BURHAN

Chute verticale d'un solide : exercices, application

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/chute-verticale-d-un-solide/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Chute verticale d'un solide	Application	8

Exercice 1

Durée de chute et vitesse d'arrivée d'une clé lâchée d'un balcon

Une clé échappe des mains d'une personne, sur un balcon situé à $h = 7{,}2\,\mathrm{m}$ au-dessus du trottoir. Elle part sans vitesse initiale. On néglige l'action de l'air et on prend $g = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

On étudie le centre d'inertie de la clé dans le référentiel terrestre, supposé galiléen. L'axe vertical $(O;\vec{k})$ est orienté vers le bas, d'origine le point de départ ; la date $t = 0$ est celle du lâcher.

1.

Montrer que $\dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = g$, puis écrire $v_z(t)$ et $z(t)$.

INDICE

Outil : la deuxième loi de Newton avec le seul poids, puis les primitives qui valent 0 à $t = 0$.

CORRIGÉ

Bilan. Système : la clé. Elle n'est soumise qu'à son poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$, avec $\vec{g} = g\,\vec{k}$.

Deuxième loi. $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}_G$, donc $\vec{a}_G = \vec{g}$; sur l'axe, $\dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = g$.

Primitives. Avec $v_z(0) = 0$, puis $z(0) = 0$: $v_z(t) = g\,t$ et $z(t) = \dfrac{1}{2}\,g\,t^2$.

Conclusion. La chute est rectiligne uniformément accélérée : $v_z = 9{,}80\,t$ et $z = 4{,}90\,t^2$, en unités du système international.

2.

Calculer la durée t_s de la chute jusqu'au trottoir.

INDICE

Outil : l'arrivée au trottoir se traduit par $z(t_s) = h$, avec $t_s > 0$.

CORRIGÉ

Condition d'arrivée. $\dfrac{1}{2}\,g\,t_s^2 = h$, donc :

$$t_s = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$t_s = \sqrt{\frac{2 \times 7{,}2}{9{,}80}}$$

$$t_s \approx 1{,}2\,\mathrm{s}$$

Conclusion. La clé atteint le trottoir au bout d'environ $1{,}2\,\mathrm{s}$.

3.

Calculer la vitesse de la clé à son arrivée, puis vérifier ce résultat par la relation indépendante du temps.

INDICE

Outil : $v_z = g\,t_s$; pour la vérification, la relation entre v_z^2 et z entre le départ et l'arrivée.

CORRIGÉ

Avec la date.

$$v_z = g\,t_s = 9{,}80 \times 1{,}21$$
$$v_z \approx 12\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

Sans la date. $v_z^2 - 0 = 2\,g\,(h - 0)$:

$$v_z = \sqrt{2\,g\,h}$$
$$v_z = \sqrt{2 \times 9{,}80 \times 7{,}2}$$
$$v_z \approx 12\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

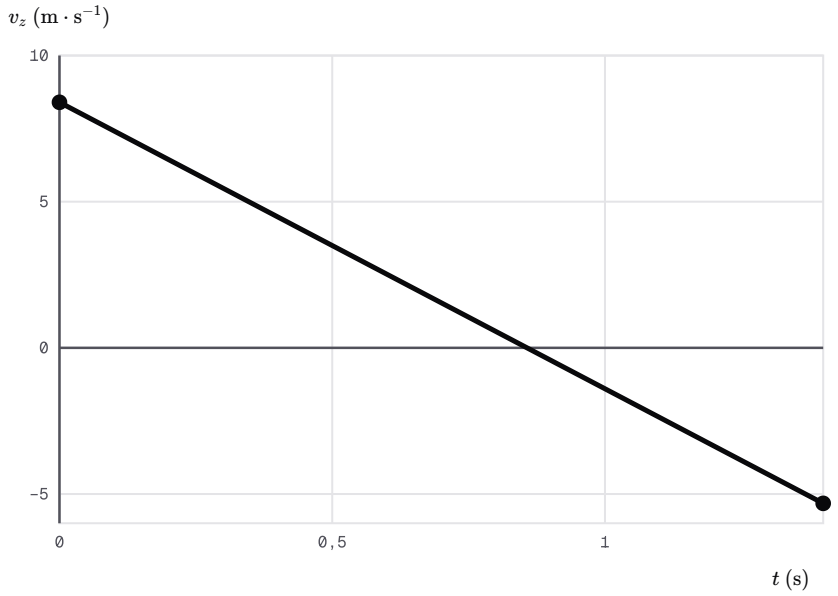
Conclusion. Les deux calculs concordent : la clé arrive à environ $12\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, soit près de $43\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$.

