BURHAN

Vecteurs et translation : exercices, niveau examen

2ème Année Collège · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/vecteurs-et-translation/exercices/examen

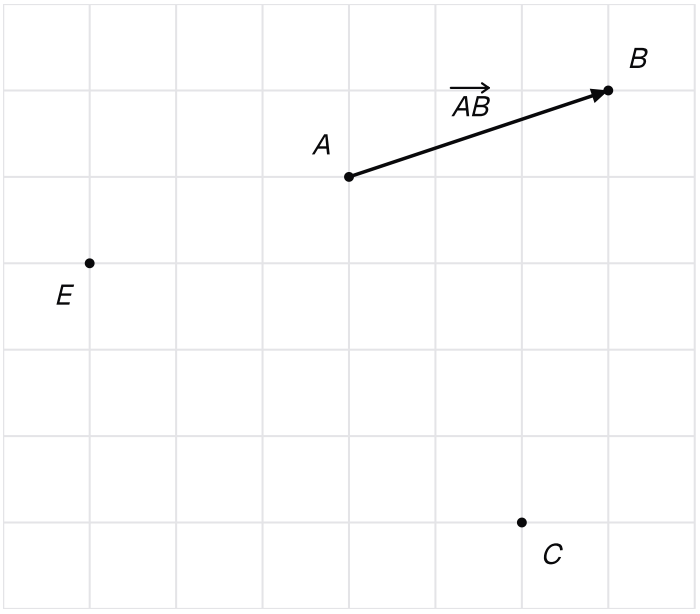
Chapitre	Palier	Exercices
Vecteurs et translation	Niveau examen	5

Exercice 1 — 5 pts

Une vitre de vitrine qui coulisse

Dans une boutique, une vitre coulisse : chacun de ses points glisse selon la translation qui transforme A en B. On travaille sur un quadrillage, à reproduire sur ta copie. Le point A est un nœud du quadrillage, c'est-à-dire un croisement de deux lignes.

- B est à 3 carreaux vers la droite et 1 vers le haut de A.
- C est à 2 carreaux vers la droite et 4 vers le bas de A.
- E est à 3 carreaux vers la gauche et 1 vers le bas de A.



La vitre coulisse comme de A à B ; les points C et E sont à placer par rapport à A.

1. — 1 pts

Construis le point C', image de C par la translation qui transforme A en B. Décris sa position à partir de C.

INDICE

Outil : l'image C' vérifie $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AB}$.

2. — 1,5 pts

Justifie que le quadrilatère $ABC'C$ est un parallélogramme.

INDICE

Outil : la propriété « image d'un point par une translation ».

Point délicat : vérifie la position de C par rapport à la droite (AB).

3. 1 pts

Quelle est l'image du point E par cette translation ? Justifie.

INDICE

Outil : la propriété « construire un point à partir d'un vecteur ».

4. 1,5 pts

En déduire que $\overrightarrow{EB} = 2\overrightarrow{AB}$.

INDICE

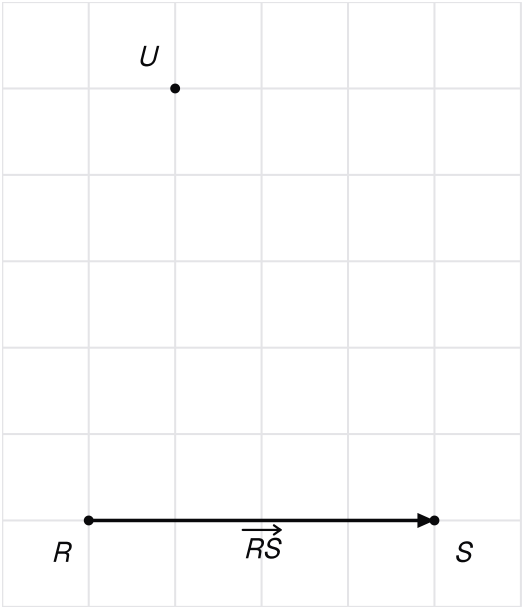
Outil : la relation de Chasles.

Exercice 2 — 4 pts

Réduire des sommes, puis lire un parallélogramme

Sur un quadrillage, à reproduire sur ta copie, on place trois points R, S et U. Place R sur un nœud, là où deux lignes se croisent.

- S est à 4 carreaux vers la droite de R.
- U est à 1 carreau vers la droite et 5 vers le haut de R.



