,}0\,\text{s}$)
0	613
1	449
2	359
3	274
4	198
5	164
6	117
7	96
8	70



Logarithme du taux de comptage corrigé du baryum 137m

A.1. 0,5 pts

Partie A : mesures et protocole.

Calculer r et $\ln r$ pour la mesure faite à $t = 3\,\text{min}$.

INDICE

Outil : le bruit de fond et la durée de comptage.

CORRIGÉ

Taux corrigé.

$$r = \frac{274 - 4}{10{,}0\,\text{s}}$$
$$r = 27{,}0\,\text{s}^{-1}$$

Logarithme. $\ln r \approx 3{,}30$, r étant exprimé en s^{-1}.

Conclusion. À $t = 3\,\text{min}$, $r = 27{,}0\,\text{s}^{-1}$ et $\ln r \approx 3{,}30$, ce que confirme le quatrième point du document.

A.2. 0,5 pts

Pourquoi chaque comptage dure-t-il $10{,}0\,\text{s}$, plutôt qu'une seconde ou qu'une minute entière ?

INDICE

Outil : compare la durée de comptage à la durée sur laquelle l'activité varie nettement, puis pense aux fluctuations.

CORRIGÉ

Pas trop long. Le taux corrigé diminue de moitié en quelques minutes. Pendant $10{,}0\,\text{s}$, l'activité change peu : le comptage se rapporte à un instant bien défini.

Pas trop court. En une seconde, on ne compterait que quelques dizaines de coups, avec des fluctuations relatives fortes ; en $10{,}0\,\text{s}$, on en compte des centaines au début de l'expérience.

Conclusion. Une durée de $10{,}0\,\text{s}$ est courte devant la décroissance, mais assez longue pour réduire les fluctuations du comptage.

A.3. 1 pts

Proposer un protocole qui permet d'obtenir ces relevés : matériel, mesures et précautions.

INDICE

Début : commence par la mesure faite sans source. **Ensuite :** dis comment repérer les instants et ce qui doit rester fixe d'une mesure à l'autre.

CORRIGÉ

Matériel. Un compteur Geiger-Müller relié à un compteur d'impulsions, un support qui fixe la distance entre le tube et la solution, un chronomètre.

Bruit de fond. Avant l'expérience, compter plusieurs fois pendant $10{,}0\,\mathrm{s}$ sans source, et garder la moyenne.

Mesures. Déclencher le chronomètre dès l'obtention de la solution. Chaque minute, compter pendant $10{,}0\,\mathrm{s}$ et noter n, sans déplacer ni la solution ni le tube.

Précautions. Gants et blouse, solution dans un récipient fermé, distance maintenue, manipulation courte, puis stockage de la solution dans le conteneur prévu.

Conclusion. Le protocole associe un bruit de fond mesuré sans source, des comptages de $10{,}0\,\mathrm{s}$ à intervalles réguliers dans une géométrie fixe, et des règles de protection.

B.1. 1 pts

Partie B : exploitation de la droite. On note a l'activité de la solution, a_0 sa valeur à $t = 0$ et λ la constante radioactive du baryum 137m. On admet que $r = k\,a$, avec k constant.

Montrer que $\ln r = \ln(k\,a_0) - \lambda t$.

INDICE

Outil : la décroissance de l'activité, puis les propriétés algébriques du logarithme népérien.

CORRIGÉ

Loi. D'après la décroissance de l'activité, $a = a_0\,e^{-\lambda t}$, donc $r = k\,a_0\,e^{-\lambda t}$, avec $k\,a_0 > 0$.

Logarithme. $\ln r = \ln(k\,a_0) + \ln\left(e^{-\lambda t}\right)$, et $\ln\left(e^{-\lambda t}\right) = -\lambda t$.

Conclusion. $\ln r = \ln(k\,a_0) - \lambda t$: la courbe de $\ln r$ en fonction de t est une droite de pente $-\lambda$.

B.2. 0,75 pts

La droite de modélisation du document passe par les points $(0;4{,}10)$ et $(8;1{,}91)$, le temps étant en minutes. En déduire la constante radioactive λ du baryum 137m.