Exercice 2

Hauteur atteinte par un caillou lancé vers le haut

Un enfant lance un caillou verticalement vers le haut. Le caillou quitte sa main avec une vitesse $v_0 = 8{,}4\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. On néglige l'action de l'air ; $g = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

On choisit le référentiel terrestre, supposé galiléen, et un axe vertical $(O;\vec{k})$ orienté **vers le haut**, d'origine le point de lancer ; la date $t = 0$ est celle du lancer. Le document donne la coordonnée v_z de la vitesse pendant la montée et le début de la descente.



Coordonnée de la vitesse du caillou sur l'axe orienté vers le haut

1.

Justifier que $a_z = -g$, puis que la montée est un mouvement rectiligne uniformément retardé.

INDICE

Outil : la deuxième loi de Newton avec le seul poids, projetée sur l'axe vers le haut ; compare ensuite les signes de a_z et de v_z.

CORRIGÉ

Deuxième loi. Système : le caillou, soumis à son seul poids. $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}_G$ et $\vec{g} = -g\,\vec{k}$, donc $a_z = -g$.

Signes. Pendant la montée, $v_z > 0$ et $a_z < 0$: le produit $a_z\,v_z$ est négatif.

Conclusion. L'accélération est constante et opposée à la vitesse : la montée est rectiligne uniformément retardée. Le document le confirme : $v_z(t)$ est une droite décroissante.

2.

Lire sur le document la date t_1 du sommet, puis la vérifier par le calcul.

INDICE

Outil : au sommet, la vitesse s'annule ; écris $v_z(t) = -g\,t + v_0$.

CORRIGÉ

Lecture. La droite coupe l'axe des temps vers $t_1 \approx 0{,}86\,\mathrm{s}$.

Calcul. La condition $v_z(t_1) = 0$ donne :

$$t_1 = \frac{v_0}{g} = \frac{8{,}4}{9{,}80}$$
$$t_1 \approx 0{,}86\,\mathrm{s}$$

Conclusion. Le caillou atteint le sommet vers $0{,}86\,\mathrm{s}$, en accord avec la lecture.

3.

Calculer, sans utiliser la date, la hauteur maximale H atteinte au-dessus du point de lancer.

INDICE

Outil : la relation $v_z^2 - v_{0z}^2 = 2\,a_z\,(z - z_0)$, écrite entre le lancer et le sommet.

CORRIGÉ

Relation. Au lancer, $z_0 = 0$ et $v_{0z} = v_0$; au sommet, $z = H$ et $v_z = 0$. Donc $0 - v_0^2 = -2\,g\,H$.

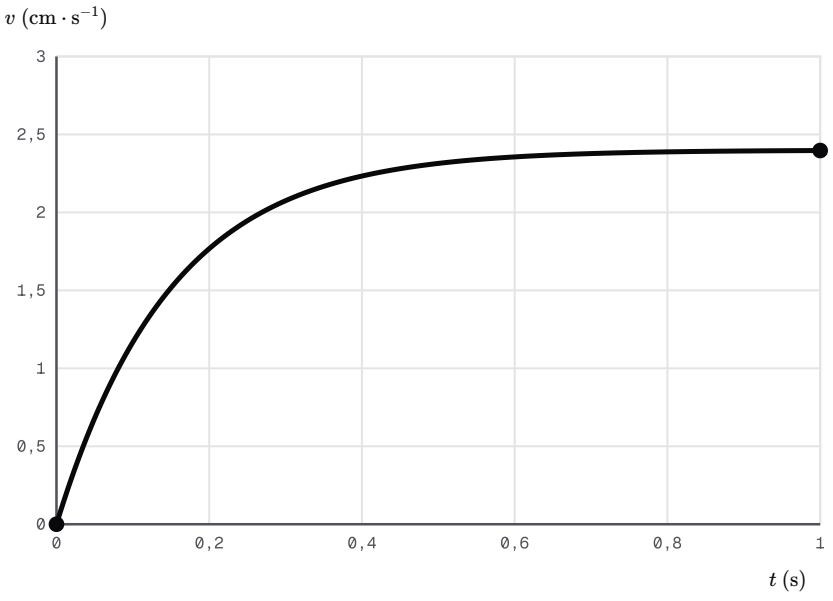
$$H = \frac{v_0^2}{2g}$$
$$H = \frac{8{,}4^2}{2 \times 9{,}80}$$
$$H \approx 3{,}6\,\mathrm{m}$$

