BURHAN

Le triangle rectangle et le cercle : exercices, entraînement

2ème Année Collège · Mathématiques

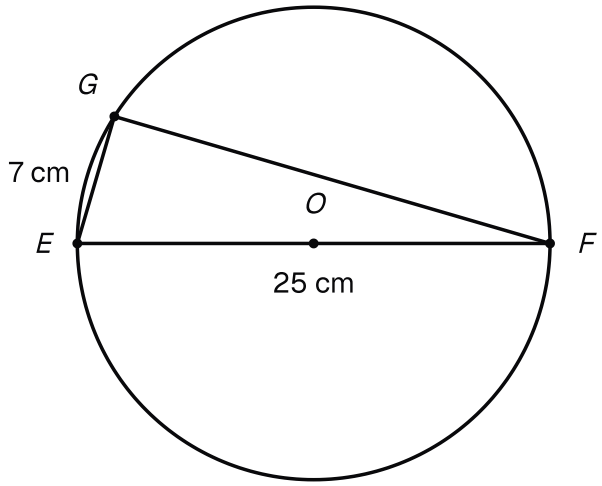
Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/triangle-rectangle-et-cercle/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Le triangle rectangle et le cercle	Entraînement	7

Exercice 1

Un triangle tracé sur le cadran d'une horloge

Le cadran rond d'une horloge est un cercle de centre O et de diamètre $[EF]$, avec $EF = 25$ cm. On place un point G sur le bord du cadran, avec $EG = 7$ cm.



Le cadran de centre O, son diamètre [EF] de 25 cm et le point G du bord situé à 7 cm de E.

1.

Démontrer que le triangle EFG est rectangle en G.

INDICE

Outil : la propriété du triangle inscrit dans un demi-cercle.

Début : vérifie que G est sur le cercle et qu'il est distinct de E et de F.

2.

Calculer la longueur FG.

INDICE

Début : l'hypoténuse est $[EF]$, le côté opposé à l'angle droit.

Outil : le théorème de Pythagore, puis isole FG^2.

3.

Calculer le périmètre du triangle EFG.

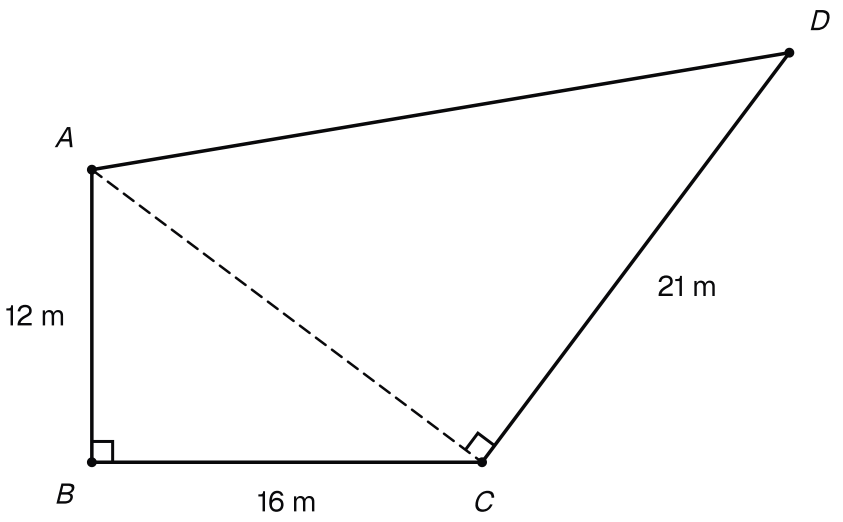
INDICE

Outil : le périmètre est la somme des longueurs des trois côtés.

Exercice 2

Clôturer un terrain en deux triangles

Un terrain $ABCD$ est formé de deux triangles. Le triangle ABC est rectangle en B, avec $AB = 12$ m et $BC = 16$ m. Le triangle ACD est rectangle en C, avec $CD = 21$ m. Trace une figure à main levée et code les deux angles droits.



Le terrain ABCD découpé par la diagonale [AC] : le triangle ABC rectangle en B, puis le triangle ACD rectangle en C.

1.

Calculer la longueur AC de la diagonale.

INDICE

Outil : le théorème de Pythagore dans le triangle ABC.

Début : son hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit en B.

2.

En déduire la longueur AD.

INDICE

Début : dans le triangle ACD, l'angle droit est en C.

Point délicat : la longueur AC de la question 1 est maintenant un côté de l'angle droit.

3.

On entoure le terrain d'un grillage, sans grillage le long de la diagonale. Le grillage coûte 35 dirhams le mètre. Calculer la longueur du grillage, puis son prix.

INDICE

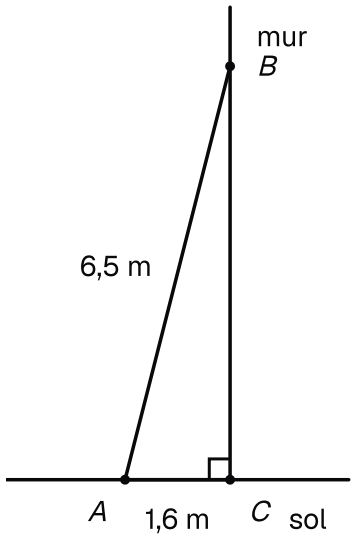
Début : le tour du terrain passe par $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$.

