BURHAN

Aspects énergétiques des oscillations mécaniques : exercices, niveau examen

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/aspects-energetiques-des-oscillations-mecaniques/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Aspects énergétiques des oscillations mécaniques	Niveau examen	5

Exercice 1 6 pts

Table anti-vibrations : conservation et courbes des énergies

Une table anti-vibrations de laboratoire repose sur un plateau mobile. On modélise ce plateau par un solide de masse $m = 1{,}60\,\text{kg}$ qui glisse sur un guide horizontal, lié à un ressort horizontal de raideur $K = 250\,\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$.

Le centre d'inertie du plateau est repéré par son abscisse x sur un axe $(O;\vec{i})$ horizontal ; le point O correspond au ressort à vide. Les frottements sont négligés dans toute l'étude.

A.1. 0,5 pts

Partie A : conservation de l'énergie mécanique.

Fais l'inventaire des forces qui s'exercent sur le plateau. Lesquelles travaillent lors d'un déplacement le long du guide ?

INDICE

Outil : compare la direction de chaque force à celle du déplacement.

CORRIGÉ

Inventaire. Système : le plateau, dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Il subit son poids $\vec{P}$, la réaction $\vec{R}$ du guide et la force $\vec{F}$ exercée par le ressort.

Travaux. Sans frottement, $\vec{R}$ est perpendiculaire au guide, comme $\vec{P}$: leurs travaux sont nuls. $\vec{F}$ est parallèle au déplacement.

Conclusion. Seule la force exercée par le ressort travaille lors d'un déplacement le long du guide.

A.2. 1,5 pts

Montre que l'énergie mécanique $E_m = \dfrac{1}{2}\,m\,v^2 + \dfrac{1}{2}\,K\,x^2$ du plateau se conserve, à l'aide du théorème de l'énergie cinétique. Précise les références des énergies potentielles.

INDICE

Outil : le théorème de l'énergie cinétique entre deux positions quelconques, et le travail de la force de rappel d'un ressort.

CORRIGÉ

Théorème de l'énergie cinétique. Entre deux positions quelconques A et B :

$$\begin{aligned} &E_c(B) - E_c(A) \\ &= W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{F}) \\ &= 0 + 0 + W_{A\to B}(\vec{F}) \end{aligned}$$

Travail du ressort. $W_{A\to B}(\vec{F}) = \dfrac{1}{2}\,K\,x_A^2 - \dfrac{1}{2}\,K\,x_B^2$.

Regroupement.

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2}\,m\,v_B^2 + \frac{1}{2}\,K\,x_B^2 \\ &= \frac{1}{2}\,m\,v_A^2 + \frac{1}{2}\,K\,x_A^2 \end{aligned}$$

Références. $E_{pe} = 0$ pour le ressort à vide ; E_{pp} ne varie pas sur le guide horizontal et se prend nulle.

Conclusion. L'énergie mécanique E_m a la même valeur en toute position : elle se conserve.

A.3. 0,75 pts

On écarte le plateau jusqu'à $x_0 = 4{,}0\,\text{cm}$, puis on le lâche sans vitesse. Calcule son énergie mécanique.

INDICE

Outil : au lâcher, la vitesse est nulle.

CORRIGÉ

Lâcher. $v = 0$ en $x_0 = 0{,}040\,\text{m}$:

$$\begin{aligned} E_m &= \frac{1}{2}\,K\,x_0^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 250 \times 0{,}040^2 \\ &= 0{,}20\,\text{J} \end{aligned}$$

Conclusion. L'énergie mécanique du plateau vaut $0{,}20\,\text{J}$.

A.4. `0,75 pts`

Calcule la vitesse maximale du plateau et précise où elle est atteinte.

INDICE

Outil : la conservation de l'énergie mécanique et l'état du système à l'équilibre.

CORRIGÉ

Position. En $x = 0$, $E_{pe} = 0$: toute l'énergie est cinétique.

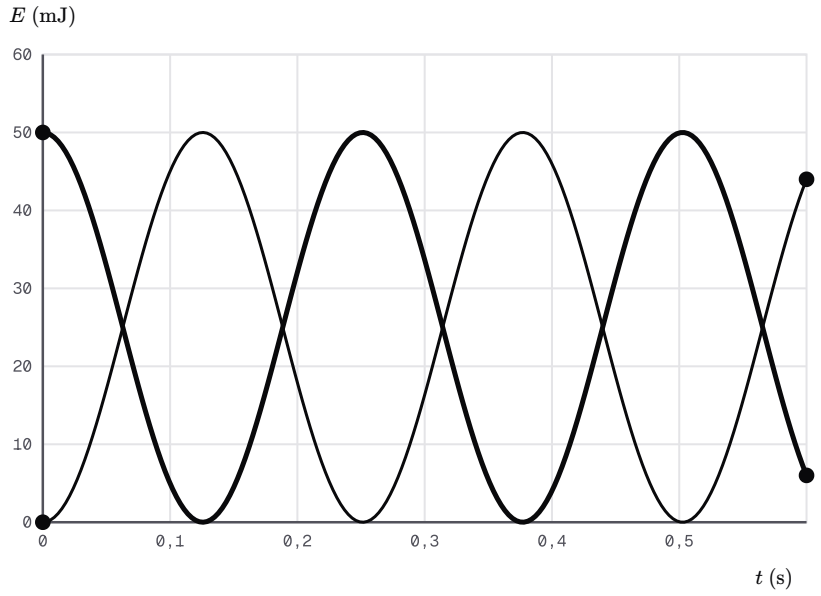
$$\begin{aligned} v_m &= \sqrt{\frac{2\,E_m}{m}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times 0{,}20}{1{,}60}} \\ &= 0{,}50\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} \end{aligned}$$

Conclusion. La vitesse maximale du plateau vaut $0{,}50\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, atteinte au passage par O.

