BURHAN

Décroissance radioactive

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/decroissance-radioactive/cours

Chapitre	Semestre
Décroissance radioactive	Semestre 1

Composition du noyau et isotopes

Deux uraniums dans un même combustible

Le combustible d'une centrale nucléaire contient de l'uranium. On y trouve deux sortes de noyaux d'uranium, notées $^{235}_{92}\mathrm{U}$ et $^{238}_{92}\mathrm{U}$.

L'uranium naturel contient environ $0{,}7\,\%$ d'uranium 235. Le combustible en contient de 3 à $5\,\%$. Ces deux uraniums ont les mêmes propriétés chimiques, mais pas le même noyau.

Devine : Ce qui distingue les deux noyaux d'uranium

Les deux symboles portent le même nombre en bas, 92, et des nombres différents en haut, 235 et 238. Selon toi, en quoi ces deux noyaux diffèrent-ils ?

A. Ils n'ont pas le même nombre de protons.

Faux.
Le nombre de protons fixe l'élément chimique. Deux nombres de protons différents donneraient deux éléments, pas deux uraniums.

B. Ils n'ont pas le même nombre d'électrons.

Faux.
Les électrons entourent le noyau sans en faire partie. Un atome neutre d'uranium en a toujours 92.

C. Ils n'ont pas le même nombre de neutrons.

Juste.
Juste : même nombre de protons, donc même élément ; seul le nombre de neutrons change.

D. Ils ont la même composition, seule leur taille diffère.

Faux.
La taille d'un noyau dépend de sa composition. Des nombres en haut différents signalent une composition différente.

Correction

Le nombre du bas, 92, est le même : les deux noyaux ont autant de protons, ce sont deux uraniums. Le nombre du haut compte toutes les particules du noyau. Il diffère de 3 : l'uranium 238 a trois neutrons de plus que l'uranium 235.

Rappel : un atome est formé d'un noyau et d'électrons en mouvement autour de lui. L'atome est électriquement neutre : il a autant d'électrons que son noyau a de protons.

Le noyau est minuscule. Un atome a un diamètre de l'ordre de $10^{-10}\,\mathrm{m}$, un noyau de l'ordre de $10^{-15}\,\mathrm{m}$: le noyau est environ cent mille fois plus petit que l'atome. Il porte pourtant presque toute sa masse.

Le symbole d'un nucléide

Définition : Composition d'un noyau et symbole du nucléide

Un noyau atomique est formé de **nucléons** : des protons et des neutrons. Un nucléide est représenté par le symbole

$$^{A}_{Z}\mathrm{X}$$

où X est le symbole de l'élément chimique, Z le **nombre de charge** (nombre de protons) et A le **nombre de nucléons** (nombre de masse). Le noyau contient Z protons et $N = A - Z$ neutrons.

Exemple : Les noyaux des deux uraniums

Pour $^{235}_{92}\mathrm{U}$: $Z = 92$ et $A = 235$. Le noyau contient 92 protons et

$$N = A - Z = 235 - 92 = 143$$

neutrons, soit 235 nucléons.

Pour $^{238}_{92}\mathrm{U}$: 92 protons et $N = 238 - 92 = 146$ neutrons.

Les deux noyaux ont le même nombre de charge : ce sont deux nucléides du même élément, l'uranium.

Des isotopes du même élément

Définition : Isotopes d'un élément chimique

Des **isotopes** sont des nucléides qui ont le même nombre de charge Z et des nombres de nucléons A différents : ils appartiennent au même élément chimique et ne diffèrent que par leur nombre de neutrons N. Par exemple, $^{12}_{6}\mathrm{C}$, $^{13}_{6}\mathrm{C}$ et $^{14}_{6}\mathrm{C}$ sont trois isotopes du carbone.

Vérifie : Une paire d'isotopes

Parmi ces paires de nucléides, laquelle est formée de deux isotopes ?

A. $^{58}_{28}\mathrm{Ni}$ et $^{58}_{26}\mathrm{Fe}$

Faux.

Même nombre de nucléons, mais $Z = 28$ et $Z = 26$: deux éléments différents, le nickel et le fer.

B. $^{56}_{26}\mathrm{Fe}$ et $^{58}_{26}\mathrm{Fe}$

Juste.

Juste : $Z = 26$ pour les deux, A différents. Ils ont 30 et 32 neutrons.

C. $^{56}_{26}\mathrm{Fe}$ et $^{58}_{28}\mathrm{Ni}$

Faux.

Ils ont tous deux 30 neutrons, mais pas le même nombre de charge : ce ne sont pas des isotopes.

D. $^{16}_{8}\mathrm{O}$ et $^{32}_{16}\mathrm{S}$

Faux.

Les nombres sont doublés, mais Z change : l'oxygène et le soufre sont deux éléments.

Correction

Des isotopes ont le même nombre de charge Z et des nombres de nucléons différents. Seule la paire $^{56}_{26}\mathrm{Fe}$ et $^{58}_{26}\mathrm{Fe}$ remplit les deux conditions : deux isotopes du fer.

Méthode : Lire un symbole de nucléide et comparer deux noyaux

1. **Repère** les deux nombres du symbole $^{A}_{Z}\mathrm{X}$: celui du haut compte les nucléons, celui du bas les protons.
2. **Déduis** le nombre de neutrons par la différence $N = A - Z$.
3. **Confronte** deux nucléides par leur nombre du bas. S'il est commun et que celui du haut change, ils sont isotopes. S'il change, ce sont deux éléments distincts, même avec un A commun.
4. **Termine** par une phrase qui nomme l'élément, lu dans le tableau périodique.

Composer deux noyaux de cobalt et un noyau de nickel

À toi : Cobalt 59, cobalt 60 et nickel 60

Donne la composition des noyaux $^{59}_{27}\mathrm{Co}$, $^{60}_{27}\mathrm{Co}$ et $^{60}_{28}\mathrm{Ni}$. Lesquels sont des isotopes ? Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1

Le nombre du bas donne les protons, le nombre du haut les nucléons.

Indice 2

Calcule $N = A - Z$ pour chacun.

Indice 3

Point délicat : le cobalt 60 et le nickel 60 ont le même nombre du haut. Regarde le nombre du bas pour décider.

Réponse

- $^{59}_{27}\mathrm{Co}$: 27 protons, $59 - 27 = 32$ neutrons.
- $^{60}_{27}\mathrm{Co}$: 27 protons, $60 - 27 = 33$ neutrons.
- $^{60}_{28}\mathrm{Ni}$: 28 protons, $60 - 28 = 32$ neutrons.

Les deux cobalts ont le même $Z = 27$ et des A différents : ce sont des isotopes. Le nickel 60 a $Z = 28$: c'est un autre élément.

Attention : Un nombre de nucléons sans unité

✗ « Le noyau d'uranium 238 a une masse de 238. »

✓ $A = 238$ compte les nucléons du noyau : c'est un nombre entier, sans unité, et non une masse.

Les isotopes d'un élément partagent leur nombre de protons, donc leur chimie. Ils ne se distinguent que par leurs neutrons.

Diagramme (N, Z) et stabilité des noyaux

Un point par nucléide

On connaît environ $3\,000$ nucléides. Moins de 300 sont stables : leur noyau ne change pas. Les autres se transforment tôt ou tard.

Pour s'y retrouver, on place chaque nucléide dans un plan : son nombre de charge Z en abscisse, son nombre de neutrons N en ordonnée. L'uranium 238 devient le point $(92; 146)$.

Devine : Neutrons et protons des noyaux stables lourds

Pour les noyaux stables légers, comme $^{12}_{6}\mathrm{C}$ ou $^{16}_{8}\mathrm{O}$, on a $N = Z$. Que prévois-tu pour les noyaux stables lourds, comme le plomb ?

A. Ils gardent $N = Z$.

Faux.

Les noyaux stables lourds s'écartent de la droite $N = Z$: la figure qui suit le montre.

B. Ils ont moins de neutrons que de protons.

Faux.

Aucun noyau stable lourd n'a moins de neutrons que de protons ; c'est l'inverse.

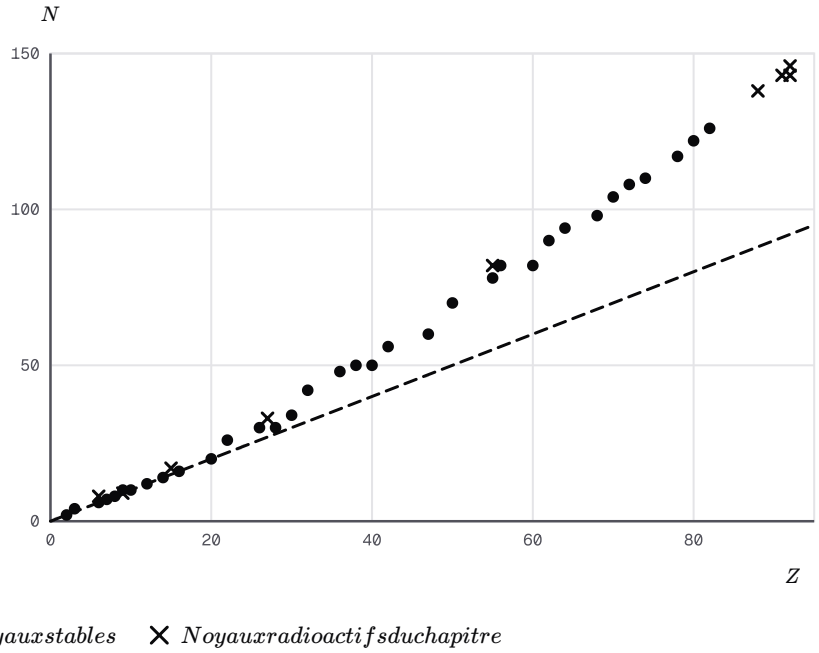
C. Ils ont plus de neutrons que de protons.

Juste.

Juste : le plomb 208 a 126 neutrons pour 82 protons.

Correction

> Les noyaux stables lourds ont plus de neutrons que de protons. Pour le plomb 208, $N = 208 - 82 = 126$ et $Z = 82$. La figure suivante place les noyaux stables et ceux de ce chapitre.



