BURHAN

Vecteurs et translation : exercices, entraînement

2ème Année Collège · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/vecteurs-et-translation/exercices/entrainement

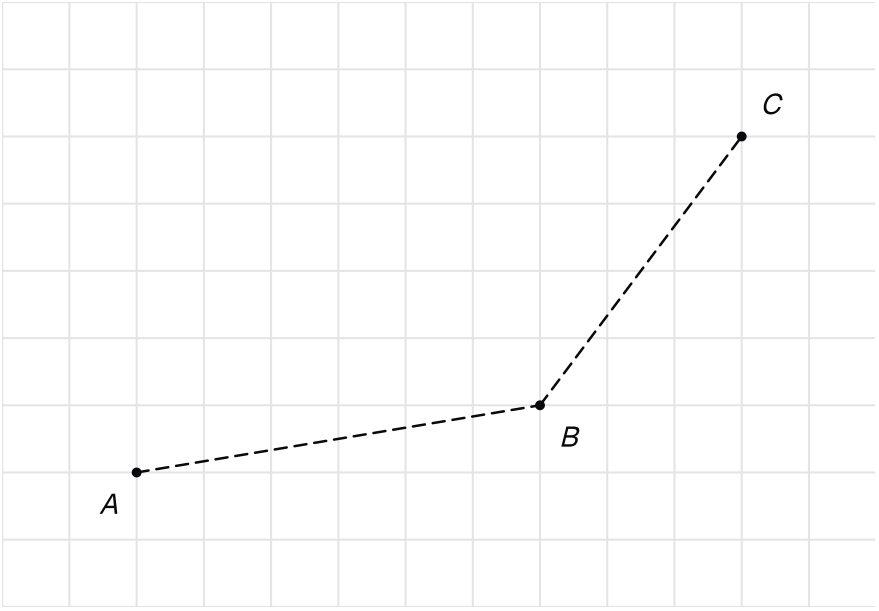
Chapitre	Palier	Exercices
Vecteurs et translation	Entraînement	7

Exercice 1

Quatre piquets dans un potager

Pour délimiter une parcelle de légumes, Yassine plante des piquets sur le plan quadrillé de son potager. Fais la figure sur ton cahier.

- B est à 6 carreaux vers la droite et 1 vers le haut de A.
- C est à 3 carreaux vers la droite et 4 vers le haut de B.



Le plan du potager avec les trois piquets A, B et C, reliés en pointillés.

1.

Construis le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. Décris sa position à partir de A.

INDICE

Outil : la propriété « construire un point à partir d'un vecteur » : pars de A et fais le déplacement de B à C.

2.

Compte le déplacement de D à C. Compare les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.

INDICE

Début : pars de D et compte les carreaux jusqu'à C, d'abord vers la droite, puis vers le haut.

3.

Justifie que $ABCD$ est un parallélogramme.

INDICE

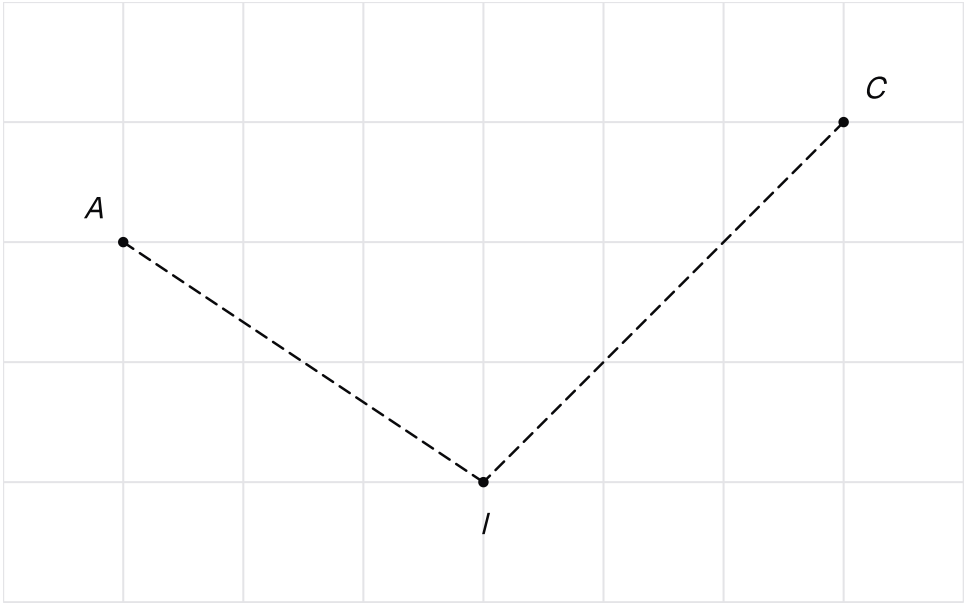
Point délicat : avant de conclure, vérifie que A, B et C ne sont pas alignés.