B.1. 0,5 pts

Partie B : courbes des énergies enregistrées.

On règle une autre amplitude ; $m = 1{,}60\,\text{kg}$ et $K = 250\,\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$ sont inchangés. Le plateau est lâché sans vitesse à $t = 0$. Le document donne deux de ses énergies en fonction du temps : potentielle élastique (référence : ressort à vide) et cinétique. Identifie chaque courbe.



Énergies du plateau calculées par le logiciel d'acquisition

INDICE

Outil : l'état du plateau à $t = 0$.

CORRIGÉ

À $t = 0$. Le plateau est immobile à une position extrême : $E_c = 0$ et E_{pe} est maximale.

Conclusion. La courbe (a), maximale à $t = 0$, est l'énergie potentielle élastique ; la courbe (b), nulle à $t = 0$, est l'énergie cinétique.

B.2. 0,75 pts

Mesure la période des énergies sur le document. Déduis-en la période propre T_0 du plateau.

INDICE

Outil : combien de fois l'énergie potentielle passe par un maximum pendant une période propre.

CORRIGÉ

Lecture. Deux maximums successifs de la courbe (a) sont séparés d'environ $0{,}25\,\text{s}$.

Période propre. En une période propre, le plateau passe deux fois par une position extrême : $T_0 \approx 2 \times 0{,}25\,\text{s} = 0{,}50\,\text{s}$.

Conclusion. La période propre du plateau vaut $T_0 \approx 0{,}50\,\text{s}$.

B.3. 0,5 pts

Vérifie que cette valeur est en accord avec l'expression $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}$.

INDICE

Outil : une application numérique avec les données de la partie B.

CORRIGÉ

Calcul.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{1{,}60}{250}}$$
$$\approx 0{,}503\,\text{s}$$

Conclusion. L'expression donne environ $0{,}50\,\text{s}$, en accord avec la lecture du document.

B.4. 0,75 pts

Lis l'énergie mécanique du plateau. Déduis-en l'amplitude x_m et la vitesse maximale v_m.

INDICE

Outil : l'énergie mécanique est la valeur commune des maximums des deux courbes.

CORRIGÉ

Lecture. Les deux courbes culminent à $E_m \approx 50\,\text{mJ} = 0{,}050\,\text{J}$.

Amplitude. $x_m = \sqrt{\dfrac{2\,E_m}{K}} \approx \sqrt{\dfrac{0{,}10}{250}} \approx 2{,}0\times10^{-2}\,\text{m}$.

Vitesse maximale. $v_m = \sqrt{\dfrac{2\,E_m}{m}} \approx \sqrt{\dfrac{0{,}10}{1{,}60}} \approx 0{,}25\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Conclusion. L'amplitude vaut environ $2{,}0\,\text{cm}$ et la vitesse maximale environ $0{,}25\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Exercice 2 6 pts

Machine d'essai de ressorts : diagramme d'énergie et butée

Une machine d'essai de ressorts comporte un coulisseau de masse $m = 0{,}250\,\text{kg}$, qui glisse sans frottement sur une glissière horizontale. Il est attaché au ressort à tester.

Le coulisseau est repéré par son abscisse x ; l'origine est sa position quand le ressort a sa longueur à vide. Les énergies potentielles élastiques ont pour référence le ressort à vide.

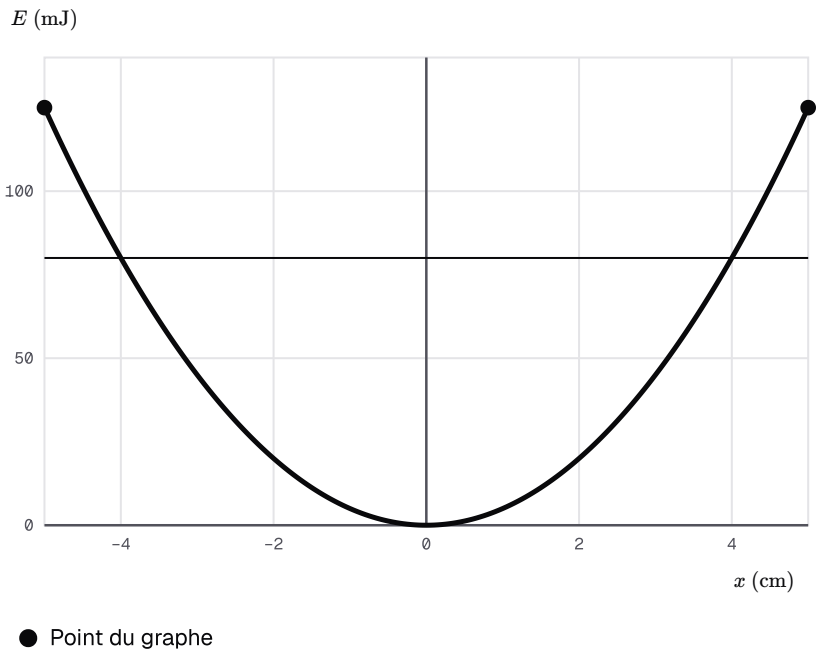


Diagramme d'énergie du coulisseau, premier essai

A.1. 0,5 pts

Partie A : lecture d'un diagramme d'énergie.

Le document est le diagramme d'énergie du coulisseau lors d'un premier essai. Nomme les deux tracés. Que traduit la forme de celui de l'énergie mécanique ?

INDICE

Outil : la forme de l'énergie potentielle élastique en fonction de x, et la condition de conservation.

CORRIGÉ

Tracés. La parabole est l'énergie potentielle élastique $E_{pe} = \dfrac{1}{2}\,K\,x^2$; la droite horizontale est l'énergie mécanique.

Loi. Sans frottement, seule la force du ressort travaille. D'après le théorème de l'énergie cinétique, $\Delta E_c = -\Delta E_{pe}$, donc $\Delta E_m = 0$.