Extrait du diagramme (N, Z) : quelques noyaux stables et les noyaux radioactifs de ce chapitre, avec la droite N = Z.

La vallée de stabilité

En clair. Les points ronds ne remplissent pas le plan. Ils forment une bande étroite. Jusqu'au calcium, $Z = 20$, elle colle à la droite $N = Z$. Ensuite, elle monte au-dessus : le plomb 208, point $(82; 126)$, a 44 neutrons de plus que de protons. Au-delà de $Z = 83$, plus aucun point rond.

Ce constat, tiré de tous les nucléides connus, est admis.

Propriété : Domaines de stabilité dans le diagramme (N, Z)

Dans le **diagramme** (N, Z), chaque nucléide connu est un point d'abscisse Z et d'ordonnée N. Les noyaux stables occupent une bande étroite, la **vallée de stabilité** :

- pour $Z \leq 20$ environ, elle suit la droite $N = Z$;
- au-delà, elle s'écarte au-dessus de cette droite : les noyaux stables lourds ont plus de neutrons que de protons.

Les noyaux situés hors de cette bande sont **instables** : au-dessus, ils ont un excès de neutrons ; au-dessous, un excès de protons. Aucun noyau de $Z > 83$ n'est stable.

Exemple : Le carbone 14 au-dessus de la bande

Le carbone 14, $^{14}_{6}\mathrm{C}$, a 6 protons et 8 neutrons : c'est le point $(6;8)$. Le carbone stable $^{12}_{6}\mathrm{C}$ est en $(6;6)$.

Au même Z, le carbone 14 est au-dessus de la bande : il a un excès de neutrons. Il est instable.

Vérifie : La place du césium 137

Le césium stable est $^{133}_{55}\mathrm{Cs}$. Le césium 137, $^{137}_{55}\mathrm{Cs}$, est radioactif. Que dit sa place dans le diagramme ?

A. Il est au-dessus de la bande : excès de neutrons.

Juste.
Juste : $N = 82$ contre 78 pour le césium stable, au même $Z = 55$.

B. Il est au-dessous de la bande : excès de protons.

Faux.
Il a autant de protons que le césium stable et quatre neutrons de plus : il est au-dessus.

C. Il est instable parce que $Z > 83$.

Faux.
$Z = 55$ ne dépasse pas 83 : la raison est ailleurs.

Correction
Le césium 137 a $Z = 55$ et $N = 137 - 55 = 82$; le césium stable a $N = 133 - 55 = 78$. Au même nombre de charge, le césium 137 a quatre neutrons de plus : il est au-dessus de la vallée de stabilité, avec un excès de neutrons.

Des noyaux qui se transforment

Un noyau situé hors de la vallée de stabilité est instable. Tôt ou tard, il se transforme en un autre noyau, plus proche de la bande.

C'est le cas du césium 137 et du carbone 14, au-dessus de la bande. C'est aussi le cas de tous les noyaux de nombre de charge supérieur à 83, comme le radium et l'uranium. La section suivante décrit cette transformation.

À toi : La place de l'uranium 238

Place le noyau $^{238}_{92}\mathrm{U}$ dans le diagramme. Calcule $N - Z$. Ce noyau est-il stable ? Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1
Le point a pour coordonnées $(Z;N)$, avec $N = A - Z$.
Indice 2
Compare Z à la valeur limite donnée par l'énoncé du domaine de stabilité.

Indice 3
Point délicat : l'écart à la droite $N = Z$ ne suffit pas à conclure ; c'est la valeur de Z qui tranche.

Réponse
$Z = 92$ et $N = 238 - 92 = 146$: le point est $(92; 146)$, et $N - Z = 54$. Aucun noyau de $Z > 83$ n'est stable : l'uranium 238 est instable.

Noyau radioactif et lois de conservation

Un sel d'uranium et une plaque photographique

Une expérience historique a révélé la radioactivité. Un sel d'uranium est posé sur une plaque photographique enveloppée de papier noir. La lumière ne peut pas l'atteindre.

Après quelques jours dans le noir, la plaque développée est voilée sous le sel. Le sel émet donc un rayonnement qui traverse le papier. On obtient le même effet avec d'autres composés de l'uranium.

Devine : Le sel d'uranium chauffé

On chauffe fortement le sel d'uranium, puis on recommence l'expérience. Que prévois-tu pour le rayonnement émis ?

A. Il reste le même.
Juste.
Juste : le rayonnement vient du noyau, qui n'est sensible ni à la température, ni à la liaison chimique.

B. Il devient plus intense.
Faux.
La température change l'agitation des atomes, pas les noyaux. Le rayonnement ne change pas.

C. Il disparaît.
Faux.
Rien ne détruit le noyau dans une flamme : le rayonnement continue.

Correction
Le rayonnement reste le même, chaud ou froid, quel que soit le composé d'uranium. Il ne vient donc pas des électrons de l'atome, sensibles à la chimie et à la température. Il vient du noyau.

Définition : Noyau radioactif et désintégration

Un noyau **radioactif** est un noyau instable qui se transforme spontanément en un autre noyau, en émettant une ou plusieurs particules et, souvent, un rayonnement. Cette transformation est une **désintégration** : le noyau qui se désintègre est le noyau **père**, le noyau formé est le noyau **fils**. Une

désintégration est **spontanée**, **aléatoire** (on ne peut pas prévoir l'instant où un noyau donné se désintègre) et **inéluctable** ; elle ne dépend ni de la température, ni de la pression, ni de l'espèce chimique dans laquelle se trouve le noyau.

Exemple : Le radium, noyau père, et le radon, noyau fils

Le noyau de radium 226, $^{226}_{88}\mathrm{Ra}$, est radioactif. Il se désintègre en émettant un noyau d'hélium $^{4}_{2}\mathrm{He}$. Le noyau formé est un noyau de radon 222, $^{222}_{86}\mathrm{Rn}$.

Le radium est le noyau père, le radon le noyau fils. Le radon est un gaz : la désintégration a changé l'élément chimique.

Un événement imprévisible

En clair. Prends un seul noyau de radium. Rien ne permet de dire quand il se désintégrera : dans une seconde ou dans mille ans. Le phénomène est aléatoire.

Mais un échantillon contient des milliards de milliards de noyaux. Sur un si grand nombre, la proportion de noyaux qui se désintègrent pendant une durée donnée devient prévisible. C'est l'objet de la loi de décroissance, plus loin dans ce chapitre.

Vérifie : Un noyau de cobalt ancien

Un noyau de cobalt 60 existe depuis dix ans sans s'être désintégré. Comparée à celle d'un noyau de cobalt 60 tout juste formé, sa chance de se désintégrer dans l'heure qui suit est :

A. plus grande, car il est plus vieux.
Faux.
Un noyau ne vieillit pas : il ne garde aucune trace de son passé.

B. plus petite, car il a déjà résisté longtemps.
Faux.
Avoir résisté ne protège pas le noyau : chaque instant est un nouveau tirage.

C. la même.
Juste.
Juste : la désintégration est aléatoire et ne dépend pas de l'âge du noyau.

Correction
La chance est la même. Deux noyaux du même nucléide ont, à chaque instant, la même probabilité de se désintégrer pendant une durée donnée, quel que soit leur âge. C'est ce caractère aléatoire que traduit la loi de décroissance.

Ce qui se conserve dans une désintégration

Rappel : au cours d'une transformation chimique, les éléments et la charge électrique se conservent.

Dans une désintégration, l'élément change. Mais deux nombres se retrouvent intacts quand on fait les comptes de part et d'autre de la flèche : le nombre de charge et le nombre de nucléons. Ces deux lois de conservation sont admises : aucune désintégration observée ne les contredit.

Propriété : Lois de conservation de Soddy

Au cours d'une réaction nucléaire, en particulier d'une désintégration, il y a conservation :

- du **nombre de charge** : la somme des nombres de charge des produits est égale à celle des réactifs ;
- du **nombre de nucléons** : la somme des nombres de nucléons des produits est égale à celle des réactifs.

Pour la désintégration ${}^{A}_{Z}\mathrm{X} \longrightarrow {}^{A_1}_{Z_1}\mathrm{Y} + {}^{A_2}_{Z_2}\mathrm{P}$:

$$A = A_1 + A_2 \quad \text{et} \quad Z = Z_1 + Z_2.$$

Exemple : Les comptes de la désintégration du radium

La désintégration du radium 226 s'écrit :

$${}^{226}_{88}\mathrm{Ra} \longrightarrow {}^{222}_{86}\mathrm{Rn} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

- Nombre de nucléons : à gauche 226 ; à droite $222 + 4 = 226$.
- Nombre de charge : à gauche 88 ; à droite $86 + 2 = 88$.

Les deux lois de conservation sont respectées.

Écrire une équation de désintégration

Méthode : Compléter une équation de désintégration pas à pas

1. **Pose** à gauche le noyau qui se désintègre, à droite la particule émise. La section suivante les nomme : noyau d'hélium ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$, électron ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$, positon ${}^{0}_{1}\mathrm{e}$.
2. **Trouve** le nombre du haut du fils en équilibrant les nucléons, puis son nombre du bas en équilibrant les charges.
3. **Nomme** le fils grâce à son nombre de charge, cherché dans le tableau périodique.
4. **Recopie** l'équation entière et refais les deux additions.

À toi : La désintégration de l'uranium 235

Le noyau $^{235}_{92}\mathrm{U}$ se désintègre en émettant un noyau d'hélium. Écris l'équation de cette désintégration. Données : thorium Th ($Z = 90$), protactinium Pa ($Z = 91$), uranium U ($Z = 92$). Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1
Écris le père à gauche, le noyau d'hélium à droite, et laisse le fils inconnu.
Indice 2
Conservation du nombre de nucléons : $235 = A + 4$.
Indice 3
Point délicat : le nombre de charge du fils donne l'élément ; ce n'est plus de l'uranium.

Réponse
Conservation du nombre de nucléons : $235 = A + 4$, donc $A = 231$. Conservation du nombre de charge : $92 = Z + 2$, donc $Z = 90$: c'est le thorium.

$$^{235}_{92}\mathrm{U} \longrightarrow {}^{231}_{90}\mathrm{Th} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

Radioactivités alpha, bêta et émission gamma

Émettre un noyau d'hélium

Devine : Un noyau trop chargé pour être stable

L'uranium 238 a $Z = 92$: au-delà de $Z = 83$, aucun noyau n'est stable. Quelle émission ferait baisser à la fois son nombre de protons et son nombre de neutrons ?

