BURHAN

# Décroissance radioactive : exercices, entraînement

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/decroissance-radioactive/exercices/entrainement

| Chapitre | Palier | Exercices |
| --- | --- | --- |
| Décroissance radioactive | Entraînement | 7 |

### Exercice 1

## Iode 131 pour traiter une thyroïde

Pour traiter une thyroïde trop active, un patient avale une gélule d'iodure de sodium contenant de l'iode 131, radioactif $\beta^-$. L'iode se fixe dans la thyroïde.

**Données.**

| Donnée | Valeur |
|---|---|
| demi-vie de l'iode 131 | $t_{1/2} = 8{,}02\,\mathrm{j}$ |
| activité de la gélule à la prise | $a_0 = 5{,}5 \times 10^{8}\,\mathrm{Bq}$ |
| masse molaire de l'iode 131 | $131\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$ |
| nombre de charge de l'iode | $Z = 53$ |
| nombre de charge du xénon | $Z = 54$ |

On donne $1\,\mathrm{j} = 86\,400\,\mathrm{s}$ et $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$ ; calculatrice autorisée.

**1.**

Écrire l'équation de la désintégration de l'iode 131.

INDICE

**Outil :** la particule émise par une désintégration $\beta^-$, puis les deux lois de conservation.

CORRIGÉ

**Particule.** Un noyau radioactif $\beta^-$ émet un électron ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$.

**Noyau fils.** Le nombre de nucléons reste $131$ ; le nombre de charge passe de $53$ à $54$ : c'est le xénon.

$$ {}^{131}_{53}\mathrm{I} \longrightarrow {}^{131}_{54}\mathrm{Xe} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e} $$

**Conclusion.** L'iode 131 se désintègre en xénon 131 en émettant un électron.

### 2.

Calculer la constante radioactive $\lambda$ de l'iode 131 en $\mathrm{s^{-1}}$.

INDICE

**Outil :** la relation entre demi-vie et constante radioactive, avec la demi-vie en secondes.

CORRIGÉ

**Demi-vie en secondes.** $t_{1/2} = 8{,}02 \times 86\,400 \approx 6{,}93 \times 10^{5}\ \mathrm{s}$.

**Constante radioactive.**

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \\ \lambda &\approx \frac{0{,}693}{6{,}93 \times 10^{5}\ \mathrm{s}} \\ \lambda &\approx 1{,}00 \times 10^{-6}\ \mathrm{s^{-1}} \end{aligned}$$

**Conclusion.** La constante radioactive de l'iode 131 vaut environ $1{,}00 \times 10^{-6}\ \mathrm{s^{-1}}$.

### 3.

Calculer le nombre $N_0$ de noyaux d'iode 131 de la gélule à la prise, puis la masse d'iode 131 correspondante.

INDICE

**Outil :** l'activité est proportionnelle au nombre de noyaux ; la masse s'obtient par la quantité de matière.

CORRIGÉ

**Nombre de noyaux.** D'après la décroissance de l'activité, $a_0 = \lambda N_0$ :

$$\begin{aligned} N_0 &= \frac{a_0}{\lambda} \\ N_0 &\approx \frac{5{,}5 \times 10^{8}\ \mathrm{Bq}}{1{,}00 \times 10^{-6}\ \mathrm{s^{-1}}} \\ N_0 &\approx 5{,}5 \times 10^{14} \end{aligned}$$

**Masse.** $m = \dfrac{N_0}{N_A}\,M$ :

$$\begin{aligned} m &\approx \frac{5{,}5 \times 10^{14}}{6{,}02 \times 10^{23}} \\ &\quad \times 131\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}} \\ m &\approx 1{,}2 \times 10^{-7}\ \mathrm{g} \end{aligned}$$

**Conclusion.** La gélule contient environ $5{,}5 \times 10^{14}$ noyaux d'iode 131, soit une masse d'environ $1{,}2 \times 10^{-7}\ \mathrm{g}$.

### 4.

Calculer l'activité de l'iode 131 du patient $6{,}0\,\mathrm{j}$ après la prise, en admettant que tout l'iode reste dans son organisme.

INDICE

**Outil :** la décroissance de l'activité ; le produit $\lambda t$ se calcule avec $\lambda$ et $t$ dans la même unité de temps.

CORRIGÉ

**Exposant.** En jours, $\lambda t = \dfrac{\ln 2}{8{,}02} \times 6{,}0 \approx 0{,}52$.

**Activité.**

$$\begin{aligned} a &= a_0\, e^{-\lambda t} \\ a &\approx 5{,}5 \times 10^{8} \times e^{-0{,}52} \\ a &\approx 3{,}3 \times 10^{8}\,\mathrm{Bq} \end{aligned}$$

**Conclusion.** Six jours après la prise, l'activité vaut encore environ $3{,}3 \times 10^{8}\,\mathrm{Bq}$, un peu plus de la moitié de $a_0$.

### 5.

Au bout de combien de jours l'activité est-elle divisée par $100$ ?