Conclusion. La droite est horizontale : sans frottement, l'énergie mécanique du coulisseau se conserve.

A.2. 0,75 pts

Lis l'énergie mécanique et l'amplitude des oscillations.

INDICE

Outil : aux positions extrêmes, l'énergie potentielle élastique égale l'énergie mécanique.

CORRIGÉ

Lectures. La droite est à $E_m \approx 80\,\text{mJ}$ et coupe la parabole en $x \approx \pm 4{,}0\,\text{cm}$.

Conclusion. L'énergie mécanique vaut environ $80\,\text{mJ}$ et l'amplitude environ $4{,}0\,\text{cm}$.

A.3. 0,75 pts

Déduis-en la raideur K du ressort testé.

INDICE

Outil : l'énergie potentielle élastique à une position extrême.

CORRIGÉ

Relation. $E_m = \dfrac{1}{2}\,K\,x_m^2$:

$$\begin{aligned} K &= \frac{2\,E_m}{x_m^2} \\ &\approx \frac{2 \times 0{,}080}{0{,}040^2} \\ &\approx 1{,}0 \times 10^{2}\,\text{N}\cdot\text{m}^{-1} \end{aligned}$$

Conclusion. La raideur du ressort testé vaut environ $1{,}0 \times 10^{2}\,\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$.

A.4. 1 pts

Détermine la vitesse du coulisseau quand il passe en $x = -2{,}0\,\text{cm}$.

INDICE

Outil : l'écart entre l'énergie mécanique et l'énergie potentielle élastique à cette position.

CORRIGÉ

Énergie potentielle. La parabole donne $E_{pe} \approx 20\,\text{mJ}$ en $x = -2{,}0\,\text{cm}$.

Énergie cinétique. $E_c \approx 80 - 20 = 60\,\text{mJ}$.

Vitesse.

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2\,E_c}{m}} \\ &\approx \sqrt{\frac{2 \times 0{,}060}{0{,}250}} \\ &\approx 0{,}69\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

Conclusion. En $x = -2{,}0\,\text{cm}$, le coulisseau se déplace à environ $0{,}69\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

B.1. `0,75 pts`

Partie B : lancer et butée.

Pour un second essai, le même coulisseau ($m = 0{,}250\,\text{kg}$) est attaché à un ressort de raideur $K = 100\,\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$, donnée par le fabricant. Le coulisseau, immobile en $x = 0$, reçoit une vitesse $v_0 = 1{,}2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Calcule son énergie mécanique.

INDICE

Outil : au lancer, le ressort a sa longueur à vide.

CORRIGÉ

Lancer. En $x = 0$, $E_{pe} = 0$:

$$\begin{aligned} E_m &= \frac{1}{2}\,m\,v_0^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 0{,}250 \times 1{,}2^2 \\ &= 0{,}18\,\text{J} \end{aligned}$$

Conclusion. L'énergie mécanique du coulisseau vaut $0{,}18\,\text{J}$.

B.2. `1 pts`

Montre que l'amplitude des oscillations s'écrit $x_m = v_0\sqrt{\dfrac{m}{K}}$, puis calcule-la.

INDICE

Outil : la conservation de l'énergie mécanique entre le lancer et une position extrême.

CORRIGÉ

Conservation. Au lancer, $E_m = \dfrac{1}{2}\,m\,v_0^2$; à une position extrême, $E_m = \dfrac{1}{2}\,K\,x_m^2$.

Expression. $\dfrac{1}{2}\,K\,x_m^2 = \dfrac{1}{2}\,m\,v_0^2$, donc $x_m = v_0\sqrt{\dfrac{m}{K}}$.

Valeur.

$$\begin{aligned} x_m &= 1{,}2 \times \sqrt{\frac{0{,}250}{100}} \\ &= 6{,}0 \times 10^{-2}\,\text{m} \end{aligned}$$

Conclusion. L'amplitude s'écrit $x_m = v_0\sqrt{\dfrac{m}{K}}$ et vaut $6{,}0\,\text{cm}$.

B.3. 0,75 pts

Une butée est placée en $x_b = 5{,}0\,\text{cm}$. Le coulisseau l'atteint-il ? Si oui, à quelle vitesse ?

INDICE

Outil : compare l'amplitude à la position de la butée, puis écris l'énergie mécanique en x_b.

CORRIGÉ

Contact. L'amplitude, $6{,}0\,\text{cm}$, dépasse $5{,}0\,\text{cm}$: le coulisseau atteint la butée.

Énergie cinétique en x_b. $E_{pe} = \dfrac{1}{2} \times 100 \times 0{,}050^2 = 0{,}125\,\text{J}$, donc $E_c = 0{,}18 - 0{,}125 = 0{,}055\,\text{J}$.

Vitesse.

$$\begin{aligned} v_b &= \sqrt{\frac{2 \times 0{,}055}{0{,}250}} \\ &\approx 0{,}66\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

Conclusion. Le coulisseau atteint la butée, à une vitesse d'environ $0{,}66\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

B.4. 0,5 pts

Exprime, puis calcule, la plus grande vitesse de lancer $v_{0,\max}$ pour laquelle le coulisseau ne touche pas la butée.

INDICE

Outil : compare l'amplitude à x_b.

CORRIGÉ

Condition. Le coulisseau ne touche pas la butée si $x_m < x_b$, soit $v_0\sqrt{\dfrac{m}{K}} < x_b$.

