BURHAN

Aspects énergétiques des oscillations mécaniques : exercices, application

2ème Année Baccalauréat · Sciences Physiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/pc/physique-chimie/aspects-energetiques-des-oscillations-mecaniques/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Aspects énergétiques des oscillations mécaniques	Application	8

Exercice 1

Ferme-porte : signe du travail du ressort

Le ferme-porte d'un placard contient un ressort horizontal de raideur $K = 120\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$, de masse négligeable. Il est lié à un piston qui glisse le long d'un axe $(O;\vec{i})$ orienté dans le sens de l'étirement. L'origine O est la position du piston quand le ressort n'est pas déformé.

1.

À l'ouverture, le piston passe de $x_A = 3{,}0\,\mathrm{cm}$ à $x_B = 7{,}0\,\mathrm{cm}$. Calcule le travail de la force exercée par le ressort sur le piston. Est-il moteur ou résistant ?

INDICE

Outil : le travail de la force de rappel d'un ressort ne dépend que des abscisses de départ et d'arrivée, écrites en mètres.

CORRIGÉ

Relation. D'après le travail de la force de rappel d'un ressort :

$$\begin{aligned} W_{A\to B}(\vec{F}) &= \frac{1}{2}K\left(x_A^2 - x_B^2\right) \\ &= \frac{1}{2}\times 120 \\ &\quad \times \left(0{,}030^2 - 0{,}070^2\right) \\ &= -0{,}24\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

Conclusion. Le travail de la force exercée par le ressort vaut $-0{,}24\,\mathrm{J}$: il est résistant, car $|x_B| > |x_A|$, le piston finit plus loin de O qu'au départ.

2.

À la fermeture, le piston va de $x_B = 7{,}0\,\mathrm{cm}$ à $x_C = 1{,}0\,\mathrm{cm}$. Calcule le travail de la force de rappel et donne sa nature.

INDICE

Outil : la même relation, avec cette fois x_B comme abscisse de départ ; compare les distances à O.

CORRIGÉ

Calcul.

$$\begin{aligned} W_{B\to C}(\vec{F}) &= \frac{1}{2}\times 120 \\ &\quad \times \left(0{,}070^2 - 0{,}010^2\right) \\ &= 0{,}29\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

Conclusion. Ce travail vaut $0{,}29\,\mathrm{J}$: il est moteur, car $|x_C| < |x_B|$, le piston finit plus près de O qu'au départ.

3.

Retrouve le travail calculé à la question 1 à partir des énergies potentielles élastiques du ressort en A et en B, avec la référence au ressort non déformé.

INDICE

Outil : le lien entre le travail de la force de rappel et la variation de l'énergie potentielle élastique.

CORRIGÉ

Énergies potentielles.

$$\begin{aligned} E_{pe}(A) &= \frac{1}{2}\,K\,x_A^2 \\ &= \frac{1}{2}\times 120 \times 0{,}030^2 \\ &= 0{,}054\,\text{J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{pe}(B) &= \frac{1}{2}\,K\,x_B^2 \\ &= \frac{1}{2}\times 120 \times 0{,}070^2 \\ &= 0{,}294\,\text{J} \end{aligned}$$

Travail. Le travail de la force de rappel est l'opposé de la variation de l'énergie potentielle élastique :