INDICE

**Outil :** écris $\dfrac{a}{a_0} = \dfrac{1}{100}$ avec la loi de l'activité, puis applique le logarithme népérien.

CORRIGÉ

**Équation.** $e^{-\lambda t} = \dfrac{1}{100}$, donc $\lambda t = \ln 100$ et

$$\begin{aligned} t &= \frac{t_{1/2}}{\ln 2}\,\ln 100 \\ t &\approx \frac{8{,}02\,\mathrm{j}}{\ln 2} \times \ln 100 \\ t &\approx 53{,}3\,\mathrm{j} \end{aligned}$$

**Conclusion.** L'activité est divisée par $100$ au bout d'environ $53{,}3\,\mathrm{j}$, soit un peu plus de six demi-vies.

### Exercice 2

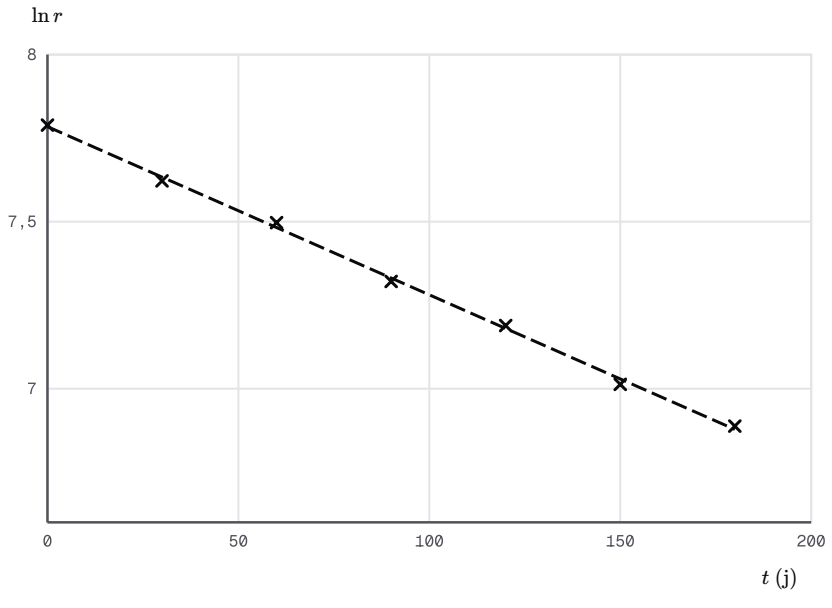
## Comptages d'une source de polonium 210

Un laboratoire de contrôle suit une source de polonium 210. Tous les $30$ jours, un technicien place la source sur le même support, devant un compteur, et relève le nombre $n$ de coups en $1{,}00\ \text{min}$. Sans source, le compteur relève en moyenne $30$ coups par minute : c'est le bruit de fond.

On note $r = n - 30$ le taux de comptage corrigé, en coups par minute ; on admet qu'il est proportionnel à l'activité $a$ de la source : $r = k\,a$.

**Document.** Relevés et représentation de $\ln r$ en fonction de $t$, avec la droite de modélisation.

| $t$ (jours) | $n$ (coups) |
|---|---|
| $0$ | $2\,444$ |
| $30$ | $2\,072$ |
| $60$ | $1\,833$ |
| $90$ | $1\,541$ |
| $120$ | $1\,355$ |
| $150$ | $1\,141$ |
| $180$ | $1\,010$ |




**Logarithme du taux de comptage corrigé de la source de polonium**

### 1.

Pourquoi mesure-t-on le bruit de fond ? Calculer $r$ et $\ln r$ pour la mesure faite à $t = 90\,\text{j}$, puis repérer le point correspondant sur le document.

INDICE

**Outil :** le compteur enregistre aussi des coups qui ne viennent pas de la source ; retranche-les avant de prendre le logarithme.

CORRIGÉ

**Bruit de fond.** Le compteur détecte aussi le rayonnement ambiant, venu du sol, de l'air et de l'espace. Ces coups ne viennent pas de la source : on les retranche.

**Mesure à $90\,\text{j}$.** $r = 1\,541 - 30 = 1\,511$ coups par minute, et $\ln r \approx 7{,}32$.

**Conclusion.** Le taux corrigé vaut $1\,511$ coups par minute à $t = 90\,\text{j}$ ; le point $(90\,;\,7{,}32)$ est le quatrième point du document.

### 2.

Montrer que $\ln r$ est une fonction affine du temps, de coefficient directeur $-\lambda$.

INDICE

**Outil :** la décroissance de l'activité $a = a_0\,e^{-\lambda t}$, puis les propriétés du logarithme népérien.

CORRIGÉ

**Taux corrigé.** D'après la décroissance de l'activité, $r = k\,a = k\,a_0\,e^{-\lambda t}$, avec $k\,a_0 > 0$.

**Logarithme.** Avec $\ln(xy) = \ln x + \ln y$ et $\ln(e^{x}) = x$ :

$$\ln r = \ln(k\,a_0) - \lambda t$$

**Conclusion.** $\ln r$ est une fonction affine de $t$, d'ordonnée à l'origine $\ln(k\,a_0)$ et de coefficient directeur $-\lambda$.

