BURHAN

Chute verticale d'un solide : exercices, entraînement

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/chute-verticale-d-un-solide/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Chute verticale d'un solide	Entraînement	7

Exercice 1

Vitesse limite d'un parachutiste avant et après l'ouverture

Un parachutiste et son équipement ont une masse $m = 80\,\mathrm{kg}$. Il saute d'une montgolfière immobile et tombe verticalement, parachute fermé. L'air exerce sur lui une force de frottement de valeur $f = k\,v^2$, avec $k = 0{,}25\,\mathrm{kg\cdot m^{-1}}$; la poussée d'Archimède de l'air est négligée.

On prend $g = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ et un axe vertical $(O;\vec{k})$ orienté vers le bas.

1.

Faire le bilan des forces, puis montrer que $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = g - \dfrac{k}{m}\,v^2$.

INDICE

Outil : la deuxième loi de Newton, projetée sur l'axe vers le bas ; le frottement s'oppose à la vitesse.

2.

Calculer les constantes A et B de cette équation, avec leurs unités.

INDICE

Outil : ici $A = g$ et $B = \dfrac{k}{m}$; l'unité de B fait de $B\,v^2$ une accélération.

3.

Calculer la vitesse limite v_ℓ en $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, puis en $\mathrm{km\cdot h^{-1}}$.

INDICE

Outil : en régime permanent, $g - \dfrac{k}{m}\,v_\ell^2 = 0$.

4.

Calculer le temps caractéristique τ de cette chute et vérifier son unité.

INDICE

Outil : $\tau = \dfrac{v_\ell}{A}$, puis une équation aux dimensions.

5.

Le parachute s'ouvre : le coefficient devient $k' = 30\,\mathrm{kg\cdot m^{-1}}$. Calculer la nouvelle vitesse limite, puis décrire le mouvement juste après l'ouverture.

INDICE

Début : reprends la formule de v_ℓ avec k'. **Point délicat :** compare la vitesse au moment de l'ouverture à la nouvelle vitesse limite.

Exercice 2

Bille de plomb dans un shampooing : constantes, vitesse limite et régime initial

On lâche sans vitesse initiale une bille de plomb dans une éprouvette remplie de shampooing. Données : masse de la bille $m = 4{,}52\,\text{g}$; volume $V = 0{,}400\,\text{cm}^3$; masse volumique du shampooing $\rho_f = 1{,}02 \times 10^3\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $g = 9{,}80\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Le frottement suit le modèle linéaire $f = k\,v$, avec $k = 0{,}180\,\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$. L'axe vertical $(O;\vec{k})$ est orienté vers le bas.

1.

Après l'inventaire des forces appliquées à la bille, montrer que $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = A - B\,v$, avec $A = g\left(1 - \dfrac{\rho_f\,V}{m}\right)$ et $B = \dfrac{k}{m}$.

INDICE

Outil : trois forces cette fois ; projette la deuxième loi de Newton sur l'axe vers le bas.

2.

Calculer A. Quelle erreur relative commettrait-on en négligeant la poussée d'Archimède ?

INDICE

Outil : convertis m en kilogrammes et V en mètres cubes, puis compare A à g.

3.

Calculer B, puis la vitesse limite v_ℓ de la bille.

INDICE

Outil : $B = \dfrac{k}{m}$, puis $v_\ell = \dfrac{A}{B}$ dans le modèle linéaire.

4.

Calculer le temps caractéristique τ. Au bout de combien de temps peut-on considérer le régime permanent comme atteint ?

INDICE

Outil : dans le modèle linéaire, $\tau = \dfrac{1}{B}$; le régime permanent s'installe après environ 5τ.

Exercice 3

Méthode d'Euler pour la chute d'un volant de badminton

Un volant de badminton de masse $m = 5{,}0\,\mathrm{g}$ est lâché sans vitesse initiale du haut d'une tribune. L'air exerce sur lui un frottement de valeur $f = k\,v^2$, avec $k = 1{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg\cdot m^{-1}}$; la poussée d'Archimède est négligée et $g = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. L'axe vertical est orienté vers le bas.

Une vidéo de la chute donne, à la date $t = 0{,}50\,\mathrm{s}$, la vitesse mesurée $v_{\mathrm{mes}} = 4{,}2\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

1.

Montrer que la vitesse du volant vérifie $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = A - B\,v^2$, puis calculer A et B.

INDICE

Outil : la deuxième loi de Newton avec le poids et le frottement seulement.

2.

Avec le pas $\Delta t = 0{,}10\,\mathrm{s}$, calculer par la méthode d'Euler les vitesses v_1 à v_5. Présenter les résultats dans un tableau (t_i, v_i, a_i).

INDICE

Outil : $a_i = 9{,}80 - 0{,}20\,v_i^2$ et $v_{i+1} = v_i + a_i\,\Delta t$; garde les valeurs non arrondies d'une ligne à l'autre.

3.

Comparer la valeur d'Euler v_5 à la vitesse mesurée par la vidéo, par un écart relatif.

INDICE

Outil : l'écart relatif $\dfrac{|v_5 - v_{\mathrm{mes}}|}{v_{\mathrm{mes}}}$.