Expression.

$$\begin{aligned} v_{0,\max} &= x_b\sqrt{\frac{K}{m}} \\ &= 0{,}050 \times \sqrt{\frac{100}{0{,}250}} \\ &= 1{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

Conclusion. Le coulisseau ne touche pas la butée si sa vitesse de lancer reste inférieure à $v_{0,\max} = x_b\sqrt{\dfrac{K}{m}} = 1{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Exercice 3 6 pts

Amortisseur de machine-outil : énergie perdue et frottements

Pour limiter les vibrations d'une machine-outil, on fixe sur son bâti un amortisseur : une masse liée à un ressort horizontal de raideur $K = 400\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$ et solidaire d'un piston plongé dans un bain d'huile. La masse glisse sans frottement notable sur son support horizontal ; l'huile exerce sur le piston une force $\vec{f}$ opposée à la vitesse.

L'abscisse x de la masse est comptée depuis sa position quand le ressort est à vide. Référence de l'énergie potentielle élastique : ressort à vide ; l'énergie potentielle de pesanteur ne varie pas.

A.1. 0,75 pts

Partie A : énergie aux extrêmes mesurés.

Le tableau donne les abscisses des positions extrêmes successives relevées sur un enregistrement.

Extrême n	x_n (cm)
0	$4{,}50$
1	$-4{,}14$
2	$3{,}81$
3	$-3{,}50$
4	$3{,}22$

Justifie qu'en une position extrême, l'énergie mécanique s'écrit $E_m = \dfrac{1}{2}\,K\,x^2$.

INDICE

Outil : la valeur de la vitesse au moment où la masse change de sens.

CORRIGÉ

Extrême. À une position extrême, la masse change de sens de déplacement : sa vitesse est nulle, donc $E_c = 0$.

Conclusion. En une position extrême d'abscisse x, l'énergie mécanique se réduit à l'énergie potentielle élastique : $E_m = \dfrac{1}{2}\,K\,x^2$.

A.2. `0,75 pts`

Calcule l'énergie mécanique au premier et au dernier extrême du tableau. Quel pourcentage de l'énergie initiale a été perdu entre eux ?

INDICE

Outil : l'énergie aux extrêmes, avec les abscisses en mètres.

CORRIGÉ

Premier extrême. $E_0 = \dfrac{1}{2} \times 400 \times 0{,}0450^2 = 0{,}405\,\text{J}$.

Dernier extrême. $E_4 = \dfrac{1}{2} \times 400 \times 0{,}0322^2 \approx 0{,}207\,\text{J}$.

Perte relative.

$$\begin{aligned} &\frac{E_0 - E_4}{E_0} \\ &\approx \frac{0{,}405 - 0{,}207}{0{,}405} \\ &\approx 49\,\% \end{aligned}$$

Conclusion. L'énergie mécanique passe de $0{,}405\,\text{J}$ à environ $0{,}207\,\text{J}$: environ $49\,\%$ de l'énergie initiale est perdue.

A.3. 1 pts

Montre que, si chaque amplitude se déduit de la précédente en la multipliant par un même nombre k, l'énergie mécanique est multipliée par k^2 à chaque demi-oscillation. Calcule k sur les deux premières demi-oscillations du tableau. Quelle part de son énergie l'amortisseur perd-il à chaque demi-oscillation ?

INDICE

Outil : l'énergie mécanique écrite à deux extrêmes successifs.

CORRIGÉ

Rapport des énergies. Aux extrêmes n et $n+1$, la vitesse est nulle :

$$\begin{aligned}\frac{E_{n+1}}{E_n} &= \frac{x_{n+1}^2}{x_n^2} \\ &= \left(\frac{|x_{n+1}|}{|x_n|}\right)^2 \\ &= k^2\end{aligned}$$

Valeur de k.

$$\frac{4{,}14}{4{,}50} \approx 0{,}920$$
$$\frac{3{,}81}{4{,}14} \approx 0{,}920$$

Part perdue. $k^2 \approx 0{,}85$: à chaque demi-oscillation, l'énergie mécanique garde environ $85\,\%$ de sa valeur.

Conclusion. L'énergie mécanique est multipliée par k^2, avec $k \approx 0{,}92$: l'amortisseur perd environ $15\,\%$ de son énergie mécanique à chaque demi-oscillation.

A.4. 0,5 pts

Que devient l'énergie perdue par l'oscillateur ?

INDICE

Outil : l'effet de la force exercée par l'huile sur le piston.

CORRIGÉ

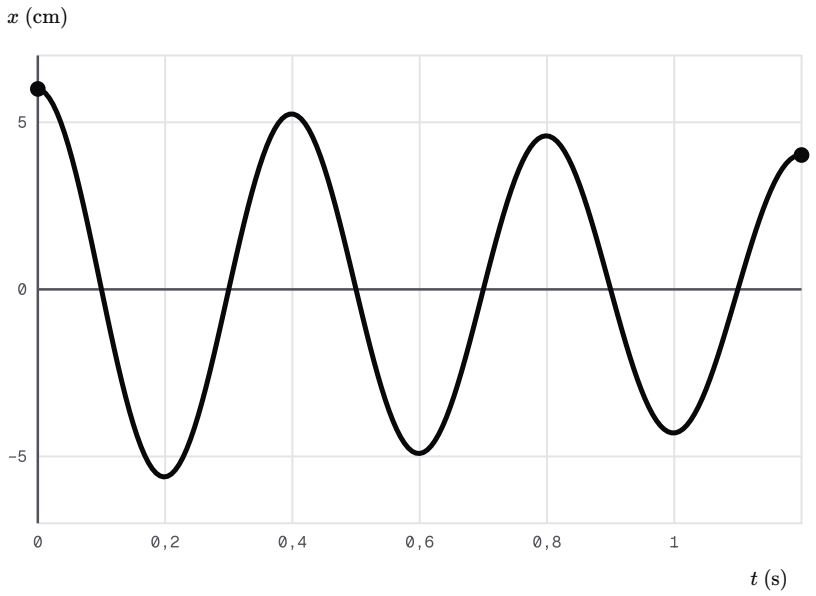
Transfert. En se déplaçant, le piston brasse l'huile, qui s'échauffe.