INDICE

Outil : la pente de la droite vaut $-\lambda$.

CORRIGÉ

Pente.

$$p = \frac{1{,}91 - 4{,}10}{8\,\text{min}}$$
$$p \approx -0{,}274\,\text{min}^{-1}$$

Constante radioactive. $\lambda = -p$.

Conclusion. La droite donne $\lambda \approx 0{,}274\,\text{min}^{-1}$.

B.3. 0,75 pts

Avec $\lambda \approx 0{,}274\,\text{min}^{-1}$, calculer la constante de temps τ et la demi-vie $t_{1/2}$ du baryum 137m.

INDICE

Outil : la définition de la constante de temps et la relation entre demi-vie et constante radioactive.

CORRIGÉ

Constante de temps. $\tau = \dfrac{1}{\lambda} \approx 3{,}65\,\text{min}$.

Demi-vie.

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$
$$t_{1/2} \approx \frac{0{,}693}{0{,}274\,\text{min}^{-1}}$$
$$t_{1/2} \approx 2{,}53\,\text{min}$$

Conclusion. Les mesures donnent $\tau \approx 3{,}65\,\text{min}$ et $t_{1/2} \approx 2{,}53\,\text{min}$.

B.4. `0,75 pts`

La demi-vie tabulée du baryum 137m vaut $2{,}55\,\text{min}$. Calculer l'écart relatif entre la valeur mesurée $2{,}53\,\text{min}$ et cette valeur. Avec $\lambda \approx 0{,}274\,\text{min}^{-1}$ et la droite passant par $(0\,;\,4{,}10)$, estimer ensuite à quel instant le taux corrigé deviendrait égal au bruit de fond, $0{,}40\,\text{s}^{-1}$, et conclure.

INDICE

Début : l'écart relatif est la valeur absolue de la différence, divisée par la valeur de référence. **Ensuite :** écris $\ln r$ sur la droite, avec $\ln 0{,}40 \approx -0{,}92$.

CORRIGÉ

Écart relatif.

$$\frac{|2{,}53 - 2{,}55|}{2{,}55} \approx 0{,}8\,\%$$

Instant limite. Sur la droite, $\ln r = 4{,}10 - \lambda t$. Le taux corrigé vaut $0{,}40\,\text{s}^{-1}$ quand

$$t = \frac{4{,}10 - \ln 0{,}40}{\lambda}$$
$$t \approx 18\,\text{min}$$

Conclusion. La mesure s'écarte d'environ $0{,}8\,\%$ de la valeur tabulée ; au-delà d'environ $18\,\text{min}$, le signal de la source se confondrait avec le bruit de fond et les comptages ne seraient plus exploitables.

Exercice 3 5 pts

Âge d'un zircon par l'uranium 238 et le plomb 206

Le zircon est un minéral qui, en cristallisant, incorpore de l'uranium mais pas de plomb. L'uranium 238 qu'il contient se transforme, par une famille radioactive, en plomb 206 stable. Les noyaux intermédiaires de cette famille ont des demi-vies très courtes devant celle de l'uranium 238.

Document. Données sur un zircon extrait d'une roche ancienne.

Donnée	Valeur
demi-vie de l'uranium 238	$4{,}47 \times 10^{9}\,\text{ans}$
nombre de charge de l'uranium	$Z = 92$
nombre de charge du thorium	$Z = 90$
nombre de charge du plomb	$Z = 82$
rapport mesuré des noyaux $\dfrac{N_{\text{Pb}}}{N_{\text{U}}}$	$0{,}30$

Calculatrice autorisée.

A.1. 0,5 pts

Partie A : de l'uranium 238 au plomb 206.

Donner la composition des noyaux $^{238}_{92}\text{U}$ et $^{206}_{82}\text{Pb}$.

INDICE

Outil : Z protons et $A - Z$ neutrons.

CORRIGÉ

Uranium 238. 92 protons et $238 - 92 = 146$ neutrons.

Plomb 206. 82 protons et $206 - 82 = 124$ neutrons.

Conclusion. L'uranium 238 compte 92 protons et 146 neutrons ; le plomb 206 compte 82 protons et 124 neutrons.