Conclusion. Le caillou monte d'environ $3{,}6\,\mathrm{m}$ au-dessus du point de lancer.

Exercice 3

Lecture de la vitesse limite et du temps caractéristique d'une perle dans un sirop

On lâche sans vitesse initiale une petite perle en plastique dans une éprouvette remplie de sirop de sucre. Une vidéo, exploitée image par image, donne la vitesse v du centre d'inertie de la perle en fonction du temps (document). L'axe vertical est orienté vers le bas.



Vitesse de la perle dans le sirop en fonction du temps

1.

Identifier sur le document le régime initial et le régime permanent, puis lire la vitesse limite v_ℓ de la perle et l'exprimer en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

INDICE

Outil : repère où la vitesse varie encore et où elle ne varie presque plus ; la vitesse limite est l'ordonnée de l'asymptote horizontale.

CORRIGÉ

Régime initial. Jusque vers $0{,}75\,\mathrm{s}$, la vitesse croît, de moins en moins vite.

Régime permanent. Ensuite, la courbe est presque horizontale : la vitesse reste constante.

Lecture. La courbe se rapproche de l'horizontale $v \approx 2{,}4\,\mathrm{cm \cdot s^{-1}}$.

Conversion. $1\,\mathrm{cm} = 10^{-2}\,\mathrm{m}$, donc $v_\ell \approx 2{,}4 \times 10^{-2}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Conclusion. La perle accélère d'abord, en régime initial, puis descend à vitesse constante, en régime permanent : $v_\ell \approx 2{,}4 \times 10^{-2}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

2.

Déterminer graphiquement le temps caractéristique τ de la chute.

INDICE

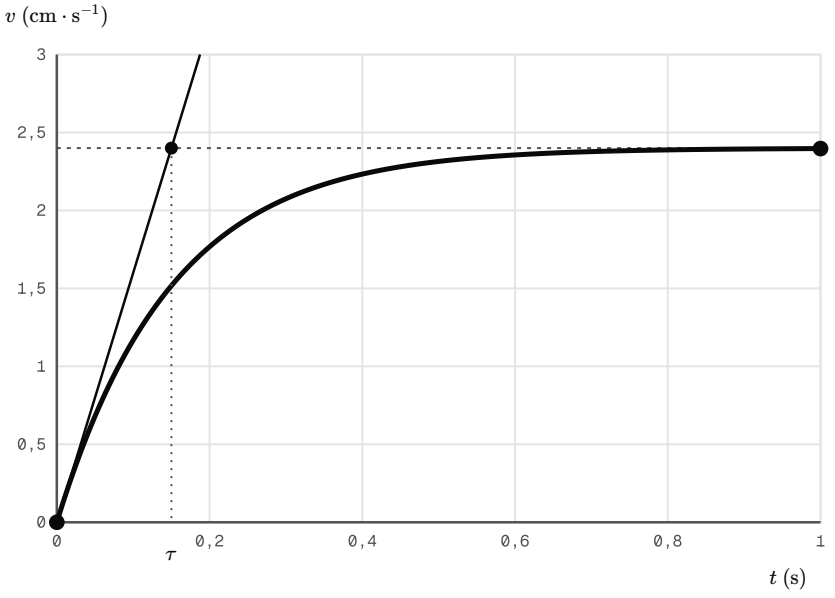
Outil : trace la tangente à la courbe en $t = 0$ et lis l'abscisse de son point de rencontre avec l'asymptote.

CORRIGÉ

Méthode. On trace l'asymptote $v = v_\ell$ et la tangente à la courbe à l'origine. L'abscisse de leur point d'intersection est τ.

Lecture. Sur la figure ci-dessous, $\tau \approx 0{,}15\,\text{s}$.

