BURHAN

Le triangle rectangle et le cercle : exercices, niveau examen

2ème Année Collège · Mathématiques

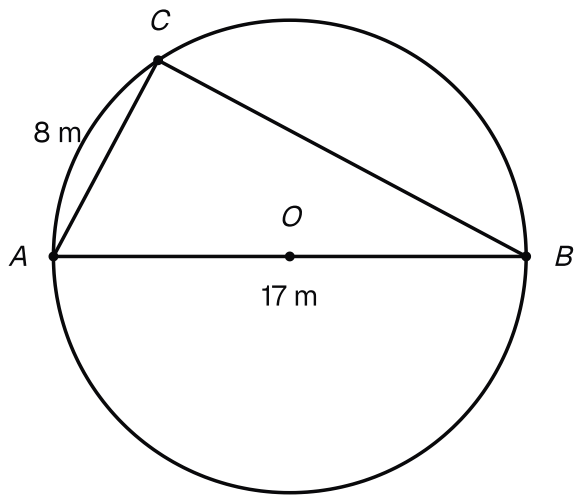
Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/triangle-rectangle-et-cercle/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Le triangle rectangle et le cercle	Niveau examen	5

Exercice 1 — 5 pts

Une fontaine au bord d'un jardin rond

Un jardin a la forme d'un disque de centre O. Le segment $[AB]$ est un diamètre du bord, avec $AB = 17$ m. Une fontaine C est placée sur le bord, avec $AC = 8$ m.



Le jardin en disque de centre O : le diamètre [AB] de 17 m et la fontaine C sur le bord, à 8 m de A.

1. — 1 pts

Justifier que le triangle ABC est rectangle en C.

INDICE

Outil : une propriété du cercle de diamètre $[AB]$.

Début : où se trouve le point C ? Est-il distinct de A et de B ?

2. — 1,5 pts

En déduire la distance BC.

INDICE

Début : l'hypoténuse est le diamètre $[AB]$.

Outil : le théorème de Pythagore ; isole BC^2.

3. — 1 pts

Calculer la distance OC entre la fontaine et le centre du jardin.

INDICE

Outil : O est le milieu de l'hypoténuse $[AB]$ du triangle rectangle ABC.

4. 1,5 pts

Calculer $\cos \widehat{CAB}$, puis en déduire une mesure de l'angle $\widehat{CAB}$ au dixième de degré près.

INDICE

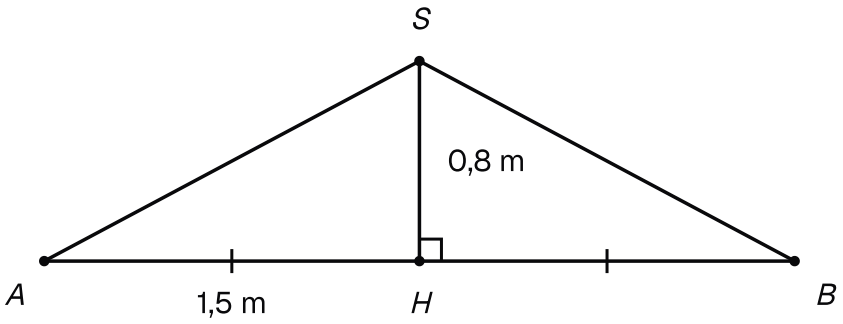
Début : pour l'angle de sommet A, le côté adjacent est $[AC]$.

Ensuite : la touche $\cos^{-1}$, en mode degrés, avec la fraction exacte.

Exercice 2 — 5 pts

La toile d'une tente de camping

La toile d'une tente forme deux pans $[SA]$ et $[SB]$. Le mât $[SH]$ est vertical, et H est le milieu de $[AB]$ sur le sol horizontal. On a $AH = 1{,}5$ m et $SH = 0{,}8$ m. Le triangle SAH est rectangle en H.



La tente vue de face : les pans [SA] et [SB], le mât vertical [SH] de 0,8 m et le milieu H de [AB], avec AH = 1,5 m.

1. — 1,5 pts

Calculer la longueur SA d'un pan de la toile.

INDICE

Outil : le théorème de Pythagore dans le triangle SAH.

Début : l'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit en H.

2. — 1,5 pts

En déduire $\cos \widehat{SAH}$ sous forme de fraction, puis une mesure de l'angle $\widehat{SAH}$ au dixième de degré près.

INDICE

Début : pour l'angle de sommet A, le côté adjacent est $[AH]$.

Ensuite : la touche $\cos^{-1}$, en mode degrés.