A.2. 0,5 pts

L'uranium 238 est radioactif α. Écrire l'équation de sa désintégration.

INDICE

Outil : la particule α, puis les deux lois de conservation.

CORRIGÉ

Noyau fils. $A = 238 - 4 = 234$ et $Z = 92 - 2 = 90$: c'est le thorium.

$$^{238}_{92}\text{U} \longrightarrow {}^{234}_{90}\text{Th} + {}^{4}_{2}\text{He}$$

Conclusion. L'uranium 238 se désintègre en thorium 234 en émettant une particule α.

A.3. 1 pts

Toutes les transformations qui mènent de l'uranium 238 au plomb 206 se résument par l'équation

$$\begin{aligned}&{}^{238}_{92}\mathrm{U}\\&\longrightarrow {}^{206}_{82}\mathrm{Pb}\\&\quad + x\,{}^{4}_{2}\mathrm{He} + y\,{}^{0}_{-1}\mathrm{e}\end{aligned}$$

Montrer que $x = 8$ et $y = 6$.

INDICE

Outil : la conservation du nombre de nucléons donne x, puis celle du nombre de charge donne y.

CORRIGÉ

Nucléons. $238 = 206 + 4x$, donc $4x = 32$ et $x = 8$.

Charge. $92 = 82 + 2x - y = 98 - y$, donc $y = 6$.

$$\begin{aligned}&{}^{238}_{92}\mathrm{U}\\&\longrightarrow {}^{206}_{82}\mathrm{Pb}\\&\quad + 8\,{}^{4}_{2}\mathrm{He} + 6\,{}^{0}_{-1}\mathrm{e}\end{aligned}$$

Conclusion. Huit désintégrations α et six désintégrations β^- mènent de l'uranium 238 au plomb 206.

B.1. 0,5 pts

Partie B : âge du zircon. On note N_0 le nombre de noyaux d'uranium 238 du zircon à sa formation, N_{U} et N_{Pb} les nombres actuels de noyaux d'uranium 238 et de plomb 206. On admet que le zircon ne contenait pas de plomb 206 à sa formation, et que chaque noyau d'uranium 238 désintégré a donné un noyau de plomb 206.

Montrer que $N_0 = N_{\mathrm{U}} + N_{\mathrm{Pb}}$.

INDICE

Outil : compte les noyaux d'uranium 238 qui se sont désintégrés depuis la formation.

CORRIGÉ

Noyaux désintégrés. Depuis la formation, $N_0 - N_{\mathrm{U}}$ noyaux d'uranium 238 se sont désintégrés.

Plomb formé. Chacun a donné un noyau de plomb 206, et il n'y avait pas de plomb au départ : $N_{\mathrm{Pb}} = N_0 - N_{\mathrm{U}}$.

Conclusion. Le nombre initial de noyaux d'uranium 238 vaut $N_0 = N_{\mathrm{U}} + N_{\mathrm{Pb}}$.

B.2. `0,75 pts`

On note $t_{1/2}$ la demi-vie de l'uranium 238. Montrer que l'âge t du zircon s'écrit

$$t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}\,\ln\left(1 + \frac{N_{\mathrm{Pb}}}{N_{\mathrm{U}}}\right)$$

INDICE

Début : écris la loi de décroissance pour l'uranium 238, avec $N_0 = N_{\mathrm{U}} + N_{\mathrm{Pb}}$. **Ensuite :** isole λt par le logarithme népérien.

CORRIGÉ

Loi. D'après la loi de décroissance radioactive, $N_{\mathrm{U}} = N_0\,e^{-\lambda t}$, donc $\dfrac{N_0}{N_{\mathrm{U}}} = e^{\lambda t}$.

Rapport. Avec $N_0 = N_{\mathrm{U}} + N_{\mathrm{Pb}}$:

$$e^{\lambda t} = 1 + \frac{N_{\mathrm{Pb}}}{N_{\mathrm{U}}}$$

Logarithme. $\lambda t = \ln\left(1 + \dfrac{N_{\mathrm{Pb}}}{N_{\mathrm{U}}}\right)$, et $\dfrac{1}{\lambda} = \dfrac{t_{1/2}}{\ln 2}$.