Conclusion. Le temps caractéristique de la chute vaut environ $0{,}15\,\text{s}$.



Lecture de la vitesse limite et du temps caractéristique de la perle

Demi-tangente calculée en x = 0 : coefficient directeur ≈ 16 ; elle coupe la droite y = 2,4 en x ≈ 0,15.

3.

En déduire l'accélération initiale a_0 de la perle.

INDICE

Outil : la pente de la tangente à l'origine vaut $\dfrac{v_\ell}{\tau}$.

CORRIGÉ

Pente à l'origine.

$$a_0 = \frac{v_\ell}{\tau}$$
$$a_0 \approx \frac{2{,}4 \times 10^{-2}}{0{,}15}$$
$$a_0 \approx 0{,}16\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

Conclusion. Au départ, la perle accélère d'environ $0{,}16\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$, bien moins que g : la poussée du sirop compense presque son poids.

Exercice 4

Vitesse limite d'une bouée de sonde lestée à partir de son équation

Une petite bouée de sonde, lestée, descend verticalement dans l'eau d'un lac. Avec un axe vertical orienté vers le bas, la coordonnée v de la vitesse de son centre d'inertie vérifie, en unités du système international :

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 6{,}2 - 3{,}1\,v^2$$

La bouée part sans vitesse initiale.

1.

Quel modèle de frottement a été retenu ? Donner l'unité de chacune des deux constantes de l'équation.

INDICE

Outil : compare à la forme $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = A - B\,v^n$; chaque terme a l'unité d'une accélération.

CORRIGÉ

Modèle. L'exposant de v vaut $n = 2$: le frottement est quadratique, de valeur $f = k\,v^2$.

Unités. A est une accélération, en $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Le produit $B\,v^2$ en est une aussi : B s'obtient en divisant des $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$ par des $\mathrm{m^2 \cdot s^{-2}}$.

Conclusion. Modèle quadratique, avec $A = 6{,}2\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$ et $B = 3{,}1\,\mathrm{m^{-1}}$.

2.

Calculer la vitesse limite v_ℓ de la bouée.

INDICE

Outil : en régime permanent, l'accélération est nulle.

CORRIGÉ

Régime permanent. $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$, donc $A - B\,v_\ell^2 = 0$:

$$v_\ell = \sqrt{\frac{A}{B}}$$
$$v_\ell = \sqrt{\frac{6{,}2}{3{,}1}}$$
$$v_\ell \approx 1{,}4\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

Conclusion. La bouée finit par descendre à environ $1{,}4\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

3.

Calculer le temps caractéristique τ de la chute.

INDICE

Outil : la tangente à l'origine a pour pente A ; elle rencontre l'asymptote à la date $\tau = \dfrac{v_\ell}{A}$.

CORRIGÉ

Calcul.

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{v_\ell}{A} \\ \tau &= \frac{1{,}41}{6{,}2} \\ \tau &\approx 0{,}23\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Contrôle d'unité. Des $\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ divisés par des $\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$ donnent des secondes.

Conclusion. Le temps caractéristique vaut environ $0{,}23\,\mathrm{s}$: la bouée atteint vite sa vitesse limite.

Exercice 5

Poussée d'Archimède sur une sphère de plomb, dans l'air et dans l'eau

Une sphère de plomb pleine a pour masse $m = 47{,}3\,\mathrm{g}$ et pour volume $V = 4{,}19\,\mathrm{cm}^3$. Masses volumiques : air $\rho_{\text{air}} = 1{,}2\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$; eau $\rho_{\text{eau}} = 1{,}00\times10^{3}\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$. On prend $g = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1.

Calculer le poids P de la sphère.

INDICE

Outil : $P = m\,g$, avec la masse en kilogrammes.

CORRIGÉ

Conversion. $m = 4{,}73\times10^{-2}\,\mathrm{kg}$.

$$\begin{aligned} P &= m\,g \\ P &= 4{,}73\times10^{-2}\times9{,}80 \\ P &\approx 0{,}464\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Conclusion. Le poids de la sphère vaut environ $0{,}464\,\mathrm{N}$.

2.

Calculer la poussée d'Archimède exercée par l'air sur la sphère, puis la comparer au poids.

INDICE

Outil : $F_A = \rho_f\,V\,g$, avec le volume en mètres cubes.