Conclusion. Cette énergie quitte l'oscillateur : elle est convertie en chaleur dans l'huile, puis cédée au milieu extérieur.

B.1. 0,75 pts

Partie B : travail de la force exercée par l'huile.

On étudie un autre réglage de l'amortisseur, toujours avec $K = 400\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$. Le document donne un modèle de l'abscisse $x(t)$ de la masse. Montre, à l'aide du théorème de l'énergie cinétique, que la variation de l'énergie mécanique entre deux positions est égale au travail $W(\vec{f})$ de la force exercée par l'huile. Quel est le signe de ce travail ?



Abscisse de la masse de l'amortisseur (modèle)

INDICE

Outil : l'inventaire des forces qui travaillent, et le travail de la force de rappel du ressort.

CORRIGÉ

Système. L'ensemble formé de la masse et du piston, dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Il subit son poids, la réaction du support, la force $\vec{F}$ du ressort et la force $\vec{f}$ de l'huile.

Travaux. Le poids et la réaction, perpendiculaires au déplacement, ne travaillent pas. Le travail de $\vec{F}$ vaut $-\Delta E_{pe}$.

Théorème de l'énergie cinétique. Entre deux positions :

$$\Delta E_c = -\Delta E_{pe} + W(\vec{f})$$
$$\Delta E_c + \Delta E_{pe} = W(\vec{f})$$

L'énergie potentielle de pesanteur ne varie pas : $\Delta E_m = W(\vec{f})$.

Signe. $\vec{f}$ est opposée à la vitesse : chacun de ses travaux élémentaires est négatif, donc $W(\vec{f}) < 0$.

Conclusion. La variation de l'énergie mécanique est égale au travail de la force exercée par l'huile, qui est négatif : l'énergie mécanique diminue.

B.2. 1 pts

Lis sur le document les abscisses x_1 à $t = 0$ et x_2 à $t = 0{,}20\,\text{s}$, deux extrêmes successifs. Calcule l'énergie mécanique en ces deux instants.

INDICE

Outil : aux extrêmes, l'énergie mécanique se calcule à partir de l'abscisse seule.

CORRIGÉ

Lectures. $x_1 \approx 6{,}0\,\text{cm}$ et $x_2 \approx -5{,}6\,\text{cm}$.

Énergies.

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{2} \times 400 \times 0{,}060^2 \\ &\approx 0{,}72\,\text{J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_2 &= \frac{1}{2} \times 400 \times 0{,}056^2 \\ &\approx 0{,}63\,\text{J} \end{aligned}$$

Conclusion. L'énergie mécanique vaut environ $0{,}72\,\text{J}$ à $t = 0$ et environ $0{,}63\,\text{J}$ à $t = 0{,}20\,\text{s}$.

B.3. 1,25 pts

Sur cette demi-oscillation, on modélise l'action de l'huile par une force de valeur constante f, opposée à la vitesse. Montre que $W(\vec{f}) = -f\,(x_1 - x_2)$, puis calcule $W(\vec{f})$ et f.

INDICE

Outil : le travail d'une force constante opposée au déplacement, sur un trajet rectiligne sans changement de sens.

CORRIGÉ

Expression. De x_1 à x_2, la masse se déplace dans un seul sens, sur la distance $x_1 - x_2$. La force, de valeur constante, est opposée au déplacement : $W(\vec{f}) = -f\,(x_1 - x_2)$.

Travail. $W(\vec{f}) = E_2 - E_1 \approx -0{,}093\,\text{J}$.

Valeur de la force.

$$\begin{aligned} f &= -\frac{W(\vec{f})}{x_1 - x_2} \\ &\approx \frac{0{,}093}{0{,}116} \\ &\approx 0{,}80\,\text{N} \end{aligned}$$

Conclusion. Sur cette demi-oscillation, le travail de la force exercée par l'huile vaut environ $-0{,}093\,\text{J}$, et sa valeur moyenne environ $0{,}80\,\text{N}$.

Exercice 4 6,5 pts

Deux oscillateurs de musée : barre de torsion et anneau pesant

Un musée des sciences présente deux oscillateurs, étudiés séparément. Les frottements sont négligés ; on prend $g = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

A.1. 0,5 pts

Partie A : barre de torsion.

Une barre horizontale portant deux masselottes est suspendue en son milieu à un fil vertical de constante de torsion $C = 8{,}0\times10^{-3}\,\mathrm{N\cdot m\cdot rad^{-1}}$. Le moment d'inertie de la barre autour du fil est $J_\Delta = 3{,}2\times10^{-3}\,\mathrm{kg\cdot m^2}$. On la tourne de $\theta_m = 0{,}60\,\mathrm{rad}$ depuis la position du fil non tordu, puis on la lâche sans vitesse.

Écris l'énergie mécanique de la barre en fonction de θ et de $\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$, en précisant la référence.

INDICE

Outil : l'énergie cinétique de rotation et l'énergie potentielle de torsion.

CORRIGÉ

Expression. Référence : $E_{pt} = 0$ pour le fil non tordu ; le centre d'inertie reste sur l'axe, donc E_{pp} ne varie pas.

$$E_m = \frac{1}{2}J_\Delta\left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \frac{1}{2}C\,\theta^2$$

Conclusion. L'énergie mécanique de la barre est la somme de son énergie cinétique de rotation et de l'énergie potentielle de torsion du fil, nulle pour le fil non tordu.

A.2. 0,75 pts

Calcule l'énergie mécanique de la barre.

INDICE

Outil : au lâcher, la vitesse angulaire est nulle.

CORRIGÉ

Lâcher. En $\theta = \theta_m$, $\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = 0$:

$$\begin{aligned} E_m &= \frac{1}{2}C\,\theta_m^2 \\ &= \frac{1}{2}\times 8{,}0\times10^{-3} \\ &\quad\times 0{,}60^2 \\ &\approx 1{,}4\times10^{-3}\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

Conclusion. L'énergie mécanique de la barre vaut environ $1{,}4\times10^{-3}\,\mathrm{J}$.