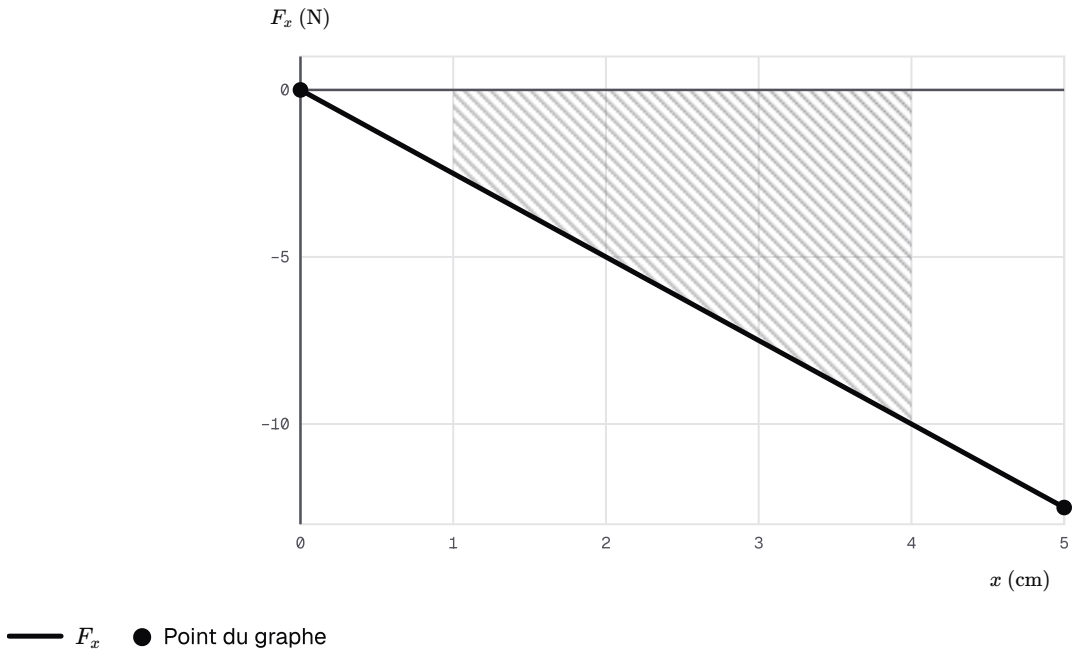
$$\begin{aligned} W_{A\to B}(\vec{F}) &= E_{pe}(A) - E_{pe}(B) \\ &= -0{,}24\,\text{J} \end{aligned}$$

Conclusion. On retrouve $W_{A\to B}(\vec{F}) = -\Delta E_{pe} = -0{,}24\,\text{J}$: l'énergie potentielle élastique augmente de $0{,}24\,\text{J}$ pendant l'ouverture.

Exercice 2

Peson de cuisine : travail lu par une aire

Un peson de cuisine contient un ressort vertical. On repère son extrémité sur un axe $(O;\vec{i})$ vertical orienté vers le bas, d'origine O à la position où le ressort n'est pas déformé : x est l'allongement. Le document donne la coordonnée F_x de la force exercée par le ressort sur le crochet, en fonction de x.



Force exercée par le ressort du peson en fonction de l'allongement

1.

Lis F_x pour $x = 4{,}0\,\text{cm}$ et déduis-en la raideur K du ressort.

INDICE

Outil : la force de rappel est proportionnelle à l'allongement ; convertis les centimètres en mètres.

CORRIGÉ

Lecture. Pour $x = 4{,}0\,\text{cm}$, $F_x \approx -10\,\text{N}$.

Raideur. Comme $F_x = -K\,x$:

$$\begin{aligned} K &= -\frac{F_x}{x} \\ &= \frac{10\,\text{N}}{0{,}040\,\text{m}} \\ &= 2{,}5 \times 10^{2}\,\text{N}\cdot\text{m}^{-1} \end{aligned}$$

Conclusion. La raideur du ressort du peson vaut $K = 2{,}5 \times 10^{2}\,\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$.

2.

Calcule, par l'aire du domaine hachuré, le travail de cette force quand l'allongement passe de $1{,}0\,\text{cm}$ à $4{,}0\,\text{cm}$. Contrôle le résultat par la relation du cours.

INDICE

Outil : le domaine est un trapèze ; son aire se compte négativement si la force s'oppose au déplacement.

CORRIGÉ

Trapèze. Bases $2{,}5\,\text{N}$ et $10\,\text{N}$, hauteur $3{,}0\,\text{cm} = 0{,}030\,\text{m}$:

$$\mathcal{A} = \frac{(2{,}5 + 10) \times 0{,}030}{2}$$
$$\approx 0{,}19\,\text{J}$$

Signe. F_x est négative alors que l'allongement augmente : $W \approx -0{,}19\,\text{J}$.

Contrôle. $\frac{1}{2} \times 250 \times \left(0{,}010^2 - 0{,}040^2\right) \approx -0{,}19\,\text{J}$.

Conclusion. Le travail de la force exercée par le ressort vaut environ $-0{,}19\,\text{J}$: il est résistant.

Exercice 3

Butoir de wagonnets : énergie stockée

Sur un circuit de wagonnets miniatures, un butoir contient un ressort de raideur $K = 480\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$. Un wagonnet qui arrive le comprime de $25\,\mathrm{mm}$ avant de s'arrêter.

1.