CORRIGÉ

Conversion. $V = 4{,}19\times10^{-6}\,\mathrm{m}^3$.

$$\begin{aligned} F_A &= \rho_{\text{air}}\,V\,g \\ F_A &= 1{,}2\times4{,}19\times10^{-6} \\ &\quad\times9{,}80 \\ F_A &\approx 4{,}9\times10^{-5}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Comparaison. $\dfrac{F_A}{P} \approx \dfrac{4{,}9\times10^{-5}}{0{,}464} \approx 1{,}1\times10^{-4}$.

Conclusion. Dans l'air, la poussée vaut à peu près un dix-millième du poids : elle est négligeable.

3.

Calculer la poussée d'Archimède exercée par l'eau sur la sphère entièrement immergée. Peut-on encore la négliger ?

INDICE

Outil : la même formule avec la masse volumique de l'eau ; le rapport $\dfrac{F_A}{P}$ vaut aussi $\dfrac{\rho_f}{\rho_s}$.

CORRIGÉ

Poussée dans l'eau.

$$\begin{aligned} F_A &= 1{,}00 \times 10^{3} \\ &\quad \times 4{,}19 \times 10^{-6} \\ &\quad \times 9{,}80 \\ F_A &\approx 4{,}11 \times 10^{-2}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Comparaison.

$$\begin{aligned} \frac{F_A}{P} &\approx \frac{4{,}11 \times 10^{-2}}{0{,}464} \\ \frac{F_A}{P} &\approx 8{,}86 \times 10^{-2} \end{aligned}$$

La poussée vaut près de $9\,\%$ du poids.

Conclusion. Dans l'eau, la poussée n'est plus négligeable : elle doit figurer dans le bilan des forces.

Exercice 6

Deux pas de la méthode d'Euler pour une bille de verre dans un sirop de glucose

Une bille de verre descend verticalement dans un sirop de glucose très visqueux. Sur un axe orienté vers le bas, sa vitesse vérifie, en unités du système international :

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 4{,}0 - 100\,v$$

Elle part sans vitesse initiale à $t = 0$. On applique la méthode d'Euler avec le pas $\Delta t = 1{,}0\,\mathrm{ms}$.

1.

Calculer l'accélération a_0 à $t_0 = 0$, puis la vitesse v_1 à $t_1 = 1{,}0\,\mathrm{ms}$.

INDICE

Outil : $a_i = 4{,}0 - 100\,v_i$, puis $v_{i+1} = v_i + a_i\,\Delta t$, avec Δt en secondes.

CORRIGÉ

Accélération. $a_0 = 4{,}0 - 100 \times 0 = 4{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Vitesse. Avec $\Delta t = 1{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}$:

$$\begin{aligned} v_1 &= v_0 + a_0\,\Delta t \\ v_1 &= 4{,}0 \times 1{,}0 \times 10^{-3} \\ v_1 &= 4{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} \end{aligned}$$

Conclusion. Après un pas, la bille descend à environ $4{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, soit $0{,}40\,\mathrm{cm\cdot s^{-1}}$.

2.

Calculer a_1, puis la vitesse v_2 à $t_2 = 2{,}0\,\text{ms}$. Présenter les résultats dans un tableau (t_i, v_i, a_i).

INDICE

Outil : recommence le même calcul en partant de v_1.

CORRIGÉ

Accélération.

$$\begin{aligned} a_1 &= 4{,}0 - 100\,v_1 \\ a_1 &= 4{,}0 - 0{,}40 \\ a_1 &= 3{,}6\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2} \end{aligned}$$

Vitesse.

$$\begin{aligned} v_2 &= 4{,}0\times10^{-3} \\ &\quad + 3{,}6\times1{,}0\times10^{-3} \\ v_2 &= 7{,}6\times10^{-3}\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

t_i (ms)	v_i ($\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$)	a_i ($\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$)
0	0	$4{,}0$
$1{,}0$	$0{,}40$	$3{,}6$
$2{,}0$	$0{,}76$	$3{,}2$

Conclusion. La vitesse croît et l'accélération diminue à chaque pas : $v_2 = 7{,}6\times10^{-3}\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

3.

Calculer la vitesse limite et le temps caractéristique de la bille. Le pas choisi est-il adapté ?