Exercice 2

Des bancs symétriques autour d'une fontaine

Sur le plan quadrillé d'un jardin public, une fontaine est placée au point I. On installe des bancs aux points A et C, puis à leurs symétriques par rapport à I. Fais la figure sur ton cahier.

- A est à 3 carreaux vers la gauche et 2 vers le haut de I.
- C est à 3 carreaux vers la droite et 3 vers le haut de I.



Le jardin public : la fontaine I et les deux bancs A et C, chacun relié à la fontaine.

1.

Le point B est le symétrique de A par rapport à I. Écris l'égalité de vecteurs qui traduit cette phrase, puis construis B.

INDICE

Outil : le symétrique B de A par rapport à I est tel que I soit le milieu de $[AB]$.

2.

Le point D est le symétrique de C par rapport à I. Construis D de la même façon.

INDICE

Début : écris $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{ID}$, puis compte le déplacement de C à I.

3.

Les segments $[AB]$ et $[CD]$ ont le même milieu. En déduire que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB}$, puis vérifie-le en comptant les carreaux.

INDICE

Outil : la propriété « égalité de deux vecteurs et diagonales », avec les quatre points dans l'ordre A, C, B, D.

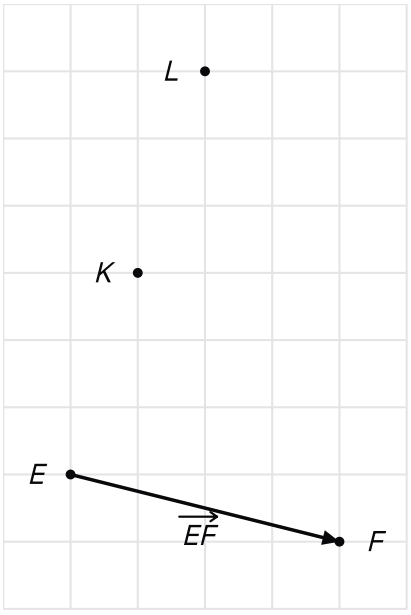
Ensuite : compte de A à C, puis de D à B.

Exercice 3

Un décor de jeu vidéo qui glisse

Sur l'écran quadrillé d'un jeu vidéo, tout le décor glisse selon la translation qui transforme E en F. Fais la figure sur ton cahier.

- F est à 4 carreaux vers la droite et 1 vers le bas de E.
- K est à 1 carreau vers la droite et 3 vers le haut de E.
- L est à 2 carreaux vers la droite et 6 vers le haut de E.



L'écran du jeu : le décor glisse comme de E à F, et les points K et L sont à faire glisser.

1.

Construis les images K' et L' des points K et L par cette translation.

INDICE

Outil : l'image K' vérifie $\overrightarrow{KK'} = \overrightarrow{EF}$; refais le déplacement de E à F à partir de K, puis de L.

2.

Justifie que le quadrilatère $KK'L'L$ est un parallélogramme.

INDICE

Début : les deux vecteurs $\overrightarrow{KK'}$ et $\overrightarrow{LL'}$ sont égaux au même vecteur.

Point délicat : vérifie que K, K' et L' ne sont pas alignés.

3.

Le point P est à 8 carreaux vers la gauche et 2 vers le haut de E : il est sur la droite (EF). Construis son image P'. Où se trouve P' ?