Calcule l'énergie potentielle élastique du ressort à cet instant, en joules puis en millijoules. Précise la référence choisie.

INDICE

Outil : l'énergie potentielle élastique dépend du carré de l'allongement, en mètres ; l'allongement d'un ressort comprimé est négatif.

CORRIGÉ

Conversion. $\Delta\ell = -25\,\mathrm{mm} = -0{,}025\,\mathrm{m}$.

Énergie. Référence : $E_{pe} = 0$ pour le ressort non déformé.

$$\begin{aligned} E_{pe} &= \frac{1}{2}\,K\,\Delta\ell^{2} \\ &= \frac{1}{2}\times 480 \times (-0{,}025)^{2} \\ &= 0{,}15\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

Conclusion. Le ressort comprimé stocke $E_{pe} = 0{,}15\,\mathrm{J}$, soit $1{,}5\times 10^{2}\,\mathrm{mJ}$, avec la référence au ressort non déformé.

2.

Un wagonnet plus rapide comprime le ressort deux fois plus. Par quel facteur l'énergie stockée est-elle multipliée ? Donne sa valeur.

INDICE

Outil : regarde comment l'énergie potentielle élastique dépend de l'allongement.

CORRIGÉ

Facteur. E_{pe} est proportionnelle à $\Delta\ell^{2}$: doubler l'allongement multiplie l'énergie par $2^{2} = 4$.

Valeur. $E'_{pe} = 4\times 0{,}15\,\mathrm{J} = 0{,}60\,\mathrm{J}$.

Conclusion. L'énergie stockée est multipliée par 4 et vaut $0{,}60\,\mathrm{J}$, si le ressort reste dans son domaine d'élasticité.

Exercice 4

Capteur d'accélération : énergie mécanique à un instant

Dans un capteur d'accélération, une petite masse $m = 0{,}060\,\mathrm{kg}$ glisse sans frottement sur un guide horizontal. Elle est liée à un ressort horizontal de raideur $K = 160\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$. Son abscisse x est repérée sur un axe horizontal orienté vers la droite, d'origine la position où le ressort n'est pas déformé. À un instant, $x = 2{,}0\,\mathrm{mm}$ et $v = 0{,}12\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

1.

Calcule l'énergie cinétique de la masse et l'énergie potentielle élastique du ressort à cet instant. Précise la référence de l'énergie potentielle.

INDICE

Outil : l'énergie cinétique de translation et l'énergie potentielle élastique ; convertis les millimètres en mètres.

CORRIGÉ

Énergie cinétique.

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2}\,m\,v^2 \\ &= \frac{1}{2}\times 0{,}060 \times 0{,}12^2 \\ &= 4{,}3\times 10^{-4}\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

Énergie potentielle élastique. Référence : ressort non déformé ; $x = 2{,}0\times 10^{-3}\,\mathrm{m}$.

$$\begin{aligned} E_{pe} &= \frac{1}{2}\,K\,x^2 \\ &= \frac{1}{2}\times 160 \\ &\quad \times \left(2{,}0\times 10^{-3}\right)^2 \\ &= 3{,}2\times 10^{-4}\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

Conclusion. À cet instant, $E_c = 4{,}3\times 10^{-4}\,\mathrm{J}$ et $E_{pe} = 3{,}2\times 10^{-4}\,\mathrm{J}$, avec la référence au ressort non déformé.

2.

Déduis-en l'énergie mécanique du système, en prenant l'énergie potentielle de pesanteur nulle dans le plan du guide.

INDICE

Outil : la définition de l'énergie mécanique d'un système solide-ressort ; garde les valeurs non arrondies.

CORRIGÉ

Somme. Le guide est horizontal : E_{pp} reste nulle. En millijoules, $E_c = 0{,}432\,\text{mJ}$ et $E_{pe} = 0{,}32\,\text{mJ}$.

$$\begin{aligned} E_m &= E_c + E_{pe} \\ &= (0{,}432 + 0{,}32)\,\text{mJ} \\ &= 0{,}75\,\text{mJ} \end{aligned}$$

Conclusion. L'énergie mécanique du système vaut $0{,}75\,\text{mJ}$, soit $7{,}5 \times 10^{-4}\,\text{J}$.