3. — 2 pts

Une tente plus grande a la même forme : le même angle $\widehat{SAH}$, avec un pan $SA = 3{,}4$ m. En déduire la longueur AH, puis la hauteur SH de son mât.

INDICE

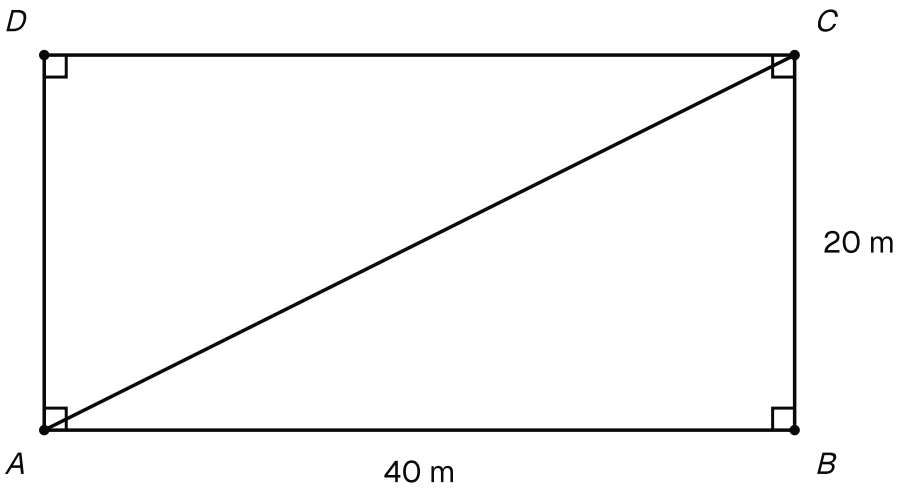
Outil : le cosinus ne dépend que de la mesure de l'angle : il vaut encore $\dfrac{15}{17}$.

Début : AH est le côté adjacent ; multiplie l'hypoténuse par le cosinus.

Exercice 3 — 5 pts

L'allée en diagonale d'un parc

Un parc a la forme d'un rectangle $ABCD$, avec $AB = 40$ m et $BC = 20$ m. Une allée droite relie les coins A et C. Rappel de 1re année : chaque angle d'un rectangle est droit.



Le parc rectangulaire ABCD de 40 m sur 20 m, traversé par l'allée droite [AC] qui joint deux coins opposés.

1. — 1,5 pts

Calculer la longueur AC de l'allée : valeur exacte, puis valeur approchée au centième près.

INDICE

Début : le triangle ABC est rectangle en B.

Outil : le théorème de Pythagore ; regarde si le résultat est le carré d'un entier.

2. — 1 pts

Un lampadaire est placé au milieu O de l'allée. En déduire la distance OB entre le lampadaire et le coin B, au centième près.

INDICE

Outil : le triangle ABC est rectangle. Que sais-tu du milieu O de son hypoténuse ?

3. — 1,5 pts

Écrire $\cos \widehat{BAC}$, puis en déduire une mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ au dixième de degré près.

INDICE

Début : pour l'angle de sommet A, le côté adjacent est $[AB]$.

Point délicat : utilise la valeur exacte de AC à la calculatrice.

4. 1 pts

Pour aller de A à C, Yassine longe les côtés $[AB]$ puis $[BC]$. Sa sœur prend l'allée. Quelle distance sa sœur économise-t-elle, au centième près ?

INDICE

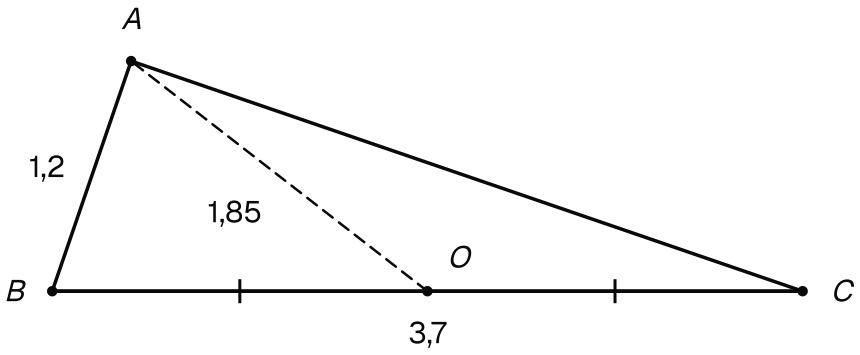
Début : calcule la longueur du trajet de Yassine.

Ensuite : retranche la longueur de l'allée, avec sa valeur exacte.