INDICE

Outil : $v_\ell = \dfrac{A}{B}$ et $\tau = \dfrac{1}{B}$ dans le modèle linéaire ; compare ensuite Δt à τ.

CORRIGÉ

Vitesse limite. $v_\ell = \dfrac{4{,}0}{100} = 4{,}0\times10^{-2}\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Temps caractéristique. $\tau = \dfrac{1}{100} = 1{,}0\times10^{-2}\,\text{s}$.

Pas. $\dfrac{\Delta t}{\tau} = \dfrac{1{,}0\times10^{-3}}{1{,}0\times10^{-2}} = 0{,}10$: le pas vaut un dixième de τ.

Conclusion. Le pas est petit devant τ : les valeurs d'Euler suivent de près la solution exacte.

Exercice 7

Unité et valeur du coefficient de frottement d'une balle de ping-pong

Dans une soufflerie, on mesure la force de frottement de l'air sur une balle de ping-pong maintenue immobile, l'air la contournant à la vitesse v. Pour $v = 4{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, on trouve $f = 6{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{N}$.

1.

Par une équation aux dimensions, donner l'unité de k dans le modèle $f = k\,v$.

INDICE

Outil : écris le newton en unités de base : $1\,\mathrm{N} = 1\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-2}}$.

CORRIGÉ

Équation aux dimensions. $k = \dfrac{f}{v}$: on divise des $\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-2}}$ par des $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Conclusion. Dans le modèle linéaire, k s'exprime en $\mathrm{kg\cdot s^{-1}}$.

2.

Même question pour le modèle $f = k\,v^2$.

INDICE

Outil : cette fois, divise par l'unité de v^2.

CORRIGÉ

Équation aux dimensions. $k = \dfrac{f}{v^2}$: on divise des $\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-2}}$ par des $\mathrm{m^2\cdot s^{-2}}$.

Conclusion. Dans le modèle quadratique, k s'exprime en $\mathrm{kg\cdot m^{-1}}$.

3.

Calculer la valeur de k dans chacun des deux modèles, à partir de la mesure faite dans la soufflerie.

INDICE

Outil : $k = \dfrac{f}{v}$ ou $k = \dfrac{f}{v^2}$, avec l'unité trouvée plus haut.

CORRIGÉ

Modèle linéaire.

$$k = \frac{6{,}0 \times 10^{-3}}{4{,}0}$$
$$k = 1{,}5 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg\cdot s^{-1}}$$

Modèle quadratique.

$$k = \frac{6{,}0 \times 10^{-3}}{4{,}0^2}$$
$$k \approx 3{,}8 \times 10^{-4}\,\mathrm{kg\cdot m^{-1}}$$

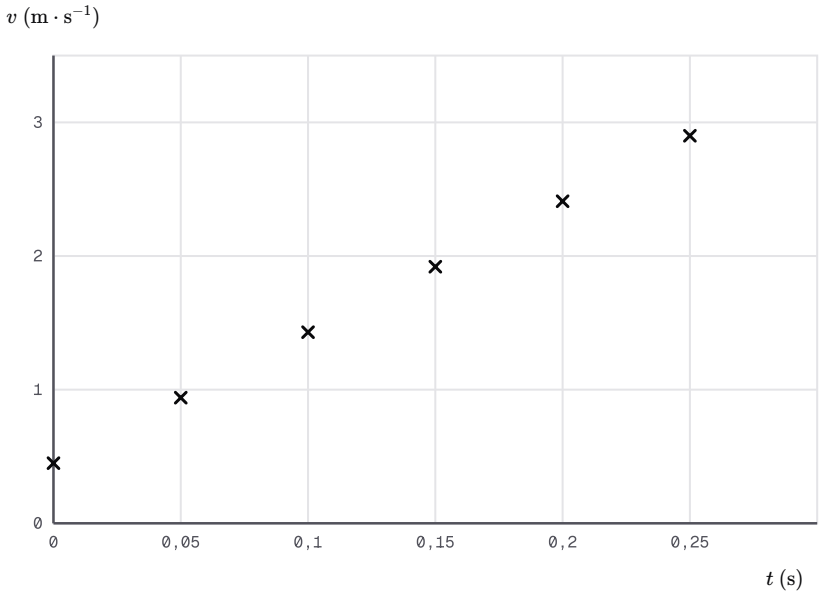
Conclusion. Une seule mesure ne permet pas de choisir le modèle : il faudrait comparer plusieurs vitesses.