Conclusion. L'âge du zircon s'écrit $t = \dfrac{t_{1/2}}{\ln 2}\,\ln\left(1 + \dfrac{N_{\mathrm{Pb}}}{N_{\mathrm{U}}}\right)$.

B.3. `0,75 pts`

Le rapport mesuré vaut $\dfrac{N_{\mathrm{Pb}}}{N_{\mathrm{U}}} = 0{,}30$ et $t_{1/2} = 4{,}47 \times 10^{9}\ \mathrm{ans}$. Calculer l'âge du zircon.

INDICE

Outil : l'expression de l'âge, avec la calculatrice pour le logarithme.

CORRIGÉ

Application numérique.

$$t = \frac{4{,}47 \times 10^{9}}{0{,}693}\,\ln 1{,}30$$
$$t \approx 1{,}7 \times 10^{9}\ \mathrm{ans}$$

Conclusion. Le zircon s'est formé il y a environ $1{,}7 \times 10^{9}$ ans.

B.4. 1 pts

Question de synthèse. Expliquer pourquoi l'uranium 238 convient pour dater ce zircon, alors que le carbone 14 ne conviendrait pas. La demi-vie du carbone 14 vaut $5\,730\,\text{ans}$. Expliquer ensuite pourquoi on peut négliger les noyaux intermédiaires de la famille dans le bilan des noyaux.

INDICE

Début : compare l'âge trouvé à chaque demi-vie. **Point délicat :** un noyau de demi-vie très courte se désintègre presque aussitôt formé.

CORRIGÉ

Uranium 238. L'âge est du même ordre que sa demi-vie : environ $0{,}4$ demi-vie. Le rapport des noyaux a nettement varié et se mesure bien.

Carbone 14. L'âge représente environ 3×10^5 demi-vies du carbone 14 : il n'en resterait aucun noyau mesurable. De plus, un minéral qui cristallise à partir d'un magma n'incorpore pas le carbone de l'atmosphère.

Intermédiaires. Leurs demi-vies sont très courtes devant celle de l'uranium 238 : chacun se désintègre peu après sa formation. Leur nombre reste négligeable devant N_{U} et N_{Pb}, et presque chaque uranium désintégré est déjà devenu du plomb 206.

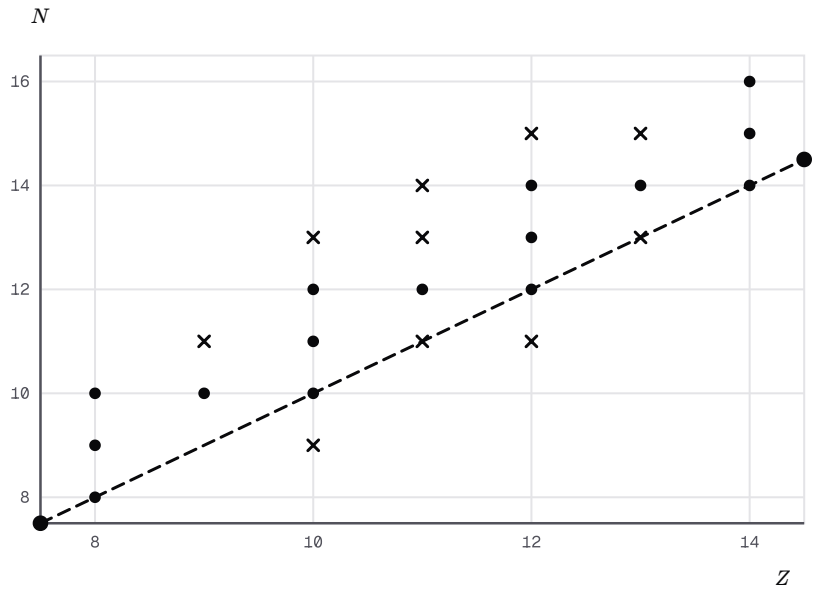
Conclusion. L'uranium 238 convient car sa demi-vie a l'ordre de grandeur de l'âge, le carbone 14 non ; et les intermédiaires, à vie très courte, ne retiennent qu'une part négligeable des noyaux.