A.3. 1 pts

Calcule la vitesse angulaire maximale de la barre.

INDICE

Outil : la conservation de l'énergie mécanique jusqu'au passage par la position du fil non tordu.

CORRIGÉ

Passage par $\theta = 0$. $E_{pt} = 0$, donc $\dfrac{1}{2} J_\Delta \left(\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)^2_{\max} = \dfrac{1}{2} C\, \theta_m^2$:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)_{\max} &= \theta_m \sqrt{\frac{C}{J_\Delta}} \\ &= 0{,}60 \times \sqrt{2{,}5} \\ &\approx 0{,}95\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}} \end{aligned}$$

Conclusion. La vitesse angulaire maximale de la barre vaut environ $0{,}95\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$.

A.4. 0,75 pts

Calcule le travail du couple de torsion quand la barre passe de θ_m à $\dfrac{\theta_m}{2}$. Est-il moteur ou résistant ?

INDICE

Outil : le travail du couple de torsion entre deux abscisses angulaires.

CORRIGÉ

Calcul.

$$\begin{aligned} W_{1\to 2} &= \frac{1}{2} C \left(\theta_1^2 - \theta_2^2\right) \\ &= \frac{1}{2} \times 8{,}0 \times 10^{-3} \\ &\quad \times \left(0{,}60^2 - 0{,}30^2\right) \\ &\approx 1{,}1 \times 10^{-3}\ \mathrm{J} \end{aligned}$$

Conclusion. Ce travail vaut environ $1{,}1 \times 10^{-3}\ \mathrm{J}$: il est moteur, car le fil se détord.

B.1. `0,75 pts`

Partie B : anneau pesant.

Un anneau métallique de masse $m = 0{,}240\,\mathrm{kg}$ et de rayon $R = 0{,}150\,\mathrm{m}$ est accroché par un point de sa circonférence à un axe horizontal Δ. Son centre d'inertie est le centre de l'anneau, à la distance $d = R$ de l'axe, et $J_\Delta = 2\,m\,R^2$.

Écris l'énergie potentielle de pesanteur de l'anneau en fonction de son abscisse angulaire θ, avec sa référence, puis son approximation pour de faibles oscillations.

INDICE

Outil : la hauteur du centre d'inertie au-dessus de sa position d'équilibre, puis l'approximation des petits angles.

CORRIGÉ

Expression. Référence : $E_{pp} = 0$ à la position d'équilibre stable.

$$E_{pp} = m\,g\,R\,(1 - \cos\theta)$$

Approximation. Pour θ petit, en radians, $1 - \cos\theta \approx \dfrac{\theta^2}{2}$:

$$E_{pp} \approx \frac{1}{2}\,m\,g\,R\,\theta^2$$

Conclusion. $E_{pp} = m\,g\,R\,(1 - \cos\theta)$, nulle à l'équilibre, approchée par $\dfrac{1}{2}\,m\,g\,R\,\theta^2$ aux petits angles.

B.2. 0,5 pts

Le document est le diagramme d'énergie de l'anneau : énergie potentielle de pesanteur en fonction de θ, en degrés, et énergie mécanique. Lis l'amplitude angulaire θ_m.

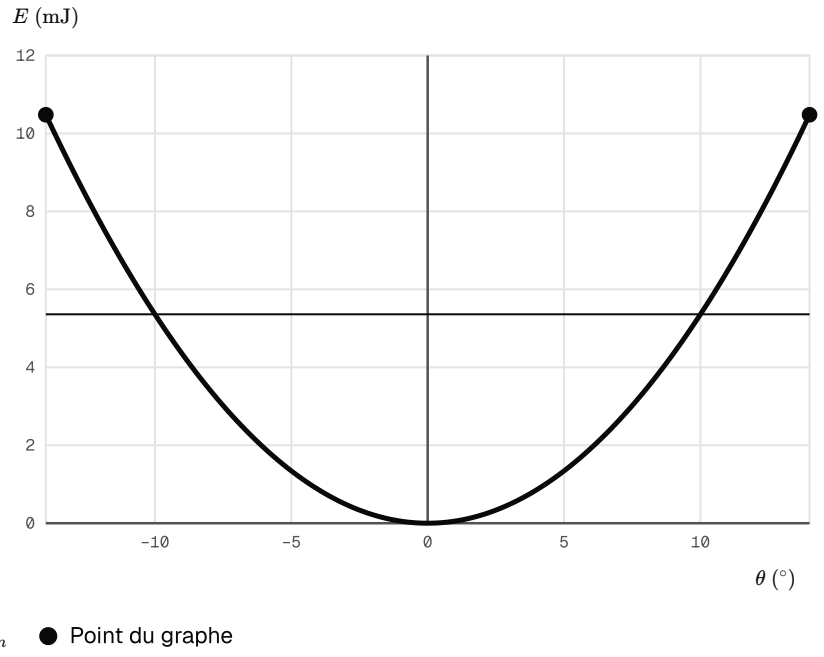


Diagramme d'énergie de l'anneau pesant

INDICE

Outil : les intersections de la droite de l'énergie mécanique et de la courbe de l'énergie potentielle.

CORRIGÉ

Lecture. La droite de l'énergie mécanique coupe la courbe en $\theta \approx -10^\circ$ et $\theta \approx 10^\circ$.

Conclusion. L'amplitude angulaire de l'anneau vaut $\theta_m \approx 10^\circ$.

B.3. 1,25 pts

Calcule l'énergie mécanique avec l'expression exacte, puis avec l'approximation. Montre que l'écart relatif entre les deux est inférieur à $0{,}5\,\%$.