### 3.

La droite de modélisation passe par les points $(0\,;7{,}78)$ et $(180\,;6{,}88)$, le temps étant en jours. En déduire la constante radioactive $\lambda$, puis la demi-vie du polonium 210. Comparer à la valeur tabulée $138\,\text{j}$.

INDICE

**Outil :** le coefficient directeur d'une droite qui passe par deux points, puis la relation entre demi-vie et constante radioactive.

CORRIGÉ

**Pente.**

$$p = \frac{6{,}88 - 7{,}78}{180\,\text{j}}$$
$$p = -5{,}0 \times 10^{-3}\,\text{j}^{-1}$$

**Constante radioactive.** $\lambda = -p \approx 5{,}0 \times 10^{-3}\,\text{j}^{-1}$.

**Demi-vie.**

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$
$$t_{1/2} \approx 1{,}4 \times 10^{2}\,\text{j}$$

**Comparaison.** Avec deux chiffres significatifs, la valeur tabulée $138\,\text{j}$ s'écrit aussi $1{,}4 \times 10^{2}\,\text{j}$.

**Conclusion.** Les comptages donnent $\lambda \approx 5{,}0 \times 10^{-3}\,\text{j}^{-1}$ et une demi-vie d'environ $1{,}4 \times 10^{2}\,\text{j}$, en accord avec la valeur tabulée aux fluctuations près.

### 4.

Les nombres de coups fluctuent d'une mesure à l'autre. Proposer un protocole qui réduit l'effet de ces fluctuations sur la demi-vie obtenue.

INDICE

**Début :** demande-toi de quoi dépend l'écart relatif d'un comptage. **Ensuite :** pense au bruit de fond et à la position de la source.

CORRIGÉ

**Durée de comptage.** Compter plus longtemps, par exemple $10\,\text{min}$ au lieu d'une : l'écart relatif d'un comptage diminue quand le nombre de coups augmente.

**Répétition.** À chaque date, faire plusieurs comptages successifs et garder leur moyenne.

**Conditions fixes.** Garder le même compteur, le même support et la même distance entre la source et le compteur.

**Bruit de fond.** Le mesurer longuement, sans source, au début et à la fin de la série.

**Conclusion.** Des comptages plus longs et répétés, dans des conditions identiques, avec un bruit de fond bien mesuré, réduisent l'effet des fluctuations sur la droite et donc sur la demi-vie.

### Exercice 3

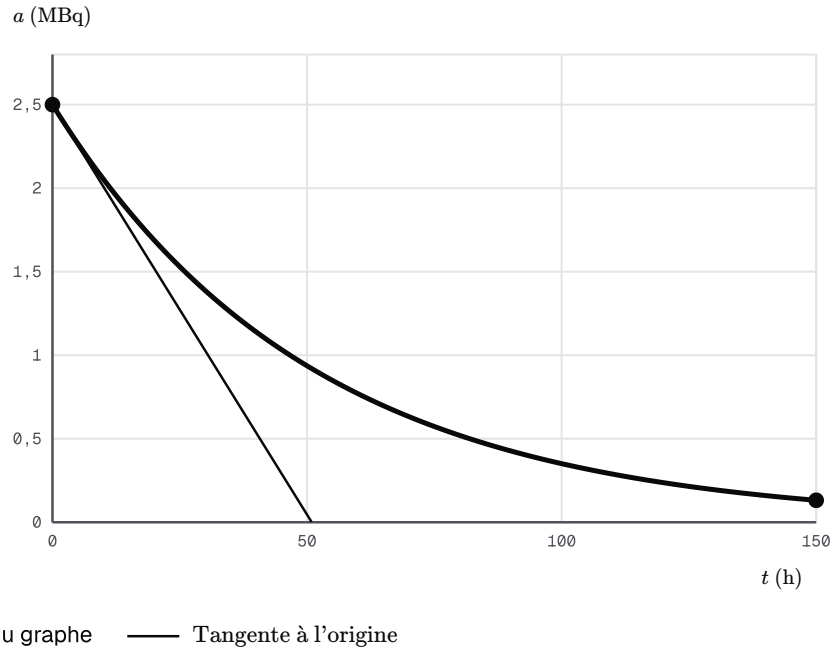
## Tangente à l'origine pour un traceur au brome 82

Pour repérer une fuite sur une canalisation enterrée, une entreprise ajoute au liquide transporté un traceur au brome 82, radioactif $\beta^-$. Avant l'injection, elle contrôle un échantillon du traceur.

Le document représente l'activité $a$ de cet échantillon au cours du temps, ainsi que la droite qui touche la courbe en son point d'abscisse $t = 0$.

On admet que $a(t) = a_0\, e^{-\lambda t}$. On donne $1\,\text{h} = 3\,600\,\text{s}$ ; calculatrice autorisée.

**Document.** Activité de l'échantillon.




**Activité de l'échantillon de brome 82 et tangente à l'origine**

Demi-tangente calculée en x = 0 : coefficient directeur ≈ −0,04909.