Exercice 4 — 5,5 pts

Sodium 24 et volume sanguin

Pour mesurer le volume sanguin d'un patient, un médecin injecte une solution contenant du sodium 24, $^{24}_{11}\mathrm{Na}$, radioactif. On néglige l'élimination du sodium par l'organisme pendant la durée de l'étude. Calculatrice autorisée.

Document. Extrait du diagramme (N, Z) autour du sodium : noyaux stables, noyaux instables et droite $N = Z$.



Extrait du diagramme (N, Z) pour Z de 8 à 14

A.1. — 0,5 pts

Partie A : radioactivité du sodium 24.

Donner la composition du noyau de sodium 24, puis les coordonnées $(Z ; N)$ de son point dans le diagramme.

INDICE

Outil : Z protons et $N = A - Z$ neutrons ; l'abscisse est Z, l'ordonnée N.

CORRIGÉ

Composition. $Z = 11$ protons et $N = 24 - 11 = 13$ neutrons.

Point. Le sodium 24 est représenté par le point $(11 ; 13)$, une croix du document.

Conclusion. Le noyau de sodium 24 contient 11 protons et 13 neutrons ; son point a pour coordonnées $(11 ; 13)$.

A.2. 0,75 pts

Montrer, à l'aide du document, que le sodium 24 a un excès de neutrons, et en déduire le type de radioactivité attendu.

INDICE

Outil : compare le point du sodium 24 à celui du noyau stable de même nombre de charge, puis relie l'excès de neutrons à un type de désintégration.

CORRIGÉ

Noyau stable de même Z. Pour $Z = 11$, le seul point stable est $(11; 12)$: le sodium 23.

Comparaison. Le sodium 24 a un neutron de plus : son point est au-dessus de la vallée de stabilité.

Type attendu. Un noyau qui a trop de neutrons se désintègre en β^- : Z augmente de 1 et N diminue de 1.

Conclusion. Le sodium 24 a un excès de neutrons ; on attend une radioactivité β^-.

A.3. 0,75 pts

Le sodium 24 est bien radioactif β^-. Écrire l'équation de sa désintégration, sachant que le magnésium a pour nombre de charge $Z = 12$.

INDICE

Outil : l'électron émis, puis les deux lois de conservation.

CORRIGÉ

Noyau fils. $A = 24$ et $Z = 11 + 1 = 12$: c'est le magnésium.

$$^{24}_{11}\mathrm{Na} \longrightarrow {}^{24}_{12}\mathrm{Mg} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

Conclusion. Le sodium 24 se désintègre en magnésium 24 en émettant un électron.

A.4. 0,5 pts

Montrer que le point du noyau fils appartient à la vallée de stabilité.

INDICE

Outil : une désintégration β^- déplace le point de $+1$ en Z et de -1 en N.

CORRIGÉ

Déplacement. Le point passe de $(11; 13)$ à $(12; 12)$.

Lecture. Le point $(12; 12)$ est un point des noyaux stables du document : le magnésium 24.

Conclusion. Le noyau fils, le magnésium 24, est stable : la désintégration ramène le noyau dans la vallée de stabilité.

B.1. 0,75 pts

Partie B : mesure du volume sanguin. La demi-vie du sodium 24 vaut $t_{1/2} = 15{,}0\,\mathrm{h}$.

Calculer sa constante radioactive λ en h^{-1}.

INDICE

Outil : la relation entre demi-vie et constante radioactive.

CORRIGÉ

Relation.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$
$$\lambda = \frac{0{,}693}{15{,}0\,\mathrm{h}}$$
$$\lambda \approx 0{,}0462\,\mathrm{h}^{-1}$$

Conclusion. La constante radioactive du sodium 24 vaut environ $0{,}0462\,\mathrm{h}^{-1}$.

B.2. 0,75 pts

À $t = 0$, on injecte une solution d'activité $a_0 = 4{,}0 \times 10^{5}\,\mathrm{Bq}$. Calculer l'activité du sodium 24 du patient à $t = 6{,}0\,\mathrm{h}$.