Exercice 5

Sismographe : lecture d'un diagramme d'énergie

Un sismographe horizontal de démonstration contient une masse $m = 0{,}15\,\mathrm{kg}$ liée à un ressort horizontal ; les frottements sont négligeables. L'abscisse x de la masse est repérée depuis la position où le ressort n'est pas déformé. Le document est son diagramme d'énergie : l'énergie potentielle élastique (référence : ressort non déformé) et l'énergie mécanique.

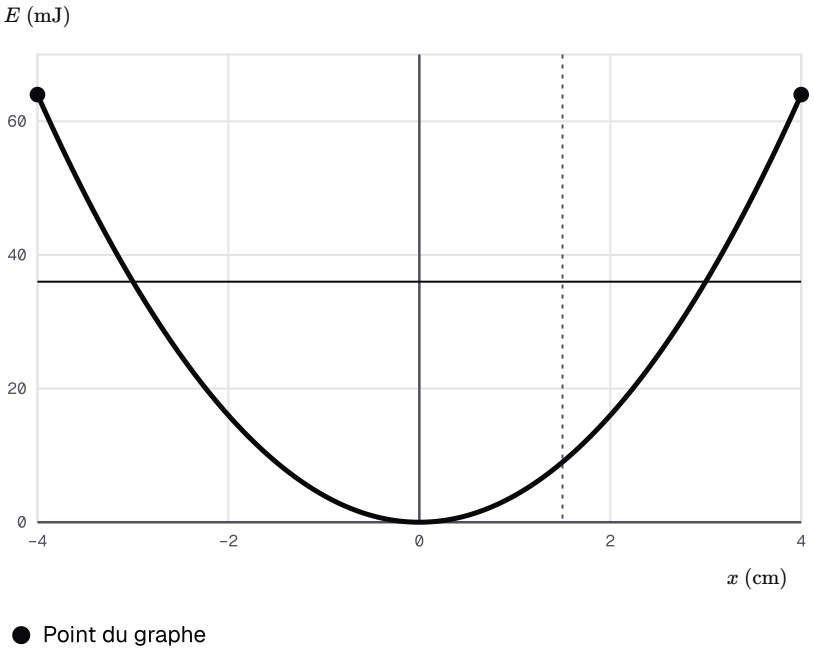


Diagramme d'énergie de la masse du sismographe

1.

Lis sur le diagramme l'énergie mécanique et les positions extrêmes de la masse. Quelle est l'amplitude des oscillations ?

INDICE

Outil : aux positions extrêmes, la vitesse est nulle : toute l'énergie mécanique est potentielle.

CORRIGÉ

Énergie mécanique. La droite horizontale donne $E_m \approx 36\,\mathrm{mJ}$.

Positions extrêmes. La droite coupe la parabole en $x \approx -3{,}0\,\mathrm{cm}$ et en $x \approx 3{,}0\,\mathrm{cm}$.

Conclusion. L'énergie mécanique vaut environ $36\,\mathrm{mJ}$ et l'amplitude des oscillations vaut $x_m \approx 3{,}0\,\mathrm{cm}$.

2.

Lis l'énergie potentielle en $x = 1{,}5\,\text{cm}$ et déduis-en l'énergie cinétique de la masse à cette position.

INDICE

Outil : l'énergie cinétique se lit comme un écart vertical entre deux tracés du diagramme.

CORRIGÉ

Lecture. En $x = 1{,}5\,\text{cm}$, la parabole vaut $E_{pe} \approx 9{,}0\,\text{mJ}$.

Énergie cinétique.

$$E_c = E_m - E_{pe} \approx 27\,\text{mJ}$$

Conclusion. En $x = 1{,}5\,\text{cm}$, l'énergie cinétique de la masse vaut environ $27\,\text{mJ}$.

3.

Calcule la vitesse de la masse à cette position.

INDICE

Outil : l'expression de l'énergie cinétique de translation, avec l'énergie en joules.

CORRIGÉ

Vitesse. $E_c \approx 0{,}027\,\text{J}$:

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2\,E_c}{m}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times 0{,}027}{0{,}15}} \\ &\approx 0{,}60\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

Conclusion. En $x = 1{,}5\,\text{cm}$, la masse se déplace à environ $0{,}60\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Exercice 6

Galvanomètre : énergie de torsion et travail du couple

L'aiguille d'un galvanomètre de démonstration est portée par un fil de torsion de constante $C = 5{,}0 \times 10^{-4}\,\mathrm{N\cdot m\cdot rad^{-1}}$. Son abscisse angulaire θ est nulle lorsque le fil n'est pas tordu. Un courant fait tourner l'aiguille de $\theta = 0$ à $\theta = 18^\circ$.