4.

Avec le pas $\Delta t = 0{,}050\,\mathrm{s}$, on obtient $v_{10} \approx 4{,}30\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ à $t = 0{,}50\,\mathrm{s}$. Commenter l'effet du pas, puis calculer la vitesse limite du volant.

INDICE

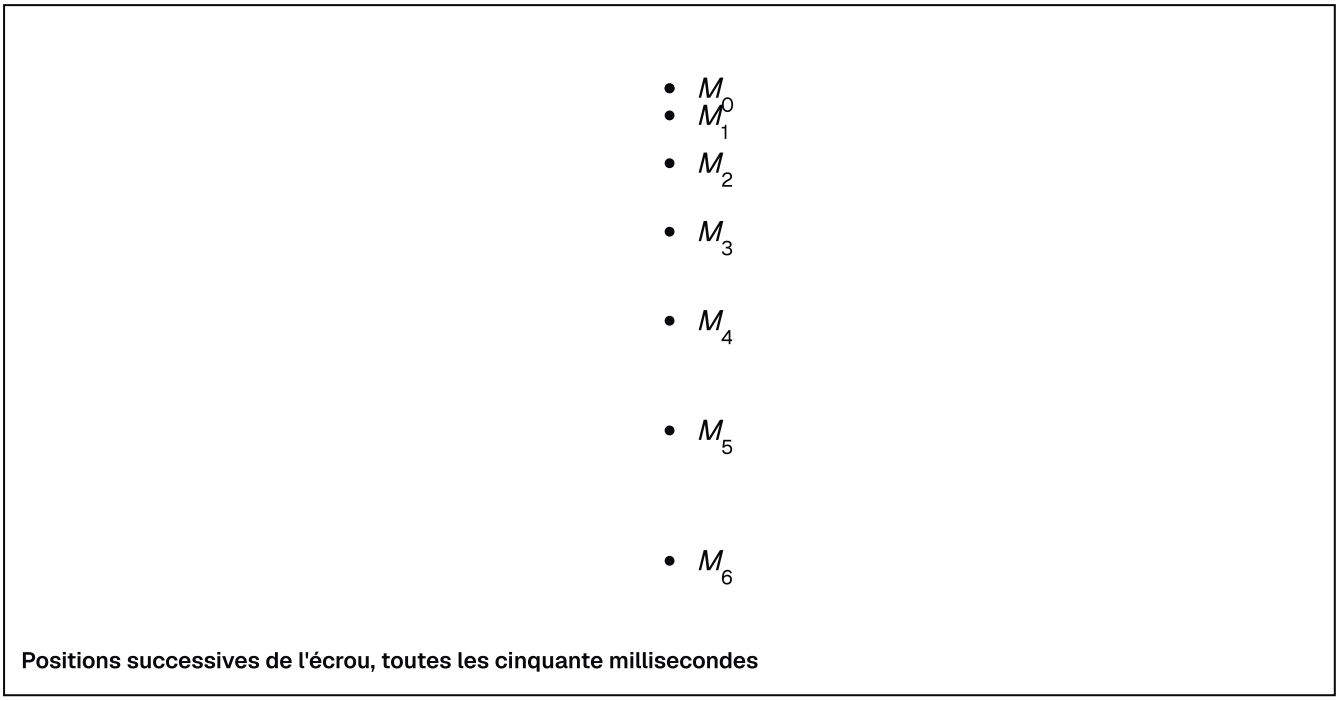
Début : compare les deux valeurs d'Euler à la mesure. **Ensuite :** $v_\ell = \sqrt{\dfrac{A}{B}}$.

Exercice 4

Mesure de g sur la chronophotographie d'un écrou

On photographie la chute verticale d'un écrou en acier, à intervalles réguliers $\Delta t = 50{,}0\,\text{ms}$. L'axe vertical est orienté vers le bas, d'origine la position M_0 ; la date $t = 0$ est celle de M_0. Le tableau donne la position z_i de chaque image, à l'échelle réelle.

Position	z_i (cm)
M_0	0
M_1	$3{,}2$
M_2	$8{,}9$
M_3	$17{,}0$
M_4	$27{,}6$
M_5	$40{,}6$
M_6	$56{,}1$



Positions successives de l'écrou, toutes les cinquante millisecondes

1.

Montrer que la vitesse de l'écrou en M_2 vaut $v_2 \approx 1{,}38\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, puis calculer sa vitesse v_4 en M_4.

INDICE

Outil : $v_i \approx \dfrac{z_{i+1} - z_{i-1}}{2\,\Delta t}$, avec les distances en mètres.

2.

Calculer l'accélération a_3 de l'écrou en M_3.

INDICE

Outil : $a_3 \approx \dfrac{v_4 - v_2}{2\,\Delta t}$.

3.

Comparer a_3 à $g = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Quel modèle de chute convient à l'écrou ?

INDICE

Outil : calcule l'écart relatif, puis rappelle-toi la définition de la chute libre.

4.

L'écrou a-t-il été lâché en M_0 ? Justifier par le calcul de sa vitesse v_0 en M_0.