### 1.

On note $\tau = \dfrac{1}{\lambda}$ la constante de temps du brome 82. Montrer que la tangente à la courbe en $t = 0$ coupe l'axe des temps à l'instant $t = \tau$.

INDICE

**Début :** la pente de la tangente en $t = 0$ est la dérivée de $a$ en $0$. **Ensuite :** écris l'équation de cette droite, puis cherche où elle s'annule.

CORRIGÉ

**Pente.** La dérivée de $a$ vaut $-\lambda a_0\, e^{-\lambda t}$ ; en $t = 0$, elle vaut $-\lambda a_0$.

**Tangente.** Elle passe par le point $(0 ; a_0)$ avec cette pente :

$$a = a_0 - \lambda a_0\, t$$

**Rencontre de l'axe.** $a_0 - \lambda a_0\, t = 0$ et $a_0 \neq 0$, donc $t = \dfrac{1}{\lambda}$.

**Conclusion.** La droite qui touche la courbe en $t = 0$ s'annule pour $t = \dfrac{1}{\lambda}$, c'est-à-dire en $t = \tau$.

### 2.

Lire sur le document l'activité initiale $a_0$, puis la constante de temps $\tau$.

INDICE

**Outil :** le résultat de la question précédente.

CORRIGÉ

**Activité initiale.** À $t = 0$, $a_0 \approx 2{,}5\,\mathrm{MBq}$.

**Constante de temps.** La tangente à l'origine rencontre l'axe des temps vers $\tau \approx 51\,\mathrm{h}$.

**Conclusion.** Le document donne $a_0 \approx 2{,}5\,\mathrm{MBq}$ et $\tau \approx 51\,\mathrm{h}$.

### 3.

En déduire la constante radioactive $\lambda$, en $\mathrm{h}^{-1}$ puis en $\mathrm{s}^{-1}$, et la demi-vie $t_{1/2}$.

INDICE

**Outil :** la définition de la constante de temps, puis la relation entre demi-vie et constante de temps.

CORRIGÉ

**Constante radioactive.** $\lambda = \dfrac{1}{\tau} \approx \dfrac{1}{51\,\mathrm{h}} \approx 0{,}020\,\mathrm{h}^{-1}$.

**En secondes.** $\tau \approx 51 \times 3\,600 \approx 1{,}84 \times 10^{5}\,\mathrm{s}$, donc $\lambda \approx 5{,}4 \times 10^{-6}\,\mathrm{s}^{-1}$.

**Demi-vie.**

$$t_{1/2} = \tau\, \ln 2$$
$$t_{1/2} \approx 51 \times 0{,}693$$
$$t_{1/2} \approx 35\,\mathrm{h}$$

**Conclusion.** La lecture donne $\lambda \approx 0{,}020\,\mathrm{h}^{-1}$, soit $5{,}4 \times 10^{-6}\,\mathrm{s}^{-1}$, et une demi-vie d'environ $35\,\mathrm{h}$.

### 4.

Déterminer directement la demi-vie sur la courbe, puis la comparer à la valeur tirée de la tangente et à la valeur tabulée $35{,}3\,\mathrm{h}$.

INDICE

**Outil :** la définition de la demi-vie ; cherche l'instant où l'activité vaut la moitié de $a_0$.

CORRIGÉ

**Lecture directe.** L'activité vaut $\dfrac{a_0}{2} \approx 1{,}25\,\mathrm{MBq}$ pour $t \approx 35\,\mathrm{h}$.

**Comparaison.** Les deux méthodes donnent environ $35\,\mathrm{h}$. La tangente se lit moins précisément : une petite erreur sur sa direction déplace nettement son point de rencontre avec l'axe.

**Valeur tabulée.** $35{,}3\,\mathrm{h}$ s'écrit $35\,\mathrm{h}$ avec deux chiffres significatifs, la précision d'une lecture graphique.

**Conclusion.** La lecture directe donne $t_{1/2} \approx 35\,\mathrm{h}$, en accord avec la valeur tirée de la tangente et avec la valeur tabulée.

### 5.

Calculer le nombre $N_0$ de noyaux de brome 82 de l'échantillon à $t = 0$.

INDICE

**Outil :** l'activité est proportionnelle au nombre de noyaux ; $\lambda$ doit être en $\mathrm{s}^{-1}$ pour une activité en becquerels.

CORRIGÉ

**Relation.** D'après la décroissance de l'activité, $a_0 = \lambda N_0$, donc $N_0 = a_0\,\tau$, avec $a_0 = 2{,}5 \times 10^{6}\,\mathrm{Bq}$.

$$\begin{aligned} N_0 &= a_0\,\tau \\ N_0 &\approx 2{,}5 \times 10^{6} \\ &\quad \times 1{,}84 \times 10^{5} \\ N_0 &\approx 4{,}6 \times 10^{11} \end{aligned}$$

**Conclusion.** L'échantillon contenait environ $4{,}6 \times 10^{11}$ noyaux de brome 82 à $t = 0$.

### Exercice 4

## Famille radioactive du thorium 232

Le thorium 232, présent dans certaines roches, est le premier noyau d'une famille radioactive. Par une suite de désintégrations $\alpha$ et $\beta^-$, elle aboutit au plomb 208, stable.