INDICE

Outil : la décroissance de l'activité, avec λ en h^{-1} et t en heures.

CORRIGÉ

Exposant. $\lambda t \approx 0{,}0462 \times 6{,}0 \approx 0{,}28$.

Activité.

$$a = a_0\, e^{-\lambda t}$$
$$a \approx 4{,}0 \times 10^{5} \times e^{-0{,}28}$$
$$a \approx 3{,}0 \times 10^{5}\,\mathrm{Bq}$$

Conclusion. Six heures après l'injection, l'activité du sodium 24 du patient vaut environ $3{,}0 \times 10^{5}\,\mathrm{Bq}$.

B.3. 1 pts

À $t = 6{,}0\,\mathrm{h}$, le sodium 24 est réparti uniformément dans le sang, dont l'activité totale vaut alors $3{,}0 \times 10^{5}\,\mathrm{Bq}$. Un prélèvement de $10{,}0\,\mathrm{mL}$ de sang a une activité $a_{\mathrm{p}} = 600\,\mathrm{Bq}$. Montrer que le volume sanguin du patient vaut environ $5{,}0\,\mathrm{L}$.

INDICE

Outil : dans un mélange uniforme, l'activité d'un prélèvement est proportionnelle à son volume.

CORRIGÉ

Proportionnalité. $\dfrac{a_{\mathrm{p}}}{10{,}0\,\mathrm{mL}} = \dfrac{a}{V}$, donc :

$$V = \frac{a}{a_{\mathrm{p}}} \times 10{,}0\,\mathrm{mL}$$

$$V \approx \frac{3{,}0 \times 10^{5}}{600} \times 10{,}0\,\mathrm{mL}$$

$$V \approx 5{,}0 \times 10^{3}\,\mathrm{mL}$$

En litres. $V \approx 5{,}0\,\mathrm{L}$.

Conclusion. Le volume sanguin du patient vaut environ $5{,}0\,\mathrm{L}$, une valeur habituelle pour un adulte.

B.4. 0,5 pts

Au bout de combien de temps après l'injection l'activité du sodium 24 du patient devient-elle inférieure à $1{,}0 \times 10^{3}\,\mathrm{Bq}$?

INDICE

Outil : la loi de l'activité, puis le logarithme népérien pour isoler t.

CORRIGÉ

Équation. $a_0\, e^{-\lambda t} = 1{,}0 \times 10^{3}\,\mathrm{Bq}$, donc $\lambda t = \ln \dfrac{a_0}{1{,}0 \times 10^{3}} = \ln 400$.

$$t = \frac{\ln 400}{\lambda}$$

$$t \approx \frac{5{,}99}{0{,}0462\,\mathrm{h^{-1}}}$$

$$t \approx 1{,}3 \times 10^{2}\,\mathrm{h}$$

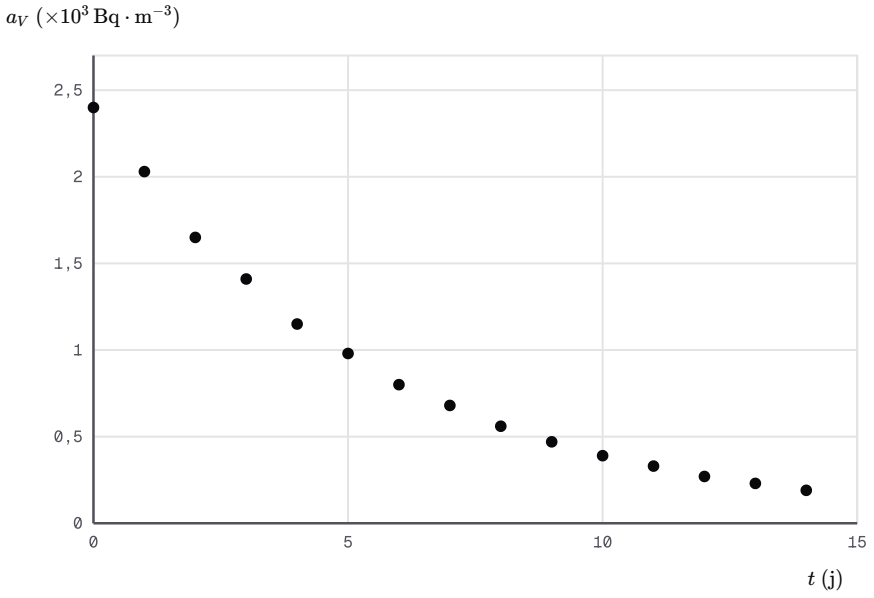
Conclusion. L'activité devient inférieure à $1{,}0 \times 10^{3}\,\mathrm{Bq}$ environ $1{,}3 \times 10^{2}\,\mathrm{h}$ après l'injection, soit un peu plus de cinq jours.