1.

Convertis l'angle final en radians, puis calcule l'énergie potentielle de torsion du fil à cette position. Précise la référence.

INDICE

Outil : la conversion des degrés en radians, puis l'énergie potentielle de torsion.

CORRIGÉ

Conversion.

$$\theta = 18 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{10} \approx 0{,}314\,\mathrm{rad}$$

Énergie. Référence : fil non tordu.

$$E_{pt} = \frac{1}{2}\,C\,\theta^2 = \frac{1}{2} \times 5{,}0 \times 10^{-4} \times \left(\frac{\pi}{10}\right)^2 \approx 2{,}5 \times 10^{-5}\,\mathrm{J}$$

Conclusion. Pour $\theta = 18^\circ$, soit environ $0{,}314\,\mathrm{rad}$, le fil stocke $E_{pt} \approx 2{,}5 \times 10^{-5}\,\mathrm{J}$, avec la référence au fil non tordu.

2.

Déduis-en le travail du couple de torsion pendant cette rotation. Est-il moteur ou résistant ?

INDICE

Outil : la relation entre le travail du couple de torsion et la variation de l'énergie potentielle de torsion.

CORRIGÉ

Relation. $W_{1\to 2} = E_{pt}(\theta_1) - E_{pt}(\theta_2)$, avec $E_{pt}(0) = 0$:

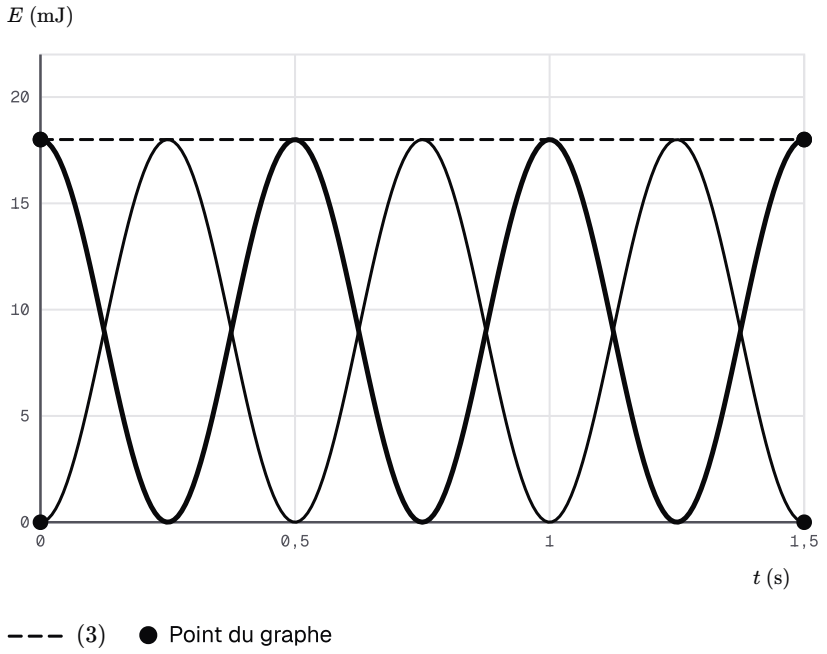
$$W_{1\to 2} \approx -2{,}5 \times 10^{-5}\,\mathrm{J}$$

Conclusion. Le travail du couple de torsion vaut environ $-2{,}5 \times 10^{-5}\,\mathrm{J}$: il est résistant, car le fil se tord davantage.

Exercice 7

Maquette de tour : courbes des énergies enregistrées

Au sommet d'une maquette de tour, une masse $m = 0{,}80\,\text{kg}$ glisse sans frottement sur un rail horizontal, liée à un ressort : cette maquette sert à étudier les balancements de la tour. Un capteur enregistre sa position. Un logiciel calcule trois énergies en fonction du temps : cinétique, potentielle élastique (référence : ressort non déformé) et mécanique. La masse est lâchée sans vitesse à $t = 0$.



Énergies de la masse de la maquette calculées par le logiciel

1.

Associe chaque courbe à une énergie. Justifie.

INDICE

Outil : l'état de la masse à $t = 0$ (position, vitesse) et le rôle des frottements.