**Données.** Nombres de charge utiles.

| Élément | Symbole | $Z$ |
|---|---|---|
| plomb | $\mathrm{Pb}$ | $82$ |
| radium | $\mathrm{Ra}$ | $88$ |
| actinium | $\mathrm{Ac}$ | $89$ |
| thorium | $\mathrm{Th}$ | $90$ |

### 1.

Le thorium 232 est radioactif $\alpha$. Écrire l'équation de sa désintégration.

INDICE

**Outil :** la particule $\alpha$, puis les deux lois de conservation.

CORRIGÉ

**Noyau fils.** $A = 232 - 4 = 228$ et $Z = 90 - 2 = 88$ : c'est le radium.

$$\begin{aligned} &{}^{232}_{90}\mathrm{Th} \\ &\longrightarrow {}^{228}_{88}\mathrm{Ra} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \end{aligned}$$

**Conclusion.** Le thorium 232 donne le radium 228 en émettant une particule $\alpha$.

### 2.

Le radium 228 formé est radioactif $\beta^-$. Écrire l'équation de sa désintégration.

INDICE

**Outil :** l'électron émis, puis les deux lois de conservation.

CORRIGÉ

**Noyau fils.** $A = 228$ et $Z = 88 + 1 = 89$ : c'est l'actinium.

$$\begin{aligned} &{}^{228}_{88}\mathrm{Ra} \\ &\longrightarrow {}^{228}_{89}\mathrm{Ac} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e} \end{aligned}$$

**Conclusion.** Le radium 228 donne l'actinium 228 en émettant un électron.

### 3.

On note $x$ le nombre de désintégrations $\alpha$ et $y$ le nombre de désintégrations $\beta^-$ qui mènent du thorium 232 au plomb 208. Écrire l'équation bilan de la famille, avec $x$ et $y$, puis déterminer ces deux nombres.

INDICE

**Début :** le bilan a pour père le thorium 232, pour produits le plomb 208, $x$ noyaux d'hélium et $y$ électrons. **Ensuite :** une loi de conservation par inconnue.

CORRIGÉ

**Bilan.**

$$\begin{aligned}&{}^{232}_{90}\mathrm{Th}\\&\longrightarrow {}^{208}_{82}\mathrm{Pb}\\&\quad + x\,{}^{4}_{2}\mathrm{He} + y\,{}^{0}_{-1}\mathrm{e}\end{aligned}$$

**Nucléons.** $232 = 208 + 4x$, donc $x = 6$.

**Charge.** $90 = 82 + 2x - y$, soit $90 = 94 - y$, donc $y = 4$.

$$\begin{aligned}&{}^{232}_{90}\mathrm{Th}\\&\longrightarrow {}^{208}_{82}\mathrm{Pb}\\&\quad + 6\,{}^{4}_{2}\mathrm{He} + 4\,{}^{0}_{-1}\mathrm{e}\end{aligned}$$

**Conclusion.** La famille du thorium 232 compte six désintégrations $\alpha$ et quatre désintégrations $\beta^-$.

### 4.

Calculer le déplacement global du point représentatif dans le diagramme $(N, Z)$, du thorium 232 au plomb 208, puis le retrouver à partir des déplacements dus à chaque type de désintégration.

INDICE

**Début :** calcule $N = A - Z$ pour les deux noyaux. **Ensuite :** les déplacements dus à $\alpha$ et à $\beta^-$ dans le diagramme $(N, Z)$.

CORRIGÉ

**Calcul direct.** Le thorium 232 a $Z = 90$ et $N = 142$ ; le plomb 208 a $Z = 82$ et $N = 126$. Le point se déplace de $\Delta Z = -8$ et $\Delta N = -16$.

**Par les désintégrations.** Six désintégrations $\alpha$ donnent $(-12; -12)$ et quatre désintégrations $\beta^-$ donnent $(+4; -4)$. La somme vaut $(-8; -16)$.

**Conclusion.** Du thorium 232 au plomb 208, le point recule de $8$ en $Z$ et de $16$ en $N$, ce que redonnent les six désintégrations $\alpha$ et les quatre $\beta^-$.