A. Émettre un neutron, sans toucher à ses protons.

Faux.
Z resterait égal à 92 : le noyau serait toujours au-delà de $Z = 83$.

B. Émettre ensemble deux protons et deux neutrons.

Juste.
Juste : Z et N baissent chacun de 2, et A de 4.

C. Capter un proton venu de l'extérieur du noyau.

Faux.
Z augmenterait : le noyau s'éloignerait encore des noyaux stables.

Correction
Un noyau lourd peut expulser un groupe de deux protons et deux neutrons, c'est-à-dire un noyau d'hélium. Z et N diminuent alors de 2 chacun : c'est la radioactivité α.

Définition : Radioactivité alpha

Un noyau radioactif α émet un noyau d'hélium $^{4}_{2}\mathrm{He}$, appelé particule α. D'après les lois de conservation, l'équation de la désintégration s'écrit :

$$^{A}_{Z}\mathrm{X} \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

La radioactivité α concerne surtout des noyaux lourds.

Exemple : Le radium, émetteur alpha

Le radium 226 de la section précédente émet un noyau d'hélium : il est radioactif α. Avec $A = 226$ et $Z = 88$, la forme générale donne un fils de nombre de nucléons $A - 4 = 222$ et de nombre de charge $Z - 2 = 86$: le radon 222.

Le radium, comme l'uranium, est un noyau lourd.

Émettre un électron ou un positon

Devine : Le cobalt 60 et son neutron de trop

Le cobalt 60, $^{60}_{27}\mathrm{Co}$, a un neutron de plus que le cobalt stable $^{59}_{27}\mathrm{Co}$. Quelle transformation de son noyau le rapprocherait de la vallée de stabilité ?

A. Perdre un proton, sans changer ses neutrons.

Faux.

Le noyau aurait encore plus de neutrons que de protons, en proportion : il s'éloignerait de la vallée.

B. Gagner un neutron.

Faux.

L'excès de neutrons augmenterait : le noyau s'éloignerait encore.

C. Changer un neutron en proton.

Juste.

Juste : N diminue de 1 et Z augmente de 1. Le noyau rejoint la bande.

Correction

Le cobalt 60 a un excès de neutrons. Si un neutron devient un proton, N passe de 33 à 32 et Z de 27 à 28 : le noyau devient le nickel 60, stable. C'est la radioactivité β^{-}, décrite juste après.

Définition : Radioactivités bêta moins et bêta plus

- Un noyau radioactif β^{-} émet un électron $^{0}_{-1}\mathrm{e}$; il concerne des noyaux qui ont un excès de neutrons :

$$^{A}_{Z}\mathrm{X} \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}\mathrm{Y} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

- Un noyau radioactif β^+ émet un positon ${}^{0}_{1}\mathrm{e}$, particule de même masse que l'électron et de charge opposée ; il concerne des noyaux qui ont un excès de protons :

$$ {}^{A}_{Z}\mathrm{X} \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}\mathrm{Y} + {}^{0}_{1}\mathrm{e} $$

L'électron et le positon émis sont créés dans le noyau au moment de la désintégration.

Exemple : Le cobalt 60 et le fluor 18

Le cobalt 60 a un excès de neutrons : il est radioactif β^-. Son fils a $Z = 28$, c'est le nickel :

$$ {}^{60}_{27}\mathrm{Co} \longrightarrow {}^{60}_{28}\mathrm{Ni} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e} $$

Le fluor 18 a un neutron de moins que le fluor stable ${}^{19}_{9}\mathrm{F}$: il a un excès de protons. Il est radioactif β^+ ; son fils a $Z = 8$, c'est l'oxygène :

$$ {}^{18}_{9}\mathrm{F} \longrightarrow {}^{18}_{8}\mathrm{O} + {}^{0}_{1}\mathrm{e} $$

Attention : D'où vient l'électron d'une désintégration bêta

✗ « Dans une désintégration β^-, le noyau perd un des électrons qui l'entourent. »

✓ L'électron émis est créé dans le noyau, au moment de la désintégration : un neutron y devient un proton. Les électrons qui entourent le noyau n'y sont pour rien.

Comme Z gagne une unité, le noyau fils appartient à un autre élément.

Un noyau fils excité

Définition : Émission gamma

Le noyau fils est souvent formé dans un **état excité**, noté ${}^{A}_{Z}\mathrm{Y}^*$. Il revient à son état fondamental en émettant un rayonnement électromagnétique très énergétique, le **rayonnement** γ :

$$ {}^{A}_{Z}\mathrm{Y}^* \longrightarrow {}^{A}_{Z}\mathrm{Y} + \gamma $$

L'émission γ ne change ni A ni Z : elle accompagne en général une désintégration α ou β.

Exemple : Le rayonnement gamma du nickel 60

Le nickel 60 formé par le cobalt 60 est d'abord excité. Il revient à son état fondamental en émettant un rayonnement γ :

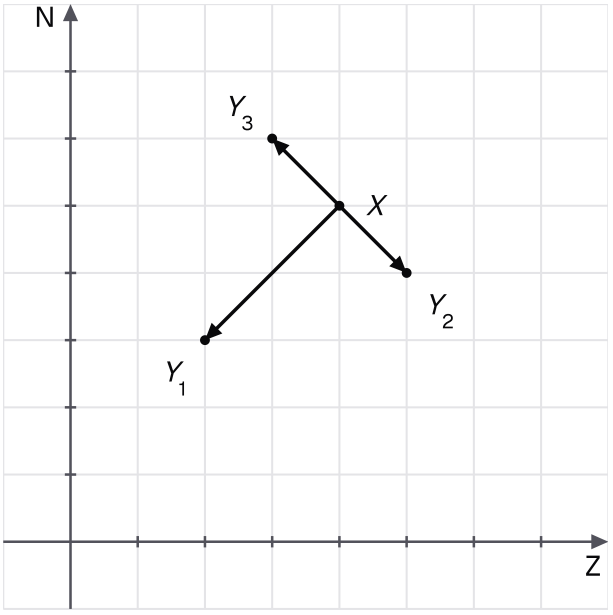
$$ {}^{60}_{28}\mathrm{Ni}^* \longrightarrow {}^{60}_{28}\mathrm{Ni} + \gamma $$

Ni A ni Z ne changent. Ce rayonnement très pénétrant sert, en médecine, à détruire des cellules de tumeurs.

Reconnaître le type d'une désintégration

Méthode : Trouver le type de radioactivité

1. **Si l'équation est écrite**, la particule suffit. Hélium : α. Électron : β^-. Positon : β^+. Rien qu'un rayonnement : γ.
2. **Si tu ne connais que le père et le fils**, compare leurs nombres. Pour α, A perd 4 et Z perd 2. Pour β^-, A ne bouge pas et Z gagne 1. Pour β^+, A ne bouge pas et Z perd 1.
3. **Sur le diagramme** (N, Z), suis la flèche du père au fils. Pour α : deux carreaux à gauche, deux vers le bas. Pour β^- : un à droite, un vers le bas. Pour β^+ : un à gauche, un vers le haut.
4. **Termine** en nommant le type et le noyau fils.



Déplacements d'un noyau père X dans le diagramme (N, Z) : Y_1 après une désintégration alpha, Y_2 après bêta moins, Y_3 après bêta plus.

Vérifie : Du phosphore au soufre

Le phosphore 32, $^{32}_{15}\mathrm{P}$, se désintègre en soufre 32, $^{32}_{16}\mathrm{S}$. Quel est le type de cette désintégration ?

A. α

Faux.
Une désintégration α ferait baisser A de 4 ; ici A reste 32.

B. β^+

Faux.

Une désintégration β^+ ferait baisser Z ; ici Z passe de 15 à 16.

C. β^-

Juste.

Juste : A inchangé, Z augmenté de 1.

D. γ

Faux.

Une émission γ ne change pas l'élément ; ici le phosphore devient du soufre.

Correction

A reste égal à 32 et Z passe de 15 à 16 : le noyau a émis un électron. C'est une désintégration β^- :

$$^{32}_{15}\mathrm{P} \longrightarrow {}^{32}_{16}\mathrm{S} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

Les trois rayonnements ne traversent pas la matière de la même façon. Les particules α sont arrêtées par une feuille de papier ou quelques centimètres d'air. Les particules β passent le papier, mais quelques millimètres d'aluminium les arrêtent. Le rayonnement γ traverse plusieurs centimètres de plomb en s'affaiblissant.

Un noyau fils peut être lui-même radioactif. Une suite de désintégrations qui s'achève sur un noyau stable forme une **famille radioactive**.

À toi : La désintégration du césium 137

Le noyau $^{137}_{55}\mathrm{Cs}$ se désintègre en un noyau de baryum ($Z = 56$). Écris l'équation de la désintégration et donne son type. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1

Le nombre de charge passe de 55 à 56.

Indice 2

Cherche la particule qui équilibre les nombres de charge sans changer A.

Indice 3

Point délicat : la particule a un nombre de charge négatif ; vérifie la somme $56 + (-1)$.

Réponse

Le fils a $Z = 56$ et, par conservation du nombre de nucléons, $A = 137$. La particule émise a $A = 0$ et $Z = 55 - 56 = -1$: c'est un électron.

$$^{137}_{55}\mathrm{Cs} \longrightarrow {}^{137}_{56}\mathrm{Ba} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

C'est une désintégration β^-.

Caractère aléatoire et loi de décroissance

Compter les désintégrations d'un flacon de fluor 18

À l'hôpital, le fluor 18 sert à des examens d'imagerie. On place un flacon qui en contient devant un compteur. Toutes les $30\,\text{min}$, on compte les désintégrations détectées pendant une minute.

Le bruit de fond est déjà retiré. Au départ, on compte environ $4\,012$ coups par minute. À $120\,\text{min}$, on n'en compte plus qu'environ $1\,895$.

Devine : Le comptage à 240 minutes

Le comptage est passé d'environ $4\,012$ à environ $1\,895$ coups par minute en $120\,\text{min}$. Que prévois-tu à $240\,\text{min}$?