Les trois points R, S et U du quadrillage, avec le vecteur RS horizontal.

1. — 1 pts

Réduis les sommes $\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{SU}$ et $\overrightarrow{UR} + \overrightarrow{RU}$.

INDICE

Outil : la relation de Chasles.

Point délicat : la seconde somme est un vecteur, pas un nombre.

2. — 1,5 pts

On place un point V quelconque. Réduis la somme $\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{SU} + \overrightarrow{UV}$.

INDICE

Outil : la question 1, puis la relation de Chasles.

3. — 0,5 pts

On choisit maintenant V tel que $RSVU$ soit un parallélogramme. Construis V et décris sa position à partir de R.

INDICE

Outil : la propriété « vecteurs égaux et parallélogramme », avec les sommets dans l'ordre.

4. 1 pts

En déduire, à l'aide de la question 2 et de la propriété « somme de deux vecteurs et parallélogramme », que $\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{SU} + \overrightarrow{UV} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{RU}$.

INDICE

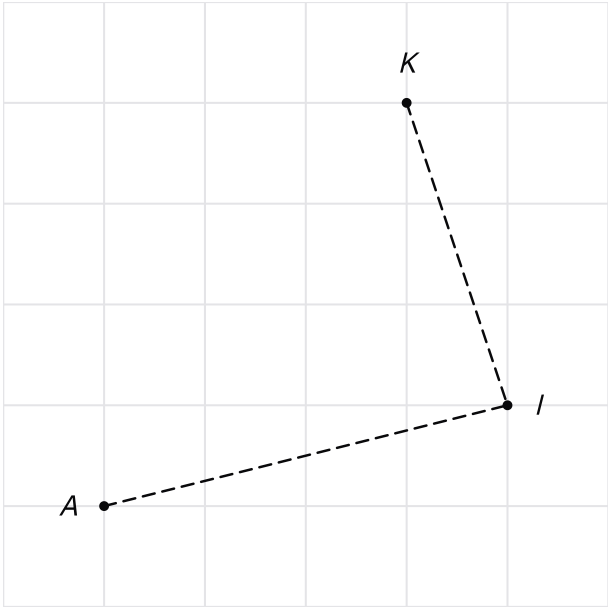
Point délicat : cette propriété demande que R, S et U ne soient pas alignés.

Exercice 3 — 4 pts

Deux symétriques et un parallélogramme

Fais la figure sur ta copie. Les trois points I, A et K sont des nœuds d'un quadrillage, c'est-à-dire des croisements de deux lignes.

- A est à 4 carreaux vers la gauche et 1 vers le bas de I.
- K est à 1 carreau vers la gauche et 3 vers le haut de I.



Les trois nœuds I, A et K, avec A et K reliés au point I.

1. — 1 pts

Le point B est le symétrique de A par rapport à I. Écris l'égalité de vecteurs qui traduit que I est le milieu de $[AB]$, puis construis B.

INDICE

Outil : la propriété « milieu d'un segment ».

2. — 1,5 pts

Construis le point L tel que $\overrightarrow{IL} = \overrightarrow{KI}$. Justifie que I est le milieu de $[KL]$.

INDICE

Début : pars de I et fais le déplacement de K à I.

Ensuite : relis l'égalité dans l'ordre $\overrightarrow{KI} = \overrightarrow{IL}$.

3. 1,5 pts

D'après les questions 1 et 2, les segments $[AB]$ et $[KL]$ ont le même milieu I. En déduire que $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{LB}$, puis que $AKBL$ est un parallélogramme.

INDICE

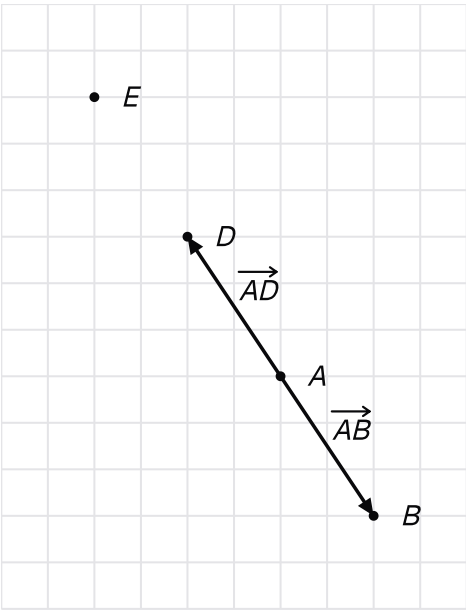
Outil : la propriété « égalité de deux vecteurs et diagonales », puis la propriété « vecteurs égaux et parallélogramme ».