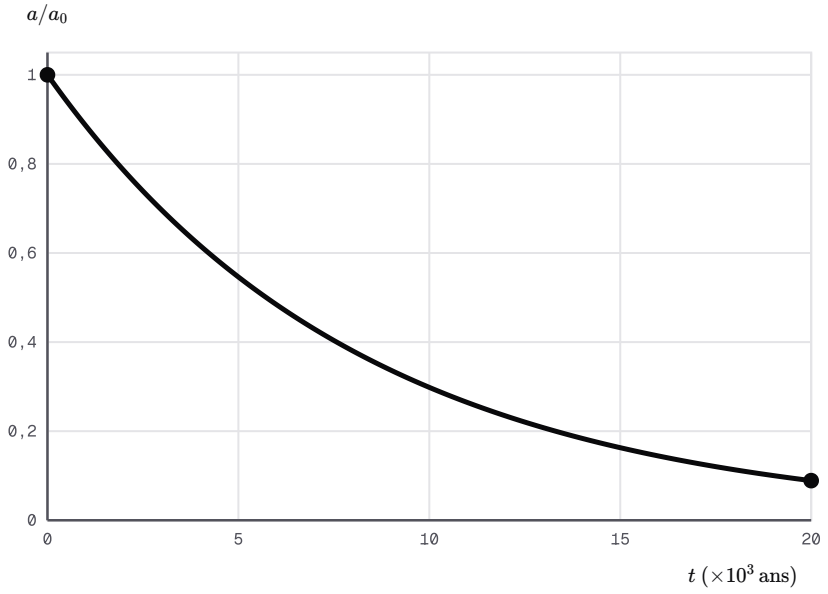
### Exercice 5

## Dater un parchemin par le carbone 14

Un musée fait dater un fragment de parchemin. On en extrait $m = 2{,}00\,\text{g}$ de carbone, placé devant un compteur dans une enceinte blindée. Le compteur enregistre $1\,400$ coups en $60{,}0\,\text{min}$. Sans échantillon, il enregistre en moyenne $2{,}0$ coups par minute. On admet que chaque désintégration de l'échantillon est comptée.

Le carbone d'un organisme vivant a une activité $a_0 = 13{,}6$ désintégrations par minute et par gramme. Demi-vie du carbone 14 : $t_{1/2} = 5\,730\,\text{ans}$ ; calculatrice autorisée.

**Document.** Rapport $\dfrac{a}{a_0}$ de l'activité du carbone 14 d'un échantillon mort à celle d'un échantillon vivant, en fonction du temps écoulé depuis la mort.




**Décroissance relative de l'activité du carbone 14**

### 1.

Calculer l'activité $a$ du carbone du parchemin, en désintégrations par minute et par gramme.

INDICE

**Outil :** retranche le bruit de fond au taux de comptage, puis rapporte le résultat à la masse.

CORRIGÉ

**Taux de comptage.** $\dfrac{1\,400}{60{,}0} \approx 23{,}3$ coups par minute.

**Correction et masse.**

$$a = \frac{23{,}3 - 2{,}0}{2{,}00\,\mathrm{g}}$$
$$a \approx 10{,}7\,\mathrm{min^{-1}\cdot g^{-1}}$$

**Conclusion.** Le carbone du parchemin a une activité d'environ $10{,}7$ désintégrations par minute et par gramme.

### 2.

Calculer le rapport $\dfrac{a}{a_0}$, puis lire sur le document l'âge approximatif du parchemin.

INDICE

**Outil :** place le rapport sur l'axe des ordonnées et lis l'abscisse du point de la courbe.

CORRIGÉ

**Rapport.** $\dfrac{a}{a_0} \approx \dfrac{10{,}67}{13{,}6} \approx 0{,}78$.

**Lecture.** La courbe atteint l'ordonnée $0{,}78$ pour $t \approx 2 \times 10^3$ ans.

**Conclusion.** D'après le document, le parchemin a environ deux mille ans.

### 3.

Calculer l'âge du parchemin.

INDICE

**Outil :** la relation qui donne l'âge d'un échantillon par datation radioactive, avec les activités non arrondies.

CORRIGÉ

**Relation.** D'après l'âge d'un échantillon par datation radioactive, avec $a \approx 10{,}67$ non arrondie :

$$t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}\,\ln\frac{a_0}{a}$$
$$t \approx \frac{5\,730}{0{,}693}\,\ln\frac{13{,}6}{10{,}67}$$
$$t \approx 2{,}01 \times 10^3\,\mathrm{ans}$$

**Conclusion.** Le parchemin a environ $2{,}01 \times 10^3$ ans, en accord avec la lecture graphique.

### 4.

Pourquoi le compteur est-il placé dans une enceinte blindée, et pourquoi compte-t-on pendant $60{,}0\,\text{min}$ plutôt que pendant une minute ?

INDICE

**Outil :** compare le taux de comptage de l'échantillon au bruit de fond, puis pense aux fluctuations d'un comptage.

CORRIGÉ

**Blindage.** L'échantillon ne donne que quelques dizaines de coups par minute. L'enceinte réduit le bruit de fond, qui pèserait sinon autant que le signal.

**Durée.** En une minute, on compterait une vingtaine de coups, avec des fluctuations relatives fortes. En $60{,}0\,\text{min}$, le nombre de coups est grand et son écart relatif plus faible.

**Conclusion.** Le blindage abaisse le bruit de fond et la longue durée de comptage réduit les fluctuations : l'activité, faible, est alors mesurée avec une précision suffisante.

### 5.

Quelles hypothèses ce calcul d'âge suppose-t-il ?

INDICE

**Outil :** les conditions d'emploi de la relation de datation.

CORRIGÉ

**Activité initiale.** Le carbone de l'animal dont vient la peau avait, à sa mort, la même activité par gramme qu'un organisme vivant actuel.