CORRIGÉ

Courbe (3). Elle est constante : c'est l'énergie mécanique, qui se conserve sans frottement.

Courbe (1). À $t = 0$, la masse est lâchée sans vitesse à une position extrême : son énergie potentielle est maximale. La courbe (1) est E_{pe}.

Courbe (2). Elle est nulle à $t = 0$: c'est E_c. À chaque instant, $E_c + E_{pe} = E_m$.

Conclusion. La courbe (1) représente l'énergie potentielle élastique, la courbe (2) l'énergie cinétique et la courbe (3) l'énergie mécanique.

2.

Mesure sur le document la période des énergies, puis déduis-en la période propre T_0 des oscillations.

INDICE

Outil : en une période propre, la masse passe deux fois par une position extrême.

CORRIGÉ

Lecture. Deux maximums successifs de la courbe (1), en $t = 0$ et en $t \approx 0{,}50\,\mathrm{s}$, sont séparés de $0{,}50\,\mathrm{s}$.

Période propre. Les énergies ont pour période $\dfrac{T_0}{2}$:

$$T_0 \approx 2 \times 0{,}50\,\mathrm{s} = 1{,}0\,\mathrm{s}$$

Conclusion. La période propre des oscillations vaut $T_0 \approx 1{,}0\,\mathrm{s}$.

3.

Lis l'énergie mécanique et calcule la vitesse maximale de la masse.

INDICE

Outil : au passage par l'équilibre, l'énergie potentielle élastique est nulle.

CORRIGÉ

Lecture. $E_m \approx 18\,\mathrm{mJ} = 0{,}018\,\mathrm{J}$.

Vitesse maximale.

$$\begin{aligned} v_m &= \sqrt{\frac{2\,E_m}{m}} \\ &\approx \sqrt{\frac{2 \times 0{,}018}{0{,}80}} \\ &\approx 0{,}21\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} \end{aligned}$$

Conclusion. La vitesse maximale de la masse vaut environ $0{,}21\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Exercice 8

Pendule de laboratoire : énergie pour un petit angle

Un pendule simple de laboratoire est formé d'une petite bille de masse $m = 0{,}120\,\mathrm{kg}$ suspendue à un fil de longueur $L = 0{,}80\,\mathrm{m}$, de masse négligeable. On l'écarte de $\theta_m = 6{,}0^\circ$ de sa position d'équilibre et on le lâche sans vitesse ; les frottements sont négligeables. Pour ce pendule, $d = L$ et $J_\Delta = m\,L^2$. On prend $g = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1.

Convertis θ_m en radians, puis calcule l'énergie mécanique du pendule avec l'approximation des faibles oscillations. Précise la référence.

INDICE

Outil : l'énergie potentielle de pesanteur d'un pendule pesant pour un petit angle, à la position extrême où la vitesse est nulle.

CORRIGÉ

Conversion. $\theta_m = 6{,}0 \times \dfrac{\pi}{180} \approx 0{,}105\,\mathrm{rad}$.

Énergie mécanique. Référence : $E_{pp} = 0$ à l'équilibre. À la position extrême, $E_c = 0$:

$$\begin{aligned} E_m &\approx \frac{1}{2}\,m\,g\,L\,\theta_m^2 \\ &\approx \frac{1}{2} \times 0{,}120 \times 9{,}80 \\ &\quad \times 0{,}80 \times 0{,}105^2 \\ &\approx 5{,}2 \times 10^{-3}\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

Conclusion. L'énergie mécanique du pendule vaut environ $5{,}2 \times 10^{-3}\,\mathrm{J}$, avec la référence à la position d'équilibre.

2.

Calcule la vitesse de la bille quand le pendule passe par sa position d'équilibre.

INDICE

Outil : la conservation de l'énergie mécanique entre la position extrême et la position d'équilibre.

CORRIGÉ

Bilan. Sans frottement, E_m se conserve. À l'équilibre, $E_{pp} = 0$, donc $E_c = E_m$. Ici $E_c = \dfrac{1}{2}\,m\,L^2\left(\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)^2 = \dfrac{1}{2}\,m\,v^2$, car $v = L\,\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$.

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2\,E_m}{m}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times 5{,}16 \times 10^{-3}}{0{,}120}} \\ &\approx 0{,}29\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} \end{aligned}$$

Conclusion. Au passage par l'équilibre, la bille se déplace à environ $0{,}29\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.