Exercice 4 — 5 pts

Un pion qui avance et recule

Sur le plateau quadrillé d'un jeu de société, un pion se déplace en ligne droite d'un nœud à un autre, c'est-à-dire d'un croisement de deux lignes à un autre. Reproduis la figure sur ta copie.

- B est à 2 carreaux vers la droite et 3 vers le bas de A.
- D est à 2 carreaux vers la gauche et 3 vers le haut de A.
- E est à 4 carreaux vers la gauche et 6 vers le haut de A.



Le plateau de jeu : depuis A, la flèche vers B descend et la flèche vers D monte ; E est plus haut encore.

1. — 1 pts

Compare les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$: direction, sens et longueur. Écris $\overrightarrow{AD}$ à l'aide du vecteur $\overrightarrow{BA}$, puis à l'aide de $\overrightarrow{AB}$.

INDICE

Outil : la définition de deux vecteurs opposés.

Point délicat : lis chaque vecteur de son origine vers son extrémité.

2. — 1,5 pts

En déduire que A est le milieu de $[BD]$, puis que D est le symétrique de B par rapport à A.

INDICE

Outil : la propriété « milieu d'un segment », avec l'égalité $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AD}$.

3. 1,5 pts

Compte le déplacement de D à E. En déduire que $\overrightarrow{AE} = -2\overrightarrow{AB}$.

INDICE

Début : compare le déplacement de D à E à celui de A à D.

Ensuite : la relation de Chasles, puis la question 1.

4. 1 pts

Le pion va maintenant de B à E en ligne droite. Écris $\overrightarrow{BE}$ avec un entier devant le vecteur $\overrightarrow{BA}$, puis contrôle ton résultat en comptant les carreaux.

INDICE

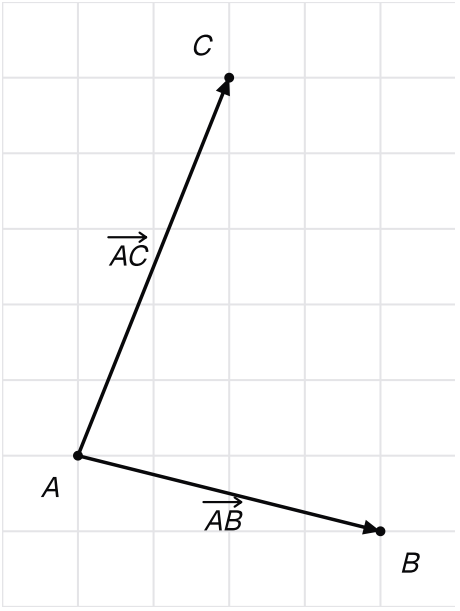
Outil : la relation de Chasles en passant par A, puis la question 3.

Exercice 5 4 pts

Deux vecteurs de même origine et un milieu

Sur le plan quadrillé d'une place, trois lampadaires sont placés aux points A, B et C. On veut installer un kiosque. Fais la figure sur ta copie, en plaçant A là où deux lignes du quadrillage se coupent.

- B est à 4 carreaux vers la droite et 1 vers le bas de A.
- C est à 2 carreaux vers la droite et 5 vers le haut de A.



Les trois lampadaires A, B et C de la place, avec les vecteurs AB et AC qui partent de A.

1. 0,5 pts

Construis le point D tel que $ABDC$ soit un parallélogramme. Décris sa position à partir de A.

INDICE

Outil : la propriété « vecteurs égaux et parallélogramme », avec les sommets dans l'ordre A, B, D, C.

2. 1 pts

En déduire la somme $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, écrite comme un seul vecteur.

INDICE

Outil : la propriété « somme de deux vecteurs et parallélogramme ».

Point délicat : elle demande que A, B et C ne soient pas alignés.

3. 1 pts

Le kiosque est placé au point I, milieu de $[BC]$. Justifie que I est aussi le milieu de $[AD]$, puis décris la position de I à partir de A.

INDICE

Outil : la propriété « égalité de deux vecteurs et diagonales », avec l'égalité de la question 1.

4. 1,5 pts

En déduire que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AI}$.

INDICE

Outil : la relation de Chasles avec le point I, puis les questions 2 et 3.