**Système fermé.** Depuis la mort de l'animal, le parchemin n'a ni gagné ni perdu de carbone 14, sinon par désintégration.

**Conclusion.** L'âge obtenu suppose une activité initiale égale à celle du témoin actuel et aucun échange de carbone depuis la mort de l'animal.

### Exercice 6

## Âge de l'eau d'une nappe par le tritium

Pour savoir depuis quand l'eau d'une nappe souterraine s'est infiltrée, un hydrologue mesure l'activité du tritium $^{3}_{1}\mathrm{H}$, radioactif $\beta^{-}$. L'eau de pluie de la région sert de témoin.

**Document.** Mesures et données.

| Donnée | Valeur |
|---|---|
| activité volumique de l'eau de pluie | $a_0 = 0{,}72\,\mathrm{Bq}\cdot\mathrm{L}^{-1}$ |
| activité volumique de l'eau du forage | $a = 0{,}21\,\mathrm{Bq}\cdot\mathrm{L}^{-1}$ |
| demi-vie du tritium | $t_{1/2} = 12{,}3\,\mathrm{ans}$ |
| nombre de charge de l'hélium | $Z = 2$ |

Calculatrice autorisée.

**1.**

Écrire l'équation de la désintégration du tritium.

INDICE

**Outil :** l'électron émis par une désintégration $\beta^{-}$, puis les deux lois de conservation.

CORRIGÉ

**Noyau fils.** $A = 3$ et $Z = 1 + 1 = 2$ : c'est l'hélium 3.

$$^{3}_{1}\mathrm{H} \longrightarrow {}^{3}_{2}\mathrm{He} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

**Conclusion.** Le tritium se désintègre en hélium 3 en émettant un électron.

### 2.

Montrer que l'âge de l'eau du forage s'écrit $t = \dfrac{t_{1/2}}{\ln 2}\,\ln\dfrac{a_0}{a}$, puis le calculer.

INDICE

**Début :** écris la décroissance de l'activité entre l'infiltration et la mesure. **Ensuite :** isole $\lambda t$ par le logarithme népérien.

CORRIGÉ

**Loi.** D'après la décroissance de l'activité, $a = a_0\,e^{-\lambda t}$, donc $\dfrac{a_0}{a} = e^{\lambda t}$.

**Logarithme.** $\lambda t = \ln\dfrac{a_0}{a}$, et $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$ :

$$t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}\,\ln\frac{a_0}{a}$$

**Application numérique.**

$$t = \frac{12{,}3}{0{,}693}\,\ln\frac{0{,}72}{0{,}21}$$
$$t \approx 22\,\text{ans}$$

**Conclusion.** L'eau du forage s'est infiltrée il y a environ $22$ ans.

### 3.

Le tritium convient-il pour cette datation ? Le carbone 14, de demi-vie $5\,730\,\text{ans}$, conviendrait-il ?

INDICE

**Outil :** compare l'âge obtenu à chaque demi-vie ; calcule le rapport $\dfrac{a}{a_0}$ que donnerait le carbone 14.

CORRIGÉ

**Tritium.** L'âge vaut environ $\dfrac{22}{12{,}3} \approx 1{,}8$ demi-vies : l'activité a nettement baissé et reste mesurable.

**Carbone 14.** En $22$ ans, $\dfrac{a}{a_0} = e^{-\lambda t} \approx 0{,}9974$ : l'activité n'aurait baissé que d'environ $0{,}3\,\%$, une variation noyée dans les incertitudes de mesure.

**Conclusion.** Le tritium convient, car l'âge est du même ordre que sa demi-vie ; le carbone 14 ne conviendrait pas pour une eau aussi récente.

**4.**

Donner deux hypothèses sur lesquelles repose cet âge.

INDICE

**Outil :** ce que la relation de datation suppose sur l'état initial et sur l'échantillon depuis sa formation.

CORRIGÉ

**Activité initiale.** L'eau de pluie avait, lors de l'infiltration, la même activité volumique que la pluie actuelle.

**Système fermé.** Depuis l'infiltration, l'eau de la nappe ne s'est mélangée à aucune eau plus récente ni plus ancienne.

**Conclusion.** L'âge suppose une activité de la pluie inchangée depuis l'infiltration et une nappe sans mélange.

### Exercice 7

## Source d'américium 241 d'un détecteur de fumée

Certains détecteurs de fumée contiennent une petite source d'américium 241, radioactif $\alpha$, qui rend l'air de la chambre de mesure conducteur.

**Données.**

| Donnée | Valeur |
|---|---|
| activité de la source | $a = 3{,}3 \times 10^{4}\,\mathrm{Bq}$ |
| masse molaire de l'américium 241 | $241\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$ |
| conversion | $1\,\mathrm{an} = 3{,}16 \times 10^{7}\,\mathrm{s}$ |
| demi-vie de l'américium 241 | $432\,\mathrm{ans}$ |
| nombre de charge de l'américium | $Z = 95$ |
| nombre de charge du neptunium | $Z = 93$ |

On donne $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$ ; calculatrice autorisée.