INDICE

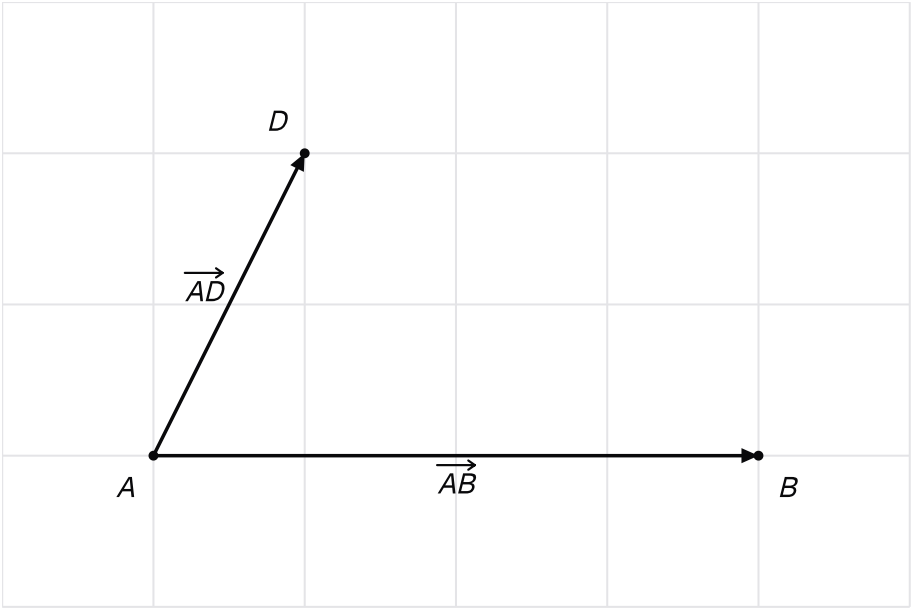
Outil : relis la propriété « image d'un point par une translation » pour un point de la droite (EF).

Exercice 4

Une somme construite par deux chemins

Depuis un refuge A, deux sentiers droits mènent aux points B et D. Une randonneuse marche d'abord comme le vecteur $\overrightarrow{AB}$, puis comme le vecteur $\overrightarrow{AD}$. Fais la figure sur ton cahier, sur un quadrillage.

- B est à 4 carreaux vers la droite de A.
- D est à 1 carreau vers la droite et 2 vers le haut de A.



Depuis le refuge A, les deux sentiers droits : le vecteur AB vers la droite, le vecteur AD vers le haut.

1.

Bout à bout : construis le point E tel que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AD}$. Écris $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ comme un seul vecteur.

INDICE

Outil : la définition de la somme de deux vecteurs ; pars de B et fais le déplacement de A à D.

2.

Parallélogramme : place le point C tel que $ABCD$ soit un parallélogramme. Écris $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ à l'aide de C.

INDICE

Début : pour $ABCD$, il faut $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$; pars de D.

Ensuite : la propriété « somme de deux vecteurs et parallélogramme ».

3.

Compare les points E et C. Que peux-tu en conclure ?

INDICE

Point délicat : compare les positions de E et de C à partir du même point A.

Exercice 5

Réduire de longues sommes

1.

Réduis la somme $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ}$.

INDICE

Outil : la relation de Chasles, deux vecteurs à la fois.

2.

Soit $KLMN$ un parallélogramme. Réduis la somme $\overrightarrow{KL} + \overrightarrow{ML}$.

INDICE

Début : remplace $\overrightarrow{KL}$ par un vecteur égal qui finit en M.

3.

Réduis la somme $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$.

INDICE

Début : commence par $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA}$.

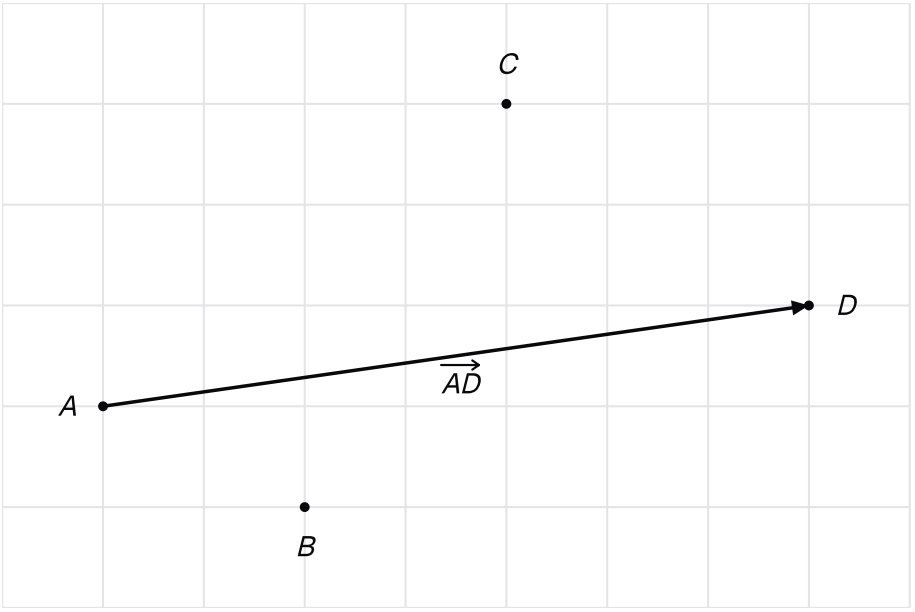
Point délicat : le résultat final est un vecteur.