A. Plus aucun coup : la baisse continue au même rythme.

Faux.
Une baisse d'environ $2\,100$ coups toutes les $120\,\text{min}$ donnerait un comptage négatif. Ce n'est pas ce qui se passe.

B. Encore environ $1\,895$ coups par minute.

Faux.
Le flacon continue de perdre des noyaux radioactifs : le comptage ne se stabilise pas.

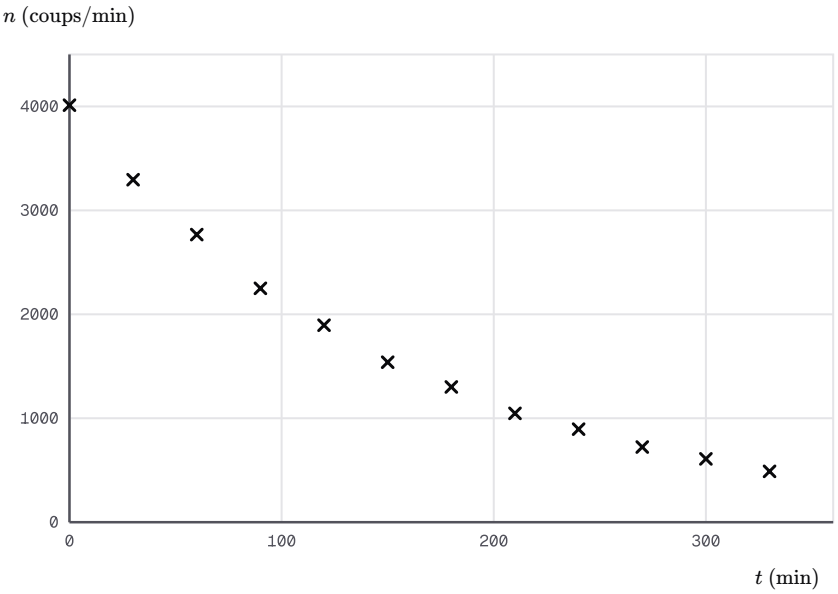
C. Environ $1\,400$ coups par minute.

Faux.
Le comptage baisse plus que cela : il est presque divisé par deux à chaque durée de $120\,\text{min}$.

D. Environ 900 coups par minute.

Juste.
Juste : en $120\,\text{min}$, le comptage est à peu près divisé par deux, et il l'est encore pendant les $120\,\text{min}$ suivantes.

Correction
En $120\,\text{min}$, le comptage a été à peu près divisé par deux. Pendant les $120\,\text{min}$ suivantes, il est de nouveau divisé par deux. À $240\,\text{min}$, on mesure 895 coups par minute. La décroissance ralentit, mais le nombre moyen de noyaux ne s'annule pas.



× (libellé indisponible)

Comptages d'une minute du flacon de fluor 18, toutes les 30 minutes, bruit de fond retiré.

Le hasard et la moyenne

Deux comptages d'une minute faits l'un après l'autre, vers $120\,\text{min}$, donnent $1\,895$ et $1\,868$ coups. Ce n'est pas une erreur de mesure : chaque désintégration est aléatoire.

Le nombre moyen de désintégrations, lui, suit une loi précise. Pour l'écrire, tu as besoin de deux fonctions étudiées en mathématiques en parallèle ou plus tard. On les admet ici, avec leurs propriétés utiles.

Propriété : Outil de mathématiques admis : exponentielle et logarithme népérien

La fonction exponentielle $x \mapsto e^x$ et la fonction logarithme népérien $x \mapsto \ln x$ (pour $x > 0$) sont **admises** dans ce chapitre avec les propriétés suivantes.

- $e^x > 0$, $e^0 = 1$, $e^{a+b} = e^a\,e^b$ et $e^{-a} = \dfrac{1}{e^a}$.
- Pour une constante k, la dérivée de $t \mapsto e^{kt}$ est $t \mapsto k\,e^{kt}$.
- e^{-x} tend vers 0 quand x tend vers $+\infty$.
- Pour $y > 0$, $e^x = y$ équivaut à $x = \ln y$; $\ln(e^x) = x$ et $\ln 1 = 0$.
- $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ et $\ln \dfrac{a}{b} = \ln a - \ln b$ pour $a > 0$, $b > 0$.
- Valeurs utiles : $\ln 2 \approx 0{,}693$ et $e^{-1} \approx 0{,}37$.

Exemple : Deux calculs avec la calculatrice

- $e^{-0{,}693} \approx 0{,}500$: la touche e^x donne la valeur, positive.

- $\ln 0{,}5 \approx -0{,}693$, ce qui équivaut à $e^{-0{,}693} \approx 0{,}5$.
- $\ln(e^{-3}) = -3$: le logarithme défait l'exponentielle.

Avec la calculatrice, garde toujours la valeur complète entre deux calculs.

La loi du nombre moyen de noyaux

Propriété : Loi de décroissance radioactive

Soit un échantillon contenant, à l'instant $t = 0$, N_0 noyaux radioactifs d'un même nucléide. Le nombre moyen $N(t)$ de noyaux non encore désintégrés à l'instant t est :

$$N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$$

La **constante radioactive** λ est positive et caractéristique du nucléide ; elle s'exprime en s^{-1} (ou en j^{-1}, an^{-1}). Pendant une durée Δt très petite, le nombre moyen de désintégrations vaut $\lambda N \Delta t$.

Exemple : La part de fluor 18 restant au bout d'une heure

Pour le fluor 18, $\lambda = 6{,}30 \times 10^{-3}\,\mathrm{min}^{-1}$. À $t = 60\,\mathrm{min}$, d'après la loi de décroissance :

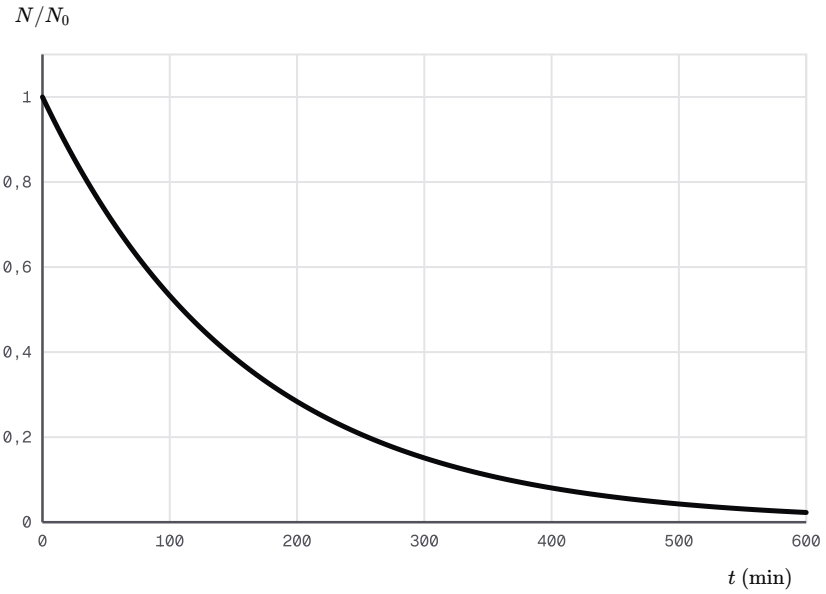
$$\begin{aligned} \frac{N}{N_0} &= e^{-\lambda t} \\ &= e^{-6{,}30\times 10^{-3}\times 60} \\ &= 0{,}685 \end{aligned}$$

Il reste $68{,}5\,\%$ des noyaux. Le comptage mesuré donne un rapport voisin : $\dfrac{2\,767}{4\,012} \approx 0{,}69$.

Chiffres significatifs. Un résultat ne garde pas plus de chiffres significatifs que la moins précise des données utilisées. Ici, λ en a trois : le rapport s'écrit $0{,}685$.

Une valeur intermédiaire n'est jamais arrondie avant d'être réutilisée : elle reste dans la calculatrice. Cette règle vaut pour tout le chapitre.

L'allure de la courbe de décroissance



— $\dfrac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$

Part des noyaux de fluor 18 restants, rapportée au nombre initial, en fonction du temps.

En clair. $N(t)$ décroît, vite au début, puis de plus en plus lentement, car moins il reste de noyaux, moins il s'en désintègre. La courbe s'approche de zéro sans l'atteindre.

Cette loi est admise : elle résume un très grand nombre de mesures. Elle décrit un nombre moyen, fiable pour un grand nombre de noyaux, comme dans tout échantillon réel.

À toi : Le fluor 18 d'une injection

Une injection contient $N_0 = 2{,}0 \times 10^{12}$ noyaux de fluor 18, avec $\lambda = 6{,}30 \times 10^{-3}\,\mathrm{min}^{-1}$. Combien en reste-t-il au bout de $3{,}0\,\mathrm{h}$? Calculatrice autorisée. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1
Applique la loi de décroissance $N(t) = N_0\,e^{-\lambda t}$.
Indice 2
Calcule d'abord le produit λt, sans unité.
Indice 3
Point délicat : λ est en min^{-1} ; la durée doit être en minutes.

Réponse
$t = 3{,}0\,\mathrm{h} = 180\,\mathrm{min}$, donc $\lambda t = 6{,}30 \times 10^{-3} \times 180 = 1{,}134$. D'après la loi de décroissance :

$$\begin{aligned} N &= N_0\,e^{-\lambda t} \\ &= 2{,}0 \times 10^{12} \\ &\quad \times e^{-1{,}134} \\ &= 6{,}4 \times 10^{11} \end{aligned}$$

Il reste environ $6{,}4 \times 10^{11}$ noyaux, à deux chiffres significatifs comme N_0.

Constante de temps, demi-vie et paliers

Un marqueur de phosphore 32

En biologie, le phosphore 32 sert à marquer des molécules. Un laboratoire reçoit un échantillon qui contient $N_0 = 4{,}0 \times 10^{16}$ noyaux de phosphore 32.

Au bout de $14{,}3$ jours, la moitié de ces noyaux se sont désintégrés. Le laboratoire veut savoir combien de temps il peut utiliser l'échantillon.