**1.**

Écrire l'équation de la désintégration de l'américium 241.

INDICE

**Outil :** la particule $\alpha$, puis les deux lois de conservation.

CORRIGÉ

**Noyau fils.** $A = 241 - 4 = 237$ et $Z = 95 - 2 = 93$ : c'est le neptunium.

$$^{241}_{95}\mathrm{Am} \longrightarrow {}^{237}_{93}\mathrm{Np} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

**Conclusion.** L'américium 241 donne le neptunium 237 en émettant une particule $\alpha$.

### 2.

L'activité de la source est $a = -\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}$, où $N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$ est le nombre moyen de noyaux d'américium 241 à l'instant $t$. Montrer que $a = \lambda N$.

INDICE

**Outil :** la dérivée de $t \mapsto e^{kt}$, avec la constante $k = -\lambda$.

CORRIGÉ

**Dérivée.** Avec $k = -\lambda$, la dérivée de $t \mapsto e^{-\lambda t}$ est $t \mapsto -\lambda\, e^{-\lambda t}$ :

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda N_0\, e^{-\lambda t}$$

**Activité.** On change le signe : $a = \lambda N_0\, e^{-\lambda t}$, et $N_0\, e^{-\lambda t} = N$.

**Conclusion.** L'activité de la source vérifie $a = \lambda N$ : elle est proportionnelle au nombre de noyaux qu'elle contient.

### 3.

Calculer le nombre $N$ de noyaux d'américium 241 de la source, puis sa masse.

INDICE

**Outil :** l'activité est proportionnelle au nombre de noyaux, avec $\lambda$ en $\mathrm{s^{-1}}$ ; la masse vient de la quantité de matière.

CORRIGÉ

**Constante radioactive.** $\lambda = \dfrac{\ln 2}{432 \times 3{,}16 \times 10^{7}\,\mathrm{s}} \approx 5{,}08 \times 10^{-11}\,\mathrm{s^{-1}}$.

**Nombre de noyaux.**

$$N = \frac{a}{\lambda}$$
$$N \approx \frac{3{,}3 \times 10^{4}}{5{,}08 \times 10^{-11}}$$
$$N \approx 6{,}5 \times 10^{14}$$

**Masse.**

$$m = \frac{N}{N_A}\, M$$
$$m \approx 2{,}6 \times 10^{-7}\,\mathrm{g}$$

**Conclusion.** La source contient environ $6{,}5 \times 10^{14}$ noyaux, soit $2{,}6 \times 10^{-7}\,\mathrm{g}$ d'américium 241.

### 4.

Un détecteur est remplacé au bout de $10{,}0$ ans. De quel pourcentage l'activité de sa source a-t-elle diminué ? La décroissance radioactive limite-t-elle cette durée d'usage ?

INDICE

**Outil :** la décroissance de l'activité, avec $\lambda$ et $t$ dans la même unité de temps.

CORRIGÉ

**Rapport des activités.** En années :

$$\frac{a(t)}{a} = e^{-\lambda t}$$
$$\frac{a(t)}{a} = e^{-\frac{0{,}693 \times 10{,}0}{432}}$$
$$\frac{a(t)}{a} \approx 0{,}984$$

**Baisse.** L'activité a diminué d'environ $1{,}6\,\%$.

**Conclusion.** En dix ans, l'activité ne baisse que d'environ $1{,}6\,\%$ : la décroissance de la source ne limite pas la durée d'usage du détecteur.

### 5.

Un technicien place un compteur à quelques centimètres de la source sortie du détecteur. Il relève $2\,520$ coups en $2{,}00\,\text{min}$ ; le bruit de fond vaut $35$ coups par minute. Calculer le taux de comptage corrigé en coups par seconde, le comparer à l'activité de la source et interpréter.

INDICE

**Début :** le bruit de fond se compte sur la même durée que la mesure. **Point délicat :** compare le taux de comptage à l'activité de la source.

CORRIGÉ

**Bruit de fond.** En $2{,}00\,\text{min}$, il donne $2 \times 35 = 70$ coups.

**Taux corrigé.**

$$r = \frac{2\,520 - 70}{120\,\text{s}}$$
$$r \approx 20{,}4\,\text{s}^{-1}$$

**Comparaison.** $\dfrac{r}{a} \approx \dfrac{20{,}4}{3{,}3 \times 10^{4}} \approx 6{,}2 \times 10^{-4}$ : le compteur ne détecte qu'une infime partie des désintégrations.

**Interprétation.** Les particules partent dans toutes les directions, et la fenêtre du compteur n'en reçoit qu'une petite partie. Les particules $\alpha$ sont de plus arrêtées par quelques centimètres d'air.

**Rayonnement détecté.** Le compteur détecte surtout le rayonnement $\gamma$ qui accompagne la désintégration, dont une faible part seulement interagit dans le tube.

**Conclusion.** Le taux de comptage, environ $20{,}4$ coups par seconde, est très inférieur à l'activité : un comptage ne mesure l'activité qu'à un facteur de détection près.