Exercice 8

Accélération d'un boulon filmé pendant sa chute

On filme la chute verticale d'un petit boulon devant une règle. Le logiciel de pointage donne la valeur v de sa vitesse à intervalles réguliers. La date $t = 0$ correspond à la première image exploitée, où le boulon est déjà en mouvement.

t (s)	v ($\mathrm{m \cdot s^{-1}}$)
0	$0{,}45$
$0{,}05$	$0{,}94$
$0{,}10$	$1{,}43$
$0{,}15$	$1{,}92$
$0{,}20$	$2{,}41$
$0{,}25$	$2{,}90$



Vitesses du boulon mesurées par pointage vidéo

1.

Décrire l'allure des points du document. Que peut-on en conclure sur l'accélération du boulon ?

INDICE

Outil : des points alignés traduisent une fonction affine du temps.

CORRIGÉ

Allure. Les points sont alignés sur une droite qui ne passe pas par l'origine : v est une fonction affine de t.

Accélération. La pente de cette droite est constante : l'accélération l'est aussi.

Conclusion. Le mouvement rectiligne vertical du boulon est uniformément accéléré.

2.

Calculer l'accélération a du boulon à partir de deux mesures éloignées.

INDICE

Outil : $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$, avec la première et la dernière mesure.

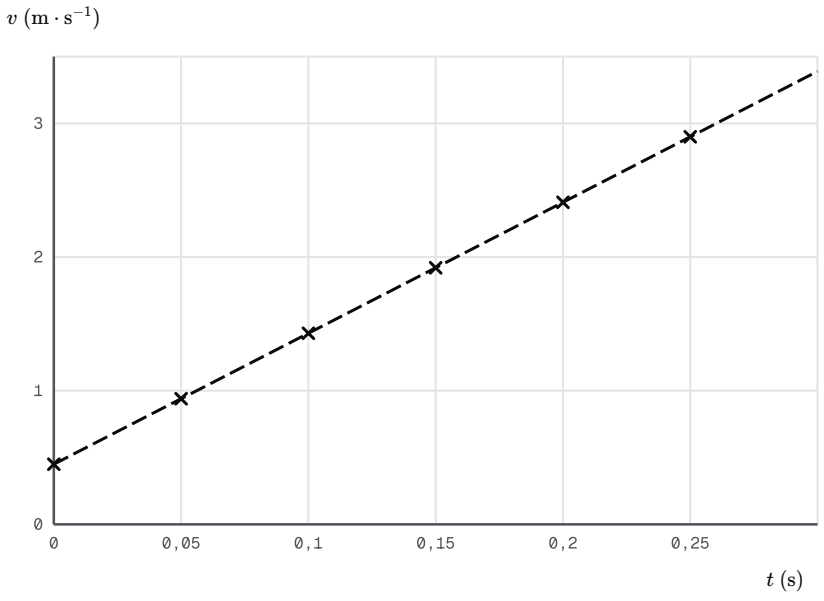
CORRIGÉ

Pente.

$$a = \frac{2{,}90 - 0{,}45}{0{,}25 - 0}$$
$$a \approx 9{,}8\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

La droite de modélisation de la figure ci-dessous donne la même pente.

Conclusion. L'accélération du boulon vaut environ $9{,}8\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$.



Vitesses mesurées du boulon et droite de modélisation

Droite de modélisation calculée par moindres carrés sur 6 points : y = a x + b, avec a ≈ 9,8 et b ≈ 0,45.

3.

Comparer a à $g = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ et conclure sur le modèle de chute. Quelle est la vitesse du boulon à la date $t = 0$?

INDICE

Outil : l'écart relatif $\dfrac{|a-g|}{g}$, puis l'ordonnée à l'origine de la droite.

CORRIGÉ

Comparaison. $a \approx g$: l'écart relatif est inférieur à $1\,\%$.

Modèle. Le boulon, dense et compact, tombe en chute libre : l'air est négligeable pendant cette courte chute.

Vitesse initiale. La droite coupe l'axe des vitesses en $v_0 \approx 0{,}45\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Conclusion. Le boulon est en chute libre ; à la première image, il descend déjà à environ $0{,}45\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.