Devine : Le quart de l'échantillon

La moitié des noyaux de phosphore 32 se désintègrent en $14{,}3$ jours. Au bout de combien de jours n'en reste-t-il qu'un quart ?

A. Au bout de $28{,}6$ jours.

Juste.
Juste : la moitié de la moitié, soit deux fois $14{,}3$ jours.

B. Au bout de $21{,}5$ jours.

Faux.
Ce serait le cas si la quantité baissait de la même valeur chaque jour ; or elle baisse de moins en moins vite.

C. Au bout de $57{,}2$ jours.

Faux.
En $57{,}2$ jours, la quantité est divisée par deux quatre fois : il en reste un seizième.

D. Jamais : il en reste toujours la moitié.

Faux.
La moitié restante se désintègre à son tour de moitié pendant les $14{,}3$ jours suivants.

Correction
En $14{,}3$ jours, il reste la moitié des noyaux. Pendant les $14{,}3$ jours suivants, la moitié de ce qui reste se désintègre. Au bout de $2 \times 14{,}3 = 28{,}6$ jours, il reste $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ des noyaux.

Une durée caractéristique du nucléide

En clair. Dans $e^{-\lambda t}$, le produit λt est un nombre sans unité. Une durée multipliée par λ donne un nombre : λ est donc l'inverse d'une durée.

Son inverse, $\frac{1}{\lambda}$, est une durée propre au nucléide. On lui donne un nom.

Définition : Constante de temps et demi-vie

- La **constante de temps** d'un nucléide radioactif est $\tau = \dfrac{1}{\lambda}$. Son équation aux dimensions est $[\tau] = \mathrm{T}$: elle s'exprime en secondes, comme toute durée, et $[\lambda] = \mathrm{T}^{-1}$.
- La **demi-vie** $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents se sont désintégrés : $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.

Exemple : La constante de temps du phosphore 32

La constante radioactive du phosphore 32 vaut $\lambda = 4{,}85 \times 10^{-2}\,\mathrm{j}^{-1}$. Sa constante de temps est

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = 20{,}6\,\mathrm{j}.$$

En secondes, avec $1\,\mathrm{j} = 86\,400\,\mathrm{s}$:

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{4{,}85 \times 10^{-2}}{86\,400} \\ &= 5{,}61 \times 10^{-7}\,\mathrm{s}^{-1}\end{aligned}$$

La demi-vie et la constante radioactive

Pourquoi est-ce vrai ? Le laboratoire a constaté que la moitié des noyaux disparaît en $14{,}3$ jours, quel que soit l'échantillon. La relation suivante l'explique. Sa preuve, sous l'énoncé, n'emploie que la loi de décroissance et le logarithme admis.

Propriété : Relation entre demi-vie, constante radioactive et constante de temps

La demi-vie d'un nucléide radioactif ne dépend pas du nombre initial de noyaux, et

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau\,\ln 2.$$

Au bout de n demi-vies, il reste $N(n\,t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2^n}$ noyaux radioactifs.

Démonstration

Étape 1. Par définition de la demi-vie, $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$. D'après la loi de décroissance radioactive, $N_0\,e^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{N_0}{2}$, soit, après division par $N_0 > 0$:

$$e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}.$$

Étape 2. Avec l'outil admis du logarithme népérien, $-\lambda\,t_{1/2} = \ln\dfrac{1}{2} = -\ln 2$, donc $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$. Cette expression ne contient pas N_0 ; comme $\tau = \dfrac{1}{\lambda}$, elle s'écrit aussi $t_{1/2} = \tau\,\ln 2$.

Étape 3. Pour $t = n\,t_{1/2}$, la propriété $e^{a+b} = e^{a}\,e^{b}$ donne $e^{-\lambda n t_{1/2}} = \left(e^{-\lambda t_{1/2}}\right)^{n} = \dfrac{1}{2^{n}}$, donc $N(n\,t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2^{n}}$.

À retenir : De la moitié des noyaux au logarithme de 2

La preuve traduit la définition de la demi-vie par l'équation $e^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{1}{2}$. Le logarithme admis la transforme en $\lambda\,t_{1/2} = \ln 2$. Pour n demi-vies, les facteurs $\dfrac{1}{2}$ se multiplient : il reste $\dfrac{N_0}{2^{n}}$ noyaux.

Vérifie : Une demi-vie indépendante du nombre de noyaux

Dans la preuve de la relation entre demi-vie et constante radioactive, quel geste montre que $t_{1/2}$ ne dépend pas de N_0 ?

A. Le passage au logarithme, à l'étape 2.

Faux.

Le logarithme donne la valeur de $t_{1/2}$, mais N_0 a déjà disparu à ce moment.

B. La division par N_0, à l'étape 1.

Juste.

Juste : après la division par N_0, l'équation ne contient plus N_0.

C. L'écriture $\dfrac{N_0}{2^{n}}$, à l'étape 3.

Faux.

L'étape 3 exploite la demi-vie déjà trouvée ; elle ne montre pas son indépendance.

Correction

C'est l'étape 1 de la preuve : $N_0\,e^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{N_0}{2}$ devient $e^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{1}{2}$ après division par $N_0 > 0$. L'équation qui donne $t_{1/2}$ ne contient plus N_0.

Exemple : Constante radioactive et paliers du phosphore 32

Avec $t_{1/2} = 14{,}3\,\text{j}$, la relation entre demi-vie et constante radioactive donne

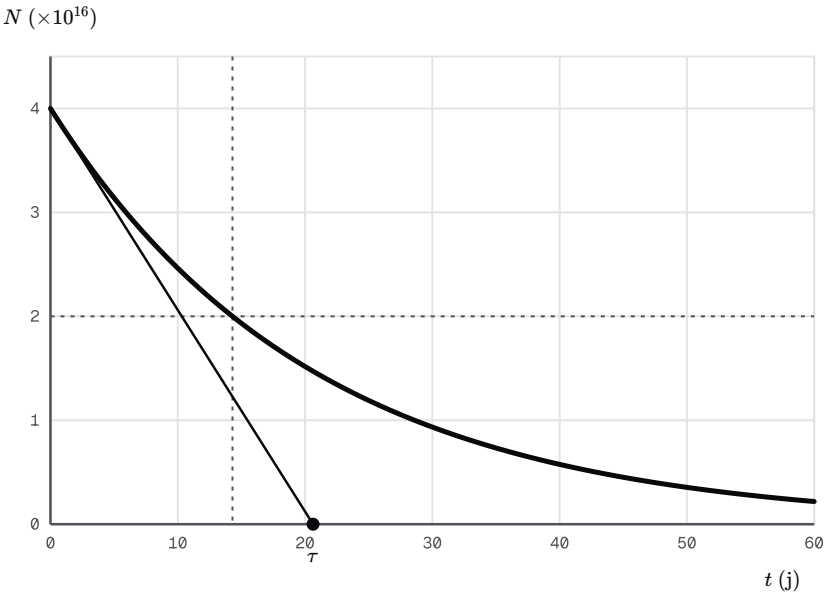
$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{0{,}693}{14{,}3} = 4{,}85 \times 10^{-2}\,\text{j}^{-1}$$

Au bout de $42{,}9\,\text{j}$, soit 3 demi-vies, il reste

$$N = \frac{N_0}{2^{3}} = \frac{4{,}0 \times 10^{16}}{8} = 5{,}0 \times 10^{15}$$

noyaux de phosphore 32.

Lire la demi-vie sur la courbe



Nombre de noyaux de phosphore 32 en fonction du temps, horizontale à la moitié du nombre initial et tangente à l'origine.

Demi-tangente calculée en x = 0 : coefficient directeur ≈ −0,193887 ; elle coupe la droite y = 0 en x ≈ 20,6305.

Une mesure sur la courbe. L'horizontale d'ordonnée $\frac{N_0}{2} = 2{,}0 \times 10^{16}$ coupe la courbe à l'abscisse $t_{1/2} \approx 14\,\text{j}$, en accord avec $14{,}3\,\text{j}$.

La tangente à l'origine coupe l'axe des temps vers $21\,\text{j}$: c'est la constante de temps calculée plus haut, $20{,}6\,\text{j}$. La section suivante établit que ce n'est pas un hasard.

Attention : Deux demi-vies ne vident pas l'échantillon

✗ « Après deux demi-vies, il ne reste plus aucun noyau. »

✓ Après $t_{1/2}$, il reste $\frac{N_0}{2}$ noyaux ; après $2\,t_{1/2}$, $\frac{N_0}{4}$; après $3\,t_{1/2}$, $\frac{N_0}{8}$. Le nombre de noyaux n'atteint jamais zéro selon la loi.

La demi-vie ne mesure pas la moitié d'une durée au bout de laquelle tout aurait disparu. Elle reste la même, quel que soit le nombre initial de noyaux.

À toi : Le phosphore 32 après huit semaines

Combien de noyaux de phosphore 32 restent dans l'échantillon au bout de $57{,}2$ jours ? Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1

Compte combien de demi-vies de $14{,}3$ jours tiennent dans $57{,}2$ jours.

Indice 2

Au bout de n demi-vies, il reste $\dfrac{N_0}{2^n}$ noyaux.

Indice 3

Point délicat : 2^4 vaut 16, pas 8.

Réponse

$\dfrac{57{,}2}{14{,}3} = 4$: la durée vaut 4 demi-vies. D'après la relation entre demi-vie et constante radioactive :

$$N = \frac{N_0}{2^4} = \frac{4{,}0 \times 10^{16}}{16} = 2{,}5 \times 10^{15}$$

Activité d'une source et tangente à l'origine

Compter les désintégrations par seconde

Devine : Césium 137 ou fluor 18

Deux sources contiennent le même nombre de noyaux radioactifs. L'une est du césium 137, de demi-vie $30{,}1\ \text{ans}$; l'autre du fluor 18, de demi-vie $110\ \text{min}$. Laquelle produit le plus de désintégrations par seconde ?

A. Le césium 137, dont les noyaux durent plus longtemps.

Faux.

Des noyaux qui durent longtemps se désintègrent rarement : ils produisent peu de désintégrations par seconde.

B. Les deux autant, puisqu'elles ont autant de noyaux.

Faux.