Exercice 6

Plusieurs chemins vers un même point

Sur un quadrillage, on place quatre points. Fais la figure sur ton cahier.

- B est à 2 carreaux vers la droite et 1 vers le bas de A.
- C est à 4 carreaux vers la droite et 3 vers le haut de A.
- D est à 7 carreaux vers la droite et 1 vers le haut de A.



Les quatre points A, B, C et D du quadrillage, et le vecteur AD à décomposer.

1.

Écris $\overrightarrow{AD}$ comme une somme de deux vecteurs, en passant par B. Fais de même en passant par C.

INDICE

Outil : la relation de Chasles : le trajet de A à D peut faire étape en un autre point.

2.

Écris $\overrightarrow{AD}$ comme une somme de trois vecteurs, en passant d'abord par B, puis par C.

INDICE

Début : fais d'abord étape en C entre A et D, puis en B entre A et C.

3.

Vérifie la décomposition de la question 2 en comptant les carreaux de chaque déplacement.

INDICE

Point délicat : compte séparément les carreaux horizontaux et verticaux, avec leur sens, puis ajoute-les.

4.

On place le point G tel que $\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{AD}$. Écris $\overrightarrow{AG}$ à l'aide du seul vecteur $\overrightarrow{AD}$.

INDICE

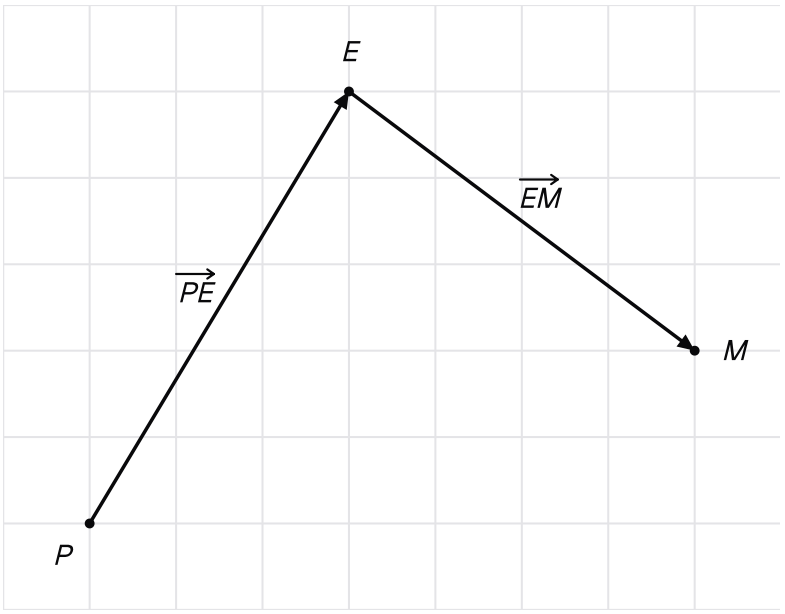
Début : fais étape en D entre A et G.

Exercice 7

Livraisons dans un quartier

Sur le plan quadrillé d'un quartier, un livreur part de la pharmacie P. Il passe par l'école E et termine au marché M. Fais la figure sur ton cahier.

- E est à 3 carreaux vers la droite et 5 vers le haut de P.
- M est à 4 carreaux vers la droite et 3 vers le bas de E.



Le trajet du livreur sur le plan du quartier : de la pharmacie P à l'école E, puis de l'école au marché M.

1.

Écris $\overrightarrow{PE} + \overrightarrow{EM}$ comme un seul vecteur, puis décris ce déplacement en carreaux.

INDICE

Outil : la relation de Chasles.

Ensuite : ajoute les carreaux horizontaux, puis les verticaux, avec leur sens.

2.

Un second livreur part de la boulangerie B, à 1 carreau vers la droite et 3 vers le bas de P. Il fait le même déplacement que de P à M et arrive au point N.

Justifie que $PMNB$ est un parallélogramme.

INDICE

Début : traduis la phrase par une égalité de vecteurs.

Point délicat : vérifie que P, M et N ne sont pas alignés.

3.

Le premier livreur rentre directement du marché à la pharmacie. Que vaut $\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{MP}$?

INDICE

Outil : la relation de Chasles, avec un vecteur et son opposé.