Exercice 5 — 5,25 pts

Radon 222 dans une cave

Le radon 222 est un gaz radioactif qui peut s'accumuler dans les caves mal aérées. Il se forme dans les roches qui contiennent de l'uranium, au terme d'une suite de désintégrations. Nombres de charge : plomb 82, polonium 84, radon 86. On donne $1\,\mathrm{j} = 86\,400\,\mathrm{s}$; calculatrice autorisée.

Document. Un échantillon d'air de la cave est enfermé dans un flacon étanche, et son activité volumique a_V est mesurée chaque jour. On admet que l'activité mesurée est celle du radon 222 seul.



Activité volumique du radon de l'air enfermé, mesurée chaque jour

A.1. — 0,5 pts

Partie A : le radon et ses descendants.

Le radon 222 est radioactif α. Écrire l'équation de sa désintégration et nommer le noyau fils.

INDICE

Outil : la particule α, puis les deux lois de conservation.

CORRIGÉ

Noyau fils. $A = 222 - 4 = 218$ et $Z = 86 - 2 = 84$: c'est le polonium.

$$^{222}_{86}\mathrm{Rn} \longrightarrow {}^{218}_{84}\mathrm{Po} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

Conclusion. Le radon 222 se désintègre en polonium 218 en émettant une particule α.

A.2. 0,5 pts

Le polonium 218 formé est lui aussi radioactif α. Montrer que son noyau fils est le plomb 214, puis écrire l'équation de cette désintégration.

INDICE

Outil : les mêmes lois de conservation, avec les nombres de charge donnés.

CORRIGÉ

Nucléons. $A = 218 - 4 = 214$.

Charge. $Z = 84 - 2 = 82$: c'est le plomb.

$$\begin{aligned} &{}^{218}_{84}\mathrm{Po} \\ &\longrightarrow {}^{214}_{82}\mathrm{Pb} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \end{aligned}$$

Conclusion. Le polonium 218 donne bien le plomb 214 en émettant une particule α.

A.3. 0,75 pts

Pourquoi le radon se répand-il dans l'air de la cave, alors que les noyaux dont il descend restent dans la roche ?

INDICE

Outil : compare l'état physique du radon et celui de ses ancêtres.

CORRIGÉ

Ancêtres. L'uranium et le radium, dont descend le radon, sont des métaux fixés dans les minéraux de la roche : ils ne se déplacent pas.

Radon. C'est un gaz qui ne réagit pas avec les minéraux. Formé dans la roche, il diffuse par ses fissures et rejoint l'air de la cave.

Conclusion. Le radon, gaz peu réactif, quitte la roche et se mélange à l'air, tandis que ses ancêtres, solides, restent en place.

B.1. 0,75 pts

Partie B : décroissance et aération.

Montrer, à l'aide du document, que la demi-vie du radon 222 est voisine de $3{,}8\,\mathrm{j}$.

INDICE

Outil : la définition de la demi-vie ; cherche entre quelles mesures l'activité volumique passe par la moitié de sa valeur initiale.

CORRIGÉ

Valeur initiale. La première mesure donne $a_V \approx 2{,}4 \times 10^3\,\mathrm{Bq\cdot m^{-3}}$; sa moitié vaut $1{,}2 \times 10^3\,\mathrm{Bq\cdot m^{-3}}$.