INDICE

Outil : l'énergie à la position extrême, l'angle converti en radians pour l'approximation.

CORRIGÉ

Expression exacte. $m\,g\,R \approx 0{,}3528\,\mathrm{J}$:

$$\begin{aligned} E_m &= m\,g\,R\,(1-\cos 10^\circ) \\ &\approx 5{,}36\times 10^{-3}\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

Approximation. $\theta_m = 10\times\dfrac{\pi}{180} \approx 0{,}175\,\mathrm{rad}$:

$$\begin{aligned} E_m &\approx \frac{1}{2}\,m\,g\,R\,\theta_m^2 \\ &\approx 5{,}37\times 10^{-3}\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

Écart relatif. $\dfrac{5{,}373-5{,}360}{5{,}360} \approx 0{,}25\,\%$.

Conclusion. Les deux valeurs diffèrent d'environ $0{,}25\,\%$, moins de $0{,}5\,\%$: l'approximation des faibles oscillations convient à 10°.

B.4. 1 pts

Calcule la vitesse angulaire de l'anneau au passage par la position d'équilibre, puis la vitesse de son centre d'inertie.

INDICE

Outil : la conservation de l'énergie mécanique, puis le lien entre vitesse d'un point et vitesse angulaire.

CORRIGÉ

Moment d'inertie. $J_\Delta = 2\times 0{,}240\times 0{,}150^2 \approx 0{,}0108\,\mathrm{kg\cdot m^2}$.

Vitesse angulaire. À l'équilibre, $E_{pp}=0$ et toute l'énergie est cinétique :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)_{\max} &= \sqrt{\frac{2\,E_m}{J_\Delta}} \\ &\approx 1{,}0\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}} \end{aligned}$$

Centre d'inertie. $v_G = d\left(\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)_{\max} \approx 0{,}150\times 1{,}0 \approx 0{,}15\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Conclusion. Au passage par l'équilibre, l'anneau tourne à environ $1{,}0\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$ et son centre d'inertie se déplace à environ $0{,}15\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Exercice 5 6 pts

TP : raideur d'un ressort, puis énergies d'un mobile

En TP, on étudie un ressort, puis un oscillateur construit avec lui. On prend $g = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

A.1. 1 pts

Partie A : mesure de la raideur.

Propose un montage et un protocole pour mesurer la raideur K du ressort avec des masses marquées et une règle.

INDICE

Outil : la condition d'équilibre d'une masse suspendue au ressort.

CORRIGÉ

Montage. On suspend le ressort verticalement à une potence ; une règle verticale, fixée à côté, repère son extrémité inférieure.

Protocole. On note la position de l'extrémité sans masse. On accroche successivement plusieurs masses marquées m et on mesure, à l'équilibre, chaque allongement $\Delta\ell_0$.

Exploitation. On calcule $m\,g$ pour chaque masse et on trace $m\,g$ en fonction de $\Delta\ell_0$: le coefficient directeur de la droite obtenue est K.

Conclusion. La raideur se mesure par l'allongement à l'équilibre sous plusieurs masses connues, puis par la pente de la droite $m\,g$ en fonction de $\Delta\ell_0$.

A.2. 0,5 pts

Une masse m est suspendue au ressort, immobile. Montre que l'allongement à l'équilibre vaut $\Delta\ell_0 = \dfrac{m\,g}{K}$.

INDICE

Outil : la condition d'équilibre d'un solide soumis à deux forces.

CORRIGÉ

Forces. Dans le référentiel terrestre supposé galiléen, la masse subit son poids, de valeur $m\,g$, vers le bas, et la force du ressort, de valeur $K\,\Delta\ell_0$, vers le haut.

Équilibre. Les deux forces se compensent : $K\,\Delta\ell_0 = m\,g$.

Conclusion. L'allongement à l'équilibre vaut $\Delta\ell_0 = \dfrac{m\,g}{K}$.

A.3. 0,75 pts

Le tableau donne les mesures d'un groupe. Détermine K.

m (kg)	$\Delta\ell_0$ (cm)
$0{,}050$	$1{,}6$
$0{,}100$	$3{,}3$
$0{,}150$	$4{,}9$
$0{,}200$	$6{,}5$
$0{,}250$	$8{,}2$

INDICE

Outil : le rapport $\dfrac{m\,g}{\Delta\ell_0}$ pour chaque ligne, ou la pente d'une droite.

CORRIGÉ

Rapports. Pour la troisième ligne :

$$\begin{aligned} K &= \frac{m\,g}{\Delta\ell_0} \\ &= \frac{0{,}150 \times 9{,}80}{0{,}049} \\ &= 30\,\mathrm{N\cdot m^{-1}} \end{aligned}$$

Les autres lignes donnent des valeurs voisines, entre $29{,}7$ et $30{,}6\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$.

Conclusion. La raideur du ressort vaut environ $K = 30\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$.

A.4. 0,75 pts

Calcule l'énergie potentielle élastique du ressort pour la dernière ligne du tableau (référence : ressort à vide).

INDICE

Outil : l'énergie potentielle élastique avec l'allongement en mètres.

CORRIGÉ

Calcul. $\Delta\ell_0 = 0{,}082\,\mathrm{m}$:

$$\begin{aligned} E_{pe} &= \frac{1}{2}\,K\,\Delta\ell_0^{2} \\ &= \frac{1}{2} \times 30 \times 0{,}082^{2} \\ &\approx 0{,}10\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

Conclusion. Pour la dernière ligne, le ressort stocke environ $0{,}10\,\mathrm{J}$.

B.1. `0,75 pts`

Partie B : énergies mesurées.