Le nombre de noyaux ne suffit pas : la constante radioactive compte aussi.

C. Le fluor 18.

Juste.

Juste : ses noyaux se désintègrent beaucoup plus vite.

Correction

Le fluor 18 a une demi-vie beaucoup plus courte, donc une constante radioactive beaucoup plus grande. À nombre de noyaux égal, il se produit beaucoup plus de désintégrations par seconde dans la source de fluor 18. La relation qui le dit suit.

Définition : Activité d'un échantillon radioactif

L'**activité** a d'un échantillon radioactif est le nombre moyen de désintégrations qui s'y produisent par unité de temps :

$$a(t) = -\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}$$

Elle s'exprime en **becquerel** (Bq) : $1\,\mathrm{Bq}$ correspond à une désintégration par seconde.

Exemple : Du nombre de désintégrations à l'activité

Dans un échantillon, il se produit en moyenne $1{,}8 \times 10^{5}$ désintégrations par minute. Son activité est

$$a = \frac{1{,}8 \times 10^{5}}{60\,\mathrm{s}} = 3{,}0 \times 10^{3}\,\mathrm{Bq}.$$

Ordres de grandeur : quelques kilobecquerels pour une source scolaire ; quelques centaines de mégabecquerels pour une injection de fluor 18.

L'activité suit la même loi

Pourquoi est-ce vrai ? Les désintégrations comptées viennent des noyaux encore présents. Moins il en reste, moins il s'en désintègre. La relation suivante précise ce lien ; sa preuve dérive la loi de décroissance avec l'outil admis.

Propriété : Décroissance de l'activité

L'activité d'un échantillon radioactif est proportionnelle au nombre de noyaux radioactifs qu'il contient, et décroît selon la même loi :

$$a(t) = \lambda\, N(t) = a_0\, e^{-\lambda t}$$

avec $a_0 = \lambda N_0$. Par conséquent, $\ln a(t) = \ln a_0 - \lambda t$: la courbe représentant $\ln a$ en fonction de t est une droite de pente $-\lambda$.

Démonstration

Étape 1. D'après la loi de décroissance radioactive, $N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$. Avec l'outil admis, la dérivée de $t \mapsto e^{-\lambda t}$ est $t \mapsto -\lambda\, e^{-\lambda t}$, donc :

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda N_0\, e^{-\lambda t}.$$

Étape 2. Par définition de l'activité, $a(t) = -\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \lambda N_0\, e^{-\lambda t} = \lambda\, N(t)$. À $t = 0$, $a_0 = \lambda N_0$, donc $a(t) = a_0\, e^{-\lambda t}$.

Étape 3. L'activité est strictement positive. Avec l'outil admis, $\ln a(t) = \ln a_0 + \ln\left(e^{-\lambda t}\right) = \ln a_0 - \lambda t$: c'est une fonction affine de t, de coefficient directeur $-\lambda$.

À retenir : Dériver la loi, puis changer de signe

La preuve dérive $N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$ avec l'outil admis, puis applique la définition de l'activité : $a = \lambda N$. Le logarithme admis transforme ensuite l'exponentielle en fonction affine : $\ln a$ décroît en ligne droite, de pente $-\lambda$.

Vérifie : Le signe de l'activité

Dans la preuve de la décroissance de l'activité, $\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda N_0\, e^{-\lambda t}$ est négative. Pourquoi l'activité obtenue est-elle positive ?

A. Parce que λ est négative.

Faux.

La constante radioactive est positive, comme le dit la loi de décroissance.

B. Parce que la définition de l'activité porte un signe moins.

Juste.

Juste : $a = -\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}$ change le signe d'une dérivée négative.

C. Parce que l'exponentielle change le signe de ce qu'elle multiplie.

Faux.

$e^{-\lambda t}$ est positive : elle ne change aucun signe.

Correction

N diminue, donc $\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}$ est négative. La définition de l'activité, $a = -\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}$, porte un signe moins : c'est l'étape 2 de la preuve. L'activité vaut alors $\lambda N_0\, e^{-\lambda t}$, positive.

Exemple : Activité d'une source de 12 ng de césium 137

Masse $m = 1{,}2 \times 10^{-8}\,\mathrm{g}$, $M = 137\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$, $t_{1/2} = 30{,}1\,\mathrm{ans}$, $1\,\mathrm{an} = 365{,}25\,\mathrm{j}$. Nombre de noyaux :

$$\begin{aligned} N &= \frac{m}{M}\, N_A \\ &= \frac{1{,}2 \times 10^{-8}}{137} \times 6{,}02 \times 10^{23} \\ &= 5{,}3 \times 10^{13} \end{aligned}$$

$t_{1/2} = 9{,}50 \times 10^{8}\,\mathrm{s}$, donc $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}} = 7{,}30 \times 10^{-10}\,\mathrm{s^{-1}}$. D'après la décroissance de l'activité :

$$a = \lambda N = 3{,}8 \times 10^{4}\,\mathrm{Bq}.$$

La tangente à l'origine et la constante de temps

Pourquoi est-ce vrai ? Sur la courbe du phosphore 32, la tangente à l'origine coupait l'axe des temps à la constante de temps. La propriété suivante l'établit pour tout nucléide, en dérivant la loi comme pour l'activité.

Propriété : Tangente à l'origine de la courbe de décroissance

Sur la courbe représentant N (ou a) en fonction de t, la tangente à l'origine coupe l'axe des temps à l'instant $t = \tau$. À cet instant, $N(\tau) = N_0\, e^{-1} \approx 0{,}37\, N_0$.

Démonstration

Étape 1. D'après la décroissance de l'activité, $\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda N_0\, e^{-\lambda t}$; en $t = 0$, la pente de la tangente vaut $-\lambda N_0$.

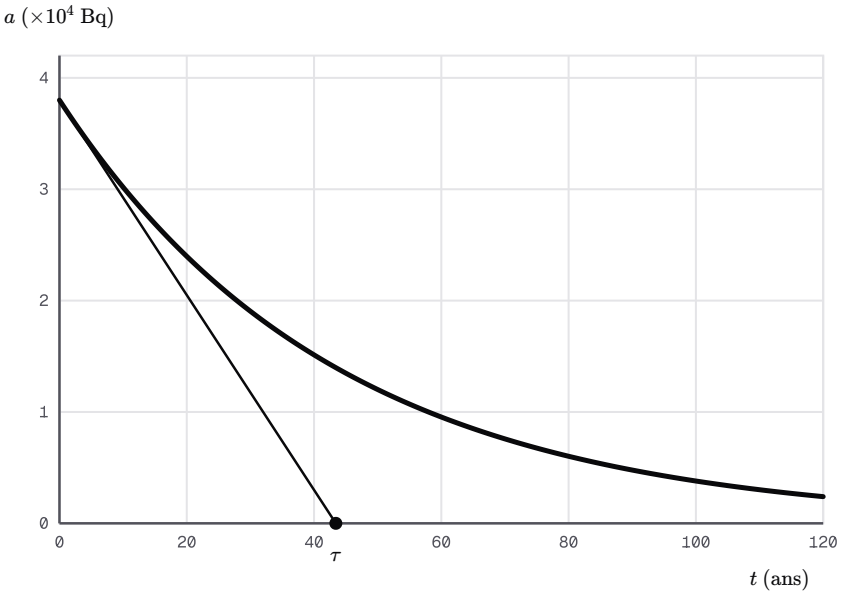
Étape 2. La tangente à l'origine passe par le point $(0, N_0)$: son équation est $N = N_0 - \lambda N_0\, t$.

Étape 3. Elle coupe l'axe des temps quand $N_0 - \lambda N_0\, t = 0$, soit $t = \dfrac{1}{\lambda} = \tau$.

Étape 4. D'après la loi de décroissance, $N(\tau) = N_0\, e^{-\lambda\tau} = N_0\, e^{-1} \approx 0{,}37\, N_0$. Comme $a = \lambda N$, la courbe de l'activité a la même propriété, avec a_0 à la place de N_0.

À retenir : La tangente s'annule à la constante de temps

La tangente à l'origine a pour pente $-\lambda N_0$ et passe par $(0; N_0)$. Elle s'annule quand $N_0 - \lambda N_0\, t = 0$, soit en $t = \dfrac{1}{\lambda} = \tau$, quel que soit N_0.



Activité de la source de césium 137 en fonction du temps, avec la tangente à l'origine.

Demi-tangente calculée en x = 0 : coefficient directeur ≈ –0,087507 ; elle coupe la droite y = 0 en x ≈ 43,4251.

À toi : La source de césium 137 dans dix ans

La source de césium 137 a aujourd'hui une activité $a_0 = 3{,}8 \times 10^4\,\mathrm{Bq}$, avec $t_{1/2} = 30{,}1\,\mathrm{ans}$. Calcule son activité dans $10\,\mathrm{ans}$, puis sa constante de temps. Calculatrice autorisée. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1

Applique $a(t) = a_0\,e^{-\lambda t}$ avec $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$.

Indice 2

Ici, λ en an^{-1} convient : t est en années et a garde l'unité de a_0.

Indice 3

Point délicat : la conversion en secondes n'est utile que pour $a = \lambda N$.

Réponse

$\lambda = \dfrac{0{,}693}{30{,}1} = 2{,}30 \times 10^{-2}\,\mathrm{an}^{-1}$. D'après la décroissance de l'activité :

$$\begin{aligned} a &= a_0\,e^{-\lambda t} \\ &= 3{,}8 \times 10^4 \\ &\quad \times e^{-0{,}230} \\ &= 3{,}0 \times 10^4\,\mathrm{Bq} \end{aligned}$$

La constante de temps vaut $\tau = \dfrac{t_{1/2}}{\ln 2} = 43{,}4\,\mathrm{ans}$: c'est l'abscisse du pied de la tangente sur la figure.

Lire la courbe et vérifier les unités

Méthode : Lire la demi-vie et la constante de temps sur une courbe

1. **Lis** la valeur de départ, N_0 ou a_0, sur l'axe vertical.
2. **Pour la demi-vie**, trace l'horizontale à mi-hauteur, $\dfrac{a_0}{2}$. Le point où elle rencontre la courbe a pour abscisse $t_{1/2}$.
3. **Pour la constante de temps**, trace la tangente au départ de la courbe. Elle rejoint l'axe horizontal en $t = \tau$; à cet instant, la courbe vaut environ $0{,}37\,a_0$.
4. **Donne** chaque lecture avec $\approx$, à la précision d'une graduation. Contrôle enfin que $t_{1/2}$ vaut environ $0{,}69$ fois τ.