Exercice 4 — 5 pts

Une ferme, un puits et deux villages

Deux villages B et C sont reliés par une route droite, avec $BC = 3{,}7$ km. Un puits O est au milieu de la route. Une ferme A se trouve à $1{,}85$ km du puits et à $1{,}2$ km du village B.



La route [BC] entre les deux villages, le puits O en son milieu et la ferme A, à 1,85 km du puits et à 1,2 km de B.

1. — 1 pts

Justifier que le triangle ABC est rectangle en A.

INDICE

Outil : compare la distance OA à la moitié de BC.

Point délicat : vérifie que A n'est ni en B ni en C.

2. — 1,5 pts

En déduire la distance AC entre la ferme et le village C.

INDICE

Début : repère l'hypoténuse : elle fait face à l'angle droit trouvé à la question 1.

Outil : le théorème de Pythagore, puis un carré connu.

3. — 1 pts

Calculer $\cos \widehat{ABC}$ sous forme de fraction, puis en déduire une mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ au dixième de degré près.

INDICE

Début : pour l'angle de sommet B, cherche le côté de l'angle droit issu de B.

Ensuite : la touche $\cos^{-1}$, en mode degrés, avec la fraction exacte.

4. 1,5 pts

Pour l'angle $\widehat{ACB}$, Salma écrit $\cos\widehat{ACB} = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{37}{35}$. Expliquer, sans calculatrice, pourquoi ce résultat est faux. Écrire ensuite le bon cosinus, en déduire une mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ au dixième de degré près, puis contrôler avec la somme des angles du triangle ABC.

INDICE

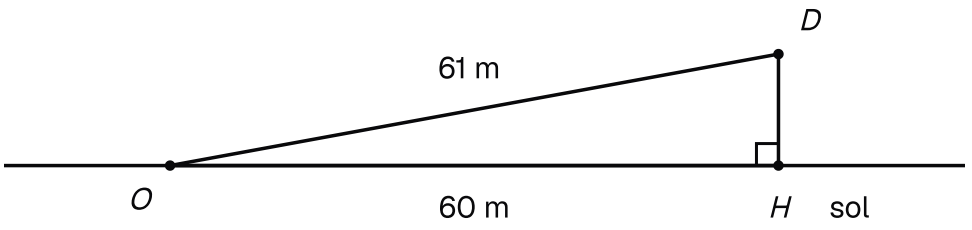
Outil : un encadrement du cosinus d'un angle aigu.

Ensuite : pour l'angle de sommet C, quel côté de l'angle droit part de C ? Pour le contrôle, pense à la somme des angles d'un triangle.

Exercice 5 — 5 pts

Un drone et la portée de sa télécommande

Mehdi pilote un drone depuis le point O d'un terrain plat et horizontal. Le drone D est à la verticale du point H du sol, avec $OH = 60$ m : le triangle OHD est rectangle en H. L'écran de la télécommande indique $OD = 61$ m. La télécommande garde le contact avec le drone tant qu'il est à 64 m au plus de Mehdi.



Mehdi en O, le point H du sol à 60 m de lui et le drone D à la verticale de H, à 61 m de la télécommande.

1. — 1 pts

Calculer la hauteur DH du drone.

INDICE

Début : l'hypoténuse du triangle OHD est le côté opposé à l'angle droit en H.

Outil : le théorème de Pythagore ; isole DH^2.

2. — 1,5 pts

Donner $\cos\widehat{DOH}$ en fraction, puis en déduire l'angle $\widehat{DOH}$ au dixième de degré près.

INDICE

Début : pour l'angle de sommet O, le côté adjacent est $[OH]$.

Ensuite : la touche $\cos^{-1}$, en mode degrés, avec la fraction exacte.

3. — 1,5 pts

Mehdi ne bouge pas. Le drone monte à la verticale de H jusqu'au point E, avec $\widehat{EOH} = 28°$. Calculer la distance OE au centième près, puis en déduire si le contact est gardé.

INDICE

Outil : la définition du cosinus de l'angle connu ; cette fois, l'hypoténuse est cherchée.

Point délicat : la calculatrice doit être réglée en degrés.

4. 1 pts

Le point F de la verticale de H est tel que $OF = 64$ m : c'est la position la plus haute où le contact est gardé. En déduire la hauteur HF : valeur exacte, puis valeur approchée au centième près.

INDICE

Début : le triangle OHF est rectangle en H ; son hypoténuse est connue.

Outil : le théorème de Pythagore ; regarde si le résultat est le carré d'un entier.