Un ressort de raideur $K = 30{,}0\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$, valeur donnée par le fabricant, est maintenant horizontal, attaché à un mobile à roues de masse $m = 0{,}450\,\mathrm{kg}$ qui roule sur un rail rectiligne horizontal. Un capteur de position à ultrasons suit l'abscisse x du mobile, comptée depuis le ressort à vide ; le logiciel en déduit sa vitesse v. À $t = 0{,}30\,\mathrm{s}$, il affiche $x = -5{,}39\,\mathrm{cm}$ et $v = -0{,}359\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Calcule E_{pe}, E_c et E_m à cet instant, avec la référence au ressort à vide.

INDICE

Outil : les deux énergies du système solide-ressort horizontal, les longueurs en mètres.

CORRIGÉ

Énergie potentielle élastique.

$$E_{pe} = \frac{1}{2}\,K\,x^2 \approx 43{,}6\,\mathrm{mJ}$$

Énergie cinétique.

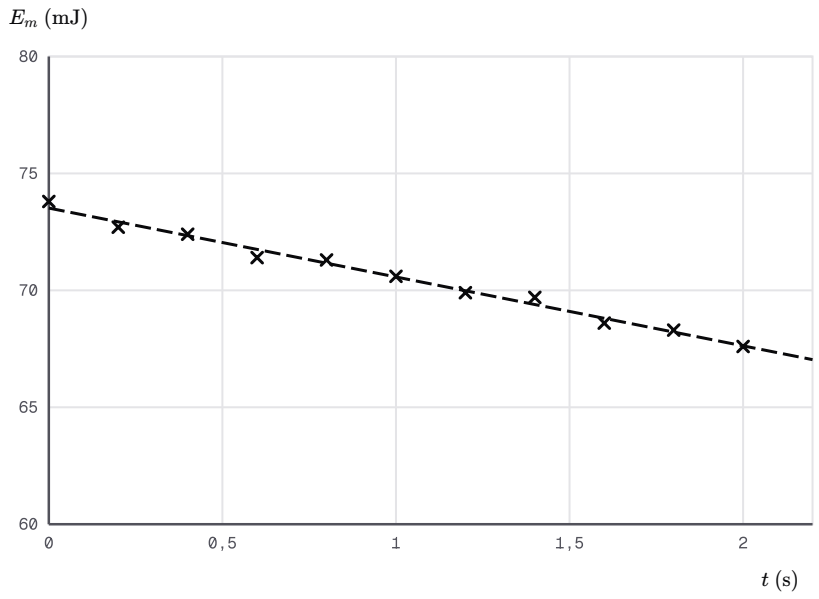
$$E_c = \frac{1}{2}\,m\,v^2 \approx 29{,}0\,\mathrm{mJ}$$

Énergie mécanique. $E_m = E_{pe} + E_c \approx 72{,}6\,\mathrm{mJ}$.

Conclusion. À $t = 0{,}30\,\mathrm{s}$, $E_{pe} \approx 43{,}6\,\mathrm{mJ}$, $E_c \approx 29{,}0\,\mathrm{mJ}$ et $E_m \approx 72{,}6\,\mathrm{mJ}$.

B.2. 0,75 pts

Le document donne l'énergie mécanique calculée toutes les $0{,}20\,\text{s}$, avec sa droite de modélisation, d'équation $E_m = 73{,}5 - 2{,}95\,t$ (E_m en mJ, t en s). Exploite cette équation pour obtenir E_m à $t = 0$ et à $t = 2{,}0\,\text{s}$, puis calcule la perte relative.



Énergie mécanique du mobile au cours du temps, mesures et modélisation

INDICE

Outil : une perte relative rapporte la diminution à la valeur de départ.

CORRIGÉ

Équation. À $t = 0$, $E_m(0) = 73{,}5\,\text{mJ}$. À $t = 2{,}0\,\text{s}$:

$$\begin{aligned} E_m &= 73{,}5 - 2{,}95 \times 2{,}0 \\ &= 67{,}6\,\text{mJ} \end{aligned}$$

Perte relative.

$$\begin{aligned} &\frac{73{,}5 - 67{,}6}{73{,}5} \\ &\approx 8\,\% \end{aligned}$$

Conclusion. En $2{,}0\,\text{s}$, l'énergie mécanique du mobile diminue d'environ $8\,\%$.

B.3. 0,5 pts

Propose une cause de cette diminution et une modification du dispositif qui la réduirait.

INDICE

Outil : la condition de conservation de l'énergie mécanique.

CORRIGÉ

Cause. Les frottements des roues sur le rail, dans leurs axes, et l'air freinent le mobile : leur travail est négatif.

Amélioration. On peut graisser les axes des roues, ou remplacer le mobile à roues par un mobile qui glisse sur un rail à très faible frottement.

Conclusion. La diminution vient des frottements ; un dispositif qui les réduit rapprocherait l'énergie mécanique d'une valeur constante.

B.4. 1 pts

Déduis-en le travail des forces de frottement entre $t = 0$ et $t = 2{,}0\,\text{s}$. Si la décroissance garde la même allure, quelle énergie mécanique peut-on prévoir à $t = 4{,}0\,\text{s}$?

INDICE

Outil : la variation de l'énergie mécanique et le prolongement de la droite de modélisation.

CORRIGÉ

Travail. $W(\vec{f}) = \Delta E_m = 67{,}6 - 73{,}5 = -5{,}9\,\text{mJ}$.

Prévision. La droite perd $5{,}9\,\text{mJ}$ toutes les $2{,}0\,\text{s}$. En la prolongeant :

$$\begin{aligned} &E_m(4{,}0\,\text{s}) \\ &= 73{,}5 - 2{,}95 \times 4{,}0 \\ &\approx 62\,\text{mJ} \end{aligned}$$

Conclusion. Le travail des frottements vaut environ $-5{,}9\,\text{mJ}$ en $2{,}0\,\text{s}$, et l'on peut prévoir $E_m \approx 62\,\text{mJ}$ à $t = 4{,}0\,\text{s}$.