Attention : La constante radioactive en secondes pour un résultat en becquerels

✗ « $a = \lambda N$ avec λ en an^{-1} donne des becquerels. »

✓ Pour obtenir des becquerels, exprime λ en s^{-1}. Une demi-vie exprimée en jours ou en années se ramène donc d'abord en secondes : $1\,\mathrm{j} = 86\,400\,\mathrm{s}$.

Ne confonds pas les deux grandeurs : N compte des noyaux, a compte les désintégrations de chaque seconde.

Mesurer une activité par comptage

Le compteur et la source

Devine : Des coups sans source

On met en marche un compteur Geiger-Müller, loin de toute source radioactive. Il affiche pourtant quelques coups par minute. Pourquoi ?

A. Le compteur est déréglé.

Faux.
Un compteur en bon état détecte aussi ces coups : ils ont une cause physique.

B. Il détecte la radioactivité naturelle du milieu.

Juste.
Juste : les roches, l'air et les rayons venus de l'espace produisent ce bruit de fond.

C. Il compte les électrons de l'air.

Faux.
Les électrons liés aux atomes de l'air ne déclenchent pas le compteur.

Correction
Le compteur détecte la radioactivité naturelle : celle des roches, des matériaux, du radon de l'air, et les rayons cosmiques. Ce **bruit de fond**, de l'ordre de 20 à 40 coups par minute, s'ajoute à chaque comptage. Il faut le mesurer et le retirer.

Méthode : Montage, protocole, exploitation du comptage

Montage. Un tube de compteur Geiger-Müller est relié à un compteur d'impulsions. La source est un liquide qui contient du protactinium 234m, extrait d'un générateur à sel d'uranium. On la place à distance fixe devant le tube.

Protocole. Mesurer d'abord le bruit de fond, sans source. Puis compter les coups pendant $10\,\mathrm{s}$, toutes les $20\,\mathrm{s}$: dix comptages, soit un peu plus de trois minutes. Noter l'instant du milieu de chaque comptage.

Exploitation. Retirer le bruit de fond de chaque comptage, diviser par la durée de comptage, prendre le logarithme, puis tracer $\ln r$ en fonction de t.

Le compteur ne reçoit qu'une partie des désintégrations. Son **taux de comptage** r, nombre de coups détectés par seconde, s'exprime en $\mathrm{s^{-1}}$: ce n'est pas l'activité a de la source, en Bq. Il lui est proportionnel, $r = k\,a$ avec $k < 1$ fixé par le montage : r décroît avec la même constante λ.

Sécurité. Manipuler à distance de la source, le moins longtemps possible, derrière un écran. Garder les gants et ranger la source dès la fin des mesures.

Bruit de fond et durée de comptage

Exemple : Retirer le bruit de fond

Sans source, le compteur affiche 30 coups en une minute, soit 5 coups en $10\,\mathrm{s}$. Le premier comptage donne $n = 391$ coups en $10\,\mathrm{s}$. Le taux de comptage vaut

$$r = \frac{391 - 5}{10\,\mathrm{s}} = 38{,}6\,\mathrm{s^{-1}}.$$

Vérifie : Pourquoi compter plus longtemps

Pour une source de faible activité, on compte pendant $60\,\mathrm{s}$ plutôt que $10\,\mathrm{s}$. Quel est l'intérêt ?

A. Les fluctuations pèsent moins sur le résultat.
Juste.
Juste : sur un plus grand nombre de coups, l'écart relatif dû au hasard est plus petit.

B. Le bruit de fond disparaît.
Faux.
Le bruit de fond reste le même par seconde ; il faut toujours le retirer.

C. La source décroît moins pendant le comptage.
Faux.
C'est l'inverse : plus le comptage dure, plus la source a le temps de décroître.

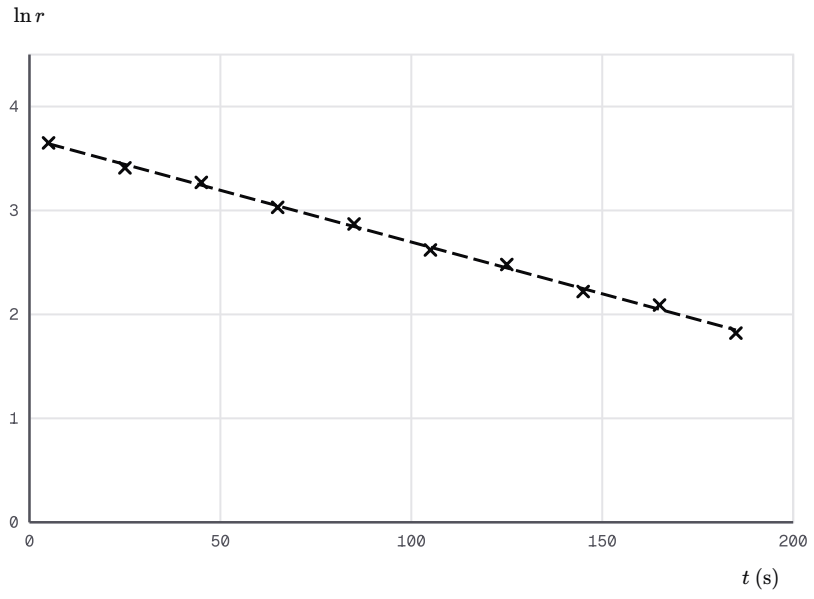
Correction
Chaque comptage fluctue au hasard. Plus le nombre de coups comptés est grand, plus l'écart relatif dû aux fluctuations est petit. Un comptage plus long est donc plus précis, à condition de rester court devant la demi-vie de la source.

Le tableau de mesures et sa droite

Voici les comptages de $10\,\mathrm{s}$ du protactinium 234m, avec le taux de comptage et son logarithme (r en $\mathrm{s^{-1}}$) :

t (s)	n	r ($\mathrm{s^{-1}}$)	$\ln r$
5	391	$38{,}6$	$3{,}65$

t (s)	n	r (s^{-1})	$\ln r$
25	309	30,4	3,41
45	268	26,3	3,27
65	212	20,7	3,03
85	181	17,6	2,87
105	143	13,8	2,62
125	124	11,9	2,48
145	97	9,2	2,22
165	86	8,1	2,09
185	67	6,2	1,82



× $Mesures$ – – – (libellé indisponible)

Logarithme du taux de comptage du protactinium 234m en fonction du temps, et droite de modélisation.

Droite de modélisation calculée par moindres carrés sur 10 points : y = a x + b, avec a ≈ –0,009958 et b ≈ 3,692.

Vérifie : La constante radioactive lue sur la droite

La droite de modélisation de $\ln r$ en fonction de t a une pente p négative. Que vaut λ ?

A. $\lambda = -p$

Juste.

Juste : $\ln r = \ln r_0 - \lambda t$, donc la pente vaut $-\lambda$.

B. $\lambda = p$

Faux.

λ est positive ; la pente est négative.

C. $\lambda = \dfrac{1}{p}$

Faux.

L'inverse de λ est la constante de temps, et la pente vaut $-\lambda$, pas $\dfrac{1}{\lambda}$.

D. $\lambda = \ln r_0$

Faux.

$\ln r_0$ est l'ordonnée à l'origine de la droite, pas sa pente.

Correction

Comme $r = k\,a$, la décroissance de l'activité donne $\ln r = \ln r_0 - \lambda t$: la pente de la droite est $p = -\lambda$, donc $\lambda = -p$. L'ordonnée à l'origine vaut $\ln r_0$.

De la pente à la demi-vie

Méthode : Exploiter une série de comptages

1. **Soustrais** le bruit de fond de chaque comptage, puis divise par la durée du comptage : c'est le taux de comptage r.
2. **Prends** le logarithme népérien de chaque taux, exprimé en $\mathrm{s^{-1}}$.
3. **Place** les points $(t ; \ln r)$ et trace la droite qui passe au plus près d'eux.
4. **Lis** sa pente : elle vaut $-\lambda$. Déduis-en $\tau = \dfrac{1}{\lambda}$ et $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$, unités comprises.

Exemple : La demi-vie du protactinium 234m

Les points sont alignés : $\ln r$ est affine, comme le prévoit la décroissance de l'activité. La droite de modélisation a pour pente $-9{,}96 \times 10^{-3}\,\mathrm{s^{-1}}$, donc $\lambda \approx 9{,}96 \times 10^{-3}\,\mathrm{s^{-1}}$. Alors

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx 70\,\mathrm{s}.$$

La valeur des tables, $1{,}17\,\mathrm{min} = 70{,}2\,\mathrm{s}$, est voisine : l'écart vient des fluctuations des comptages.

À toi : La constante radioactive par deux mesures

Sans la droite, estime λ à partir de la première et de la dernière ligne du tableau. Déduis-en la demi-vie. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1

La pente entre deux points est le quotient de la variation de $\ln r$ par la variation de t.

Indice 2

Relève $\ln r$ à $5\,\mathrm{s}$ et à $185\,\mathrm{s}$.

Indice 3

Point délicat : λ est l'opposé de la pente, donc positive.

Réponse

Entre $5\,\mathrm{s}$ et $185\,\mathrm{s}$:

$$\lambda \approx \frac{3{,}65 - 1{,}82}{185 - 5} \approx 1{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{s}^{-1}$$

Alors $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda} \approx 68\,\mathrm{s}$. Deux points seulement donnent une estimation moins sûre que la droite, qui tient compte de toutes les mesures.

Datation par radioactivité

Le charbon de bois d'un foyer ancien

Des archéologues trouvent les restes d'un foyer, avec des morceaux de charbon de bois. Quand ce bois vivait, il échangeait du carbone avec l'air : la part de carbone 14 y restait constante.

Quand l'arbre est mort, plus aucun échange. Le carbone 14 de son bois se désintègre depuis, sans être remplacé. Son activité mesure donc le temps écoulé.