Encadrement. Les mesures donnent environ $1{,}41 \times 10^3$ à $3\,\mathrm{j}$ et $1{,}15 \times 10^3\,\mathrm{Bq\cdot m^{-3}}$ à $4\,\mathrm{j}$: la moitié est atteinte peu avant $4\,\mathrm{j}$.

Conclusion. Le document donne une demi-vie voisine de $3{,}8\,\mathrm{j}$ pour le radon 222.

B.2. 0,5 pts

On prend $t_{1/2} = 3{,}82\,\text{j}$. Calculer la constante radioactive λ du radon 222 en s^{-1}.

INDICE

Outil : la demi-vie exprimée en secondes.

CORRIGÉ

Demi-vie en secondes. $t_{1/2} = 3{,}82 \times 86\,400 \approx 3{,}30 \times 10^{5}\,\text{s}$.

Constante radioactive.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$
$$\lambda \approx 2{,}10 \times 10^{-6}\,\text{s}^{-1}$$

Conclusion. La constante radioactive du radon 222 vaut environ $2{,}10 \times 10^{-6}\,\text{s}^{-1}$.

B.3. 0,5 pts

Dans la cave, l'activité volumique vaut $2{,}4 \times 10^{3}\,\text{Bq}\cdot\text{m}^{-3}$. Avec $\lambda \approx 2{,}10 \times 10^{-6}\,\text{s}^{-1}$, calculer le nombre de noyaux de radon 222 contenus dans un mètre cube d'air de la cave.

INDICE

Outil : l'activité d'un mètre cube d'air est proportionnelle au nombre de noyaux qu'il contient.

CORRIGÉ

Relation. Pour un mètre cube, $a_V = \lambda N$:

$$N = \frac{a_V}{\lambda}$$
$$N \approx \frac{2{,}4 \times 10^{3}}{2{,}10 \times 10^{-6}}$$
$$N \approx 1{,}1 \times 10^{9}$$

Conclusion. Chaque mètre cube d'air de la cave contient environ $1{,}1 \times 10^{9}$ noyaux de radon 222.

B.4. 0,75 pts

On prend toujours $t_{1/2} = 3{,}82\,\text{j}$, avec $\ln 10 \approx 2{,}30$. Montrer que, pour un air enfermé, la seule décroissance radioactive met environ 13 jours à diviser l'activité volumique par 10.

INDICE

Outil : la loi de l'activité, puis le logarithme népérien.

CORRIGÉ

Équation. $e^{-\lambda t} = \dfrac{1}{10}$, donc $\lambda t = \ln 10$:

$$t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}\,\ln 10$$
$$t \approx \frac{3{,}82 \times 2{,}30}{0{,}693}$$
$$t \approx 12{,}7\,\text{j}$$

Conclusion. La décroissance seule met environ 13 jours à diviser l'activité volumique par 10.

B.5. 1 pts

Question de synthèse. Dans la cave, le sol libère du radon en permanence. Un ventilateur renouvelle tout l'air de la cave en $2{,}0\ \mathrm{h}$ environ. Expliquer pourquoi l'aération, et non la décroissance radioactive, abaisse l'activité volumique de l'air de la cave, et pourquoi elle doit rester permanente.

INDICE

Début : compare la durée de renouvellement de l'air à la durée trouvée pour la seule décroissance.
Point délicat : le radon détruit par décroissance est remplacé par celui que libère le sol.

CORRIGÉ

Deux durées. La décroissance seule demande près de deux semaines pour diviser l'activité volumique par 10. Le ventilateur remplace l'air de la cave en $2{,}0\ \mathrm{h}$, plus de cent fois plus vite.

Apport continu. Le sol libère du radon sans arrêt : dans une cave fermée, sa décroissance est compensée par cet apport, et l'activité volumique reste élevée.

Arrêt de l'aération. Sans ventilation, le radon s'accumule de nouveau en quelques jours. Ses descendants solides, comme le polonium 218, se fixent alors sur les poussières respirées.

Conclusion. Le renouvellement de l'air évacue le radon bien plus vite que la décroissance et abaisse ainsi l'activité volumique ; il doit être permanent puisque le sol en libère sans cesse.