INDICE

Début : en chute libre, $v_z = g\,t + v_0$. **Ensuite :** applique cette relation en M_2, à la date $t = 0{,}100\,\mathrm{s}$.

Exercice 5

Balle lancée vers le haut depuis un toit : sommet et arrivée au sol

Depuis le toit d'un immeuble, à $h = 15{,}0\,\mathrm{m}$ du sol, on lance verticalement vers le haut une petite balle lestée, avec une vitesse $v_0 = 6{,}00\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. On néglige l'action de l'air ; $g = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

On travaille dans le référentiel terrestre, supposé galiléen, avec un axe vertical $(O;\vec{k})$ orienté **vers le haut**, d'origine O au sol ; la date $t = 0$ est celle du lancer.

1.

Écrire les équations horaires $v_z(t)$ et $z(t)$ de la balle.

INDICE

Outil : sur un axe vers le haut, $a_z = -g$; ici $z(0) = h$ et $v_z(0) = v_0$.

2.

Calculer la date t_1 du sommet et l'altitude maximale $z_{\max}$ de la balle.

INDICE

Outil : au sommet, $v_z(t_1) = 0$; reporte ensuite t_1 dans $z(t)$.

3.

Montrer que la date t_2 d'arrivée au sol vérifie $4{,}90\,t_2^2 - 6{,}00\,t_2 - 15{,}0 = 0$, puis calculer t_2.

INDICE

Outil : l'arrivée au sol se traduit par $z(t_2) = 0$; garde la racine positive.

4.

Calculer la vitesse de la balle à son arrivée au sol, puis vérifier le résultat par la relation indépendante du temps.

INDICE

Début : calcule $v_z(t_2)$. **Ensuite :** écris $v_z^2 - v_0^2 = 2\,a_z\,(0 - h)$.

Exercice 6

Choix du modèle de frottement pour des caissettes de papier empilées

Dans l'air calme d'une cage d'escalier, on lâche une caissette de papier plissé (un moule à muffin), puis des piles de deux, trois et quatre caissettes emboîtées. La forme et la taille ne changent pas : seule la masse varie. On mesure la vitesse limite de chaque pile.

Caissettes	m (g)	v_ℓ ($\mathrm{m\cdot s^{-1}}$)
1	$0{,}90$	$1{,}05$
2	$1{,}80$	$1{,}48$
3	$2{,}70$	$1{,}82$
4	$3{,}60$	$2{,}10$

La poussée d'Archimède est négligée ; $g = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Le frottement de l'air a pour valeur $f = k\,v^n$, avec $n = 1$ ou $n = 2$.

1.

Montrer qu'en régime permanent $k = \dfrac{m\,g}{v_\ell^{\,n}}$.

INDICE

Outil : en régime permanent, la vitesse est constante : la somme des forces est nulle.

2.

Calculer k pour chaque pile dans le modèle linéaire ($n = 1$), puis dans le modèle quadratique ($n = 2$).

INDICE

Outil : dresse un tableau à trois colonnes : nombre de caissettes, k pour $n = 1$, k pour $n = 2$; masses en kilogrammes.

3.

Quel modèle de frottement convient ? Donner la valeur de k retenue.

INDICE

Outil : les piles ont toutes la même forme : dans le bon modèle, elles ont le même coefficient k.

4.

Proposer un protocole pour mesurer la vitesse limite d'une pile de caissettes.

INDICE

Point délicat : la mesure n'a de sens qu'une fois la vitesse devenue constante.

Exercice 7

Solution du modèle linéaire pour une bille de laiton dans l'huile de ricin

Une petite bille de laiton tombe dans de l'huile de ricin. Sur un axe vertical dirigé vers le bas, sa vitesse v vérifie, en unités du système international :

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 8{,}68 - 125\,v$$

La bille est lâchée sans vitesse initiale à $t = 0$. On note $A = 8{,}68\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ et $B = 125\,\mathrm{s^{-1}}$.

1.

Montrer que $v(t) = v_\ell\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right)$ est solution de cette équation, avec $v(0) = 0$, lorsque $v_\ell = \dfrac{A}{B}$ et $\tau = \dfrac{1}{B}$.

INDICE

Outil : la dérivée de $t \mapsto \mathrm{e}^{-t/\tau}$ est $-\dfrac{1}{\tau}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$ (outil de mathématiques admis).

2.

Calculer la vitesse limite v_ℓ et le temps caractéristique τ.

INDICE

Outil : $v_\ell = \dfrac{A}{B}$ et $\tau = \dfrac{1}{B}$.

3.

Calculer la vitesse de la bille à la date $t = \tau$. Quel pourcentage de v_ℓ représente-t-elle ?

INDICE

Outil : $v(\tau) = v_\ell\,(1 - \mathrm{e}^{-1})$, avec $\mathrm{e}^{-1} \approx 0{,}368$.

4.

Calculer la vitesse à la date $t = 5\tau$ et conclure sur la durée du régime initial.

INDICE

Outil : $\mathrm{e}^{-5} \approx 6{,}7 \times 10^{-3}$.