Devine : Un charbon à un quart de l'activité du vivant

Un gramme de charbon a une activité égale au quart de celle d'un gramme de bois vivant. La demi-vie du carbone 14 vaut $5\,730\,\mathrm{ans}$. Quel âge prévois-tu ?

A. Environ $1\,430\,\mathrm{ans}$.

Faux.

Diviser la demi-vie par 4 ne correspond à rien : chaque demi-vie divise l'activité par 2.

B. Environ $5\,730\,\mathrm{ans}$.

Faux.

Après une demi-vie, l'activité est divisée par 2, pas par 4.

C. Environ $11\,460\,\mathrm{ans}$.

Juste.

Juste : deux demi-vies divisent l'activité par 4.

D. Environ $22\,920\,\mathrm{ans}$.

Faux.

Après quatre demi-vies, l'activité serait divisée par 16.

Correction

L'activité est divisée par 2 à chaque demi-vie. Pour la diviser par $4 = 2^2$, il faut deux demi-vies : l'âge est voisin de $2 \times 5\,730 = 11\,460\,\text{ans}$. Quand le rapport n'est pas une puissance de 2, il faut une relation.

Calculer l'âge d'un échantillon

Pourquoi est-ce vrai ? Le bois vivant d'aujourd'hui sert de témoin : on suppose que le bois du foyer avait la même activité par gramme à sa mort. La relation suivante tire l'âge du rapport des deux activités ; sa preuve n'emploie que la décroissance de l'activité et le logarithme admis.

Propriété : Âge d'un échantillon par datation radioactive

Si un échantillon contenait, à sa formation, des noyaux d'un nucléide radioactif de constante λ et d'activité initiale a_0 connue, et si aucun noyau de ce nucléide n'a été apporté ni retiré depuis, son âge t se déduit de son activité actuelle a :

$$t = \frac{1}{\lambda}\,\ln\frac{a_0}{a} = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}\,\ln\frac{a_0}{a}.$$

La même relation vaut avec les nombres de noyaux N_0 et N. Le radioélément convenable a une demi-vie du même ordre de grandeur que l'âge à mesurer.

Démonstration

Étape 1. D'après la décroissance de l'activité, $a = a_0\,e^{-\lambda t}$, donc $\dfrac{a_0}{a} = e^{\lambda t}$ (propriété $e^{-x} = \dfrac{1}{e^{x}}$).

Étape 2. Avec l'outil admis du logarithme népérien, $\lambda t = \ln\dfrac{a_0}{a}$, donc $t = \dfrac{1}{\lambda}\,\ln\dfrac{a_0}{a}$.

Étape 3. D'après la relation entre demi-vie et constante radioactive, $\dfrac{1}{\lambda} = \dfrac{t_{1/2}}{\ln 2}$, ce qui donne la seconde écriture. Comme $a = \lambda N$ et $a_0 = \lambda N_0$, le rapport $\dfrac{a_0}{a}$ est égal à $\dfrac{N_0}{N}$.

À retenir : Le logarithme isole l'âge

La preuve part de $a = a_0\,e^{-\lambda t}$, écrit $\dfrac{a_0}{a} = e^{\lambda t}$, puis prend le logarithme : $\lambda t = \ln\dfrac{a_0}{a}$. Le rapport $\dfrac{a_0}{a}$ est égal à $\dfrac{N_0}{N}$: on peut dater avec des activités ou avec des nombres de noyaux.

Vérifie : La condition d'une datation fiable

Quelle condition est nécessaire pour que la relation donne l'âge du charbon ?

A. Le charbon a gardé sa masse d'origine.
Faux.
On compare des activités par gramme : la masse de l'échantillon n'a pas à être celle d'origine.

B. Aucun carbone 14 n'a été apporté ni retiré depuis la mort du bois.

Juste.

Juste : c'est l'hypothèse de l'énoncé ; sans elle, l'activité ne mesure plus seulement le temps.

C. Le charbon est resté à température constante.

Faux.

La désintégration ne dépend pas de la température.

Correction

La relation suppose qu'aucun noyau de carbone 14 n'a été apporté ni retiré depuis la formation : seule la désintégration a changé leur nombre. Elle suppose aussi que l'activité initiale par gramme est celle du témoin.

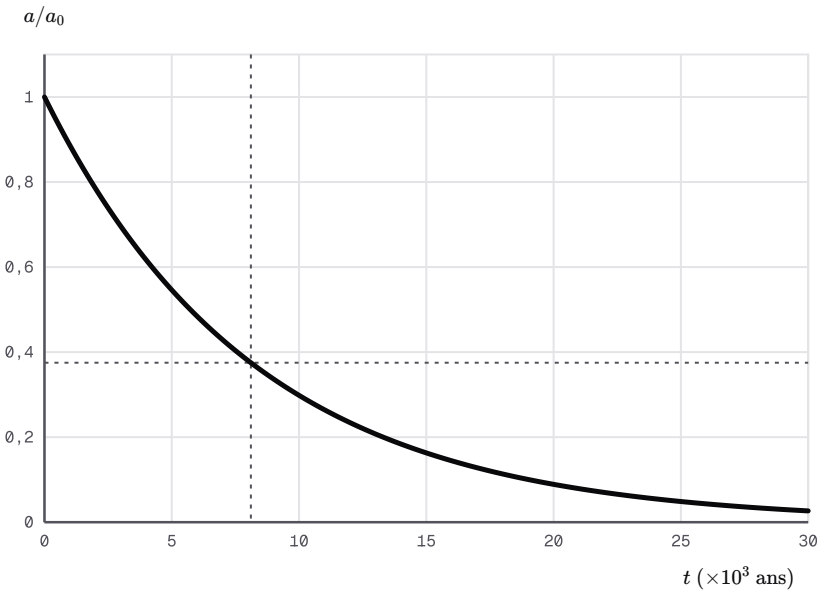
Exemple : L'âge du charbon du foyer

Le témoin donne $a_0 = 13{,}6$ coups par minute et par gramme ; le charbon, $a = 5{,}1$ coups par minute et par gramme. D'après la relation de datation :

$$\begin{aligned} t &= \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln \frac{a_0}{a} \\ &= \frac{5\,730}{0{,}693} \ln \frac{13{,}6}{5{,}1} \\ &= 8{,}1 \times 10^{3}\ \text{ans} \end{aligned}$$

Le bois du foyer est mort il y a environ $8\,100$ ans, à deux chiffres significatifs comme a.

L'âge lu sur la courbe et la méthode



$\frac{a}{a_0}$ $\frac{a}{a_0} = \frac{5{,}1}{13{,}6}$ $t \approx 8{,}1$

Rapport de l'activité d'un échantillon de carbone 14 à celle du témoin, en fonction de son âge, et lecture de l'âge du charbon.

Méthode : Dater un échantillon pas à pas

1. **Retiens** un radioélément dont la demi-vie est comparable à l'âge cherché.
2. **Mesure** l'activité actuelle a et prends celle du témoin pour a_0. Ramène-les à la même masse et à la même unité.
3. **Applique** la relation de datation : l'âge sort dans l'unité de $t_{1/2}$.
4. **Vérifie** l'ordre de grandeur : un rapport $\frac{a_0}{a}$ voisin de 4 signale environ deux demi-vies.

Choisir le radioélément

Chaque radioélément date une gamme de durées :

Radioélément	Demi-vie	Ce qu'il date
fluor 18	$110\ \text{min}$	aucun objet ancien
carbone 14	$5\,730\ \text{ans}$	bois, os, charbon
uranium 238	$4{,}47 \times 10^9\ \text{ans}$	roches anciennes

Le charbon du foyer, âgé de quelques milliers d'années, se date donc par le carbone 14. Le fluor 18 disparaît en quelques jours : il ne date rien d'ancien.

Attention : Un radioélément ne date pas toutes les durées

✗ « Le carbone 14 permet de dater une roche de plusieurs millions d'années. »

✓ Après plusieurs centaines de demi-vies, il ne reste presque plus de carbone 14 : l'activité est trop faible pour être mesurée. À l'inverse, un objet très jeune devant la demi-vie garde une activité presque intacte.

Ni l'un ni l'autre ne se date bien. Il faut un radioélément dont la demi-vie est comparable à l'âge cherché.

La datation a ses limites. Elle suppose que l'activité du témoin est celle de l'échantillon à sa formation. Elle exige un système resté fermé.

Au bout d'une dizaine de demi-vies, soit environ $57\,000$ ans pour le carbone 14, l'activité est divisée par plus de mille : la mesure devient trop imprécise.

Un second fragment et le bilan du chapitre

À toi : Un second fragment de charbon

Dans une couche plus haute du site, un fragment de charbon a une activité de $9{,}8$ coups par minute et par gramme. Le témoin reste $a_0 = 13{,}6$ coups par minute et par gramme. Calcule l'âge de ce fragment. Calculatrice autorisée. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1
Applique la relation de datation, avec la demi-vie du carbone 14.
Indice 2
Calcule d'abord le rapport $\dfrac{a_0}{a}$, puis son logarithme.
Indice 3
Point délicat : le rapport s'écrit $\dfrac{a_0}{a}$, plus grand que 1, pour que l'âge soit positif.

Réponse
D'après la relation de datation :

$$t = \frac{5\,730}{0{,}693}\,\ln\frac{13{,}6}{9{,}8}$$
$$= 2{,}7 \times 10^{3}\ \text{ans}$$

Ce fragment a environ $2\,700$ ans : il est plus récent que le foyer, comme sa couche plus haute le laissait prévoir.

Ce qu'il faut savoir faire.

- Donner la composition d'un noyau, reconnaître des isotopes et placer un nucléide dans le diagramme (N, Z).
- Écrire une équation de désintégration avec les deux lois de conservation et reconnaître son type.

- Exploiter la loi de décroissance : demi-vie, constante de temps, constante radioactive, lectures sur une courbe.
- Calculer une activité, exploiter des comptages et dater un échantillon.

Le mot du prof. Tu sais maintenant suivre un noyau qui se transforme, et compter combien il en reste. Le chapitre suivant s'intitule « Noyaux, masse et énergie ».

SOURCES

Référentiel BURHAN du chapitre « Décroissance radioactive » (2bac · pc · physique-chimie)