Ensuite : multiplie la longueur par le prix d'un mètre.

Exercice 3

Une échelle appuyée contre un mur

Une échelle $[AB]$ de $6{,}5$ m est appuyée contre un mur vertical. Son pied A est sur le sol horizontal, et son sommet B touche le mur. Le point C est le pied du mur, avec $AC = 1{,}6$ m.



L'échelle [AB] de 6,5 m appuyée contre le mur : son pied A sur le sol, à 1,6 m du pied C du mur.

1.

Calculer la hauteur BC atteinte par le sommet de l'échelle.

INDICE

Début : le mur est vertical et le sol horizontal : où est l'angle droit ?

Outil : le théorème de Pythagore, puis isole BC^2.

2.

Pour plus de stabilité, on éloigne le pied de l'échelle : il est maintenant à $2{,}5$ m du mur. À quelle hauteur arrive le sommet ? De combien est-il descendu ?

INDICE

Outil : le même calcul qu'à la question 1, avec la nouvelle distance.

Ensuite : compare les deux hauteurs.

3.

Un barreau est fixé au milieu I de l'échelle. Calculer la distance IC entre ce barreau et le pied du mur. Cette distance change-t-elle quand on déplace le pied de l'échelle ?

INDICE

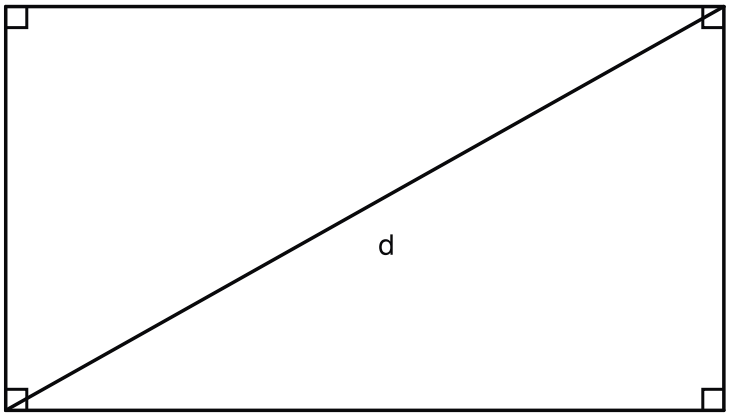
Outil : la propriété du milieu de l'hypoténuse.

Début : dans le triangle rectangle en C, l'hypoténuse est l'échelle.

Exercice 4

La diagonale de deux écrans

Rappel de 1re année : un rectangle a quatre angles droits. La diagonale d'un écran rectangulaire partage l'écran en deux triangles rectangles.



Un écran rectangulaire et sa diagonale d, qui le partage en deux triangles rectangles de côtés largeur et hauteur.

1.

Un écran de télévision mesure 48 cm de largeur et 27 cm de hauteur. Calculer sa diagonale d : valeur exacte, puis valeur approchée au centième près.

INDICE

Début : la diagonale est l'hypoténuse d'un triangle rectangle de côtés 48 et 27.

Outil : le théorème de Pythagore, puis la calculatrice.

2.

Un second écran a une diagonale de 50 cm et une largeur de 40 cm. Calculer sa hauteur.

INDICE

Début : cette fois, l'hypoténuse est connue.

Outil : isole le carré de la hauteur dans l'égalité de Pythagore.

3.

Quel écran a la plus grande diagonale ? Quel écran a la plus grande surface ?

INDICE

Outil : l'aire d'un rectangle est le produit de sa largeur par sa hauteur.

Exercice 5

Racine de deux n'est pas un nombre décimal

La calculatrice affiche $1{,}414213562$ pour $\sqrt{2}$. Elle ne montre que dix chiffres. On veut prouver qu'aucun nombre décimal n'est égal à $\sqrt{2}$.

On raisonne ainsi : on suppose le contraire, et on arrive à une chose impossible. Cette chose impossible s'appelle une **contradiction**. Elle montre que la supposition de départ était fausse.

Rappel : un nombre décimal s'écrit avec un nombre fini de chiffres après la virgule. On l'écrit sans zéro inutile à la fin.

1.

Calculer les carrés des entiers de 0 à 9 et noter le chiffre des unités de chacun. En déduire : si le carré d'un entier se termine par 0, alors cet entier se termine par 0.

INDICE

Outil : dans une multiplication posée, le chiffre des unités du produit ne dépend que des chiffres des unités des deux facteurs.

Début : calcule 0^2, 1^2, …, 9^2.

2.

Expliquer pourquoi $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre entier.

INDICE

Début : compare 2 aux carrés 1^2 et 2^2.

3.

On suppose que $\sqrt{2}$ est un nombre décimal d, avec n chiffres après la virgule ($n \geq 1$). En effaçant la virgule de d, on obtient un entier N, et $d = \dfrac{N}{10^n}$. Par exemple, pour $d = 1{,}41$, on aurait $n = 2$ et $N = 141$, car $1{,}41 = \dfrac{141}{100}$.

a) Expliquer pourquoi N ne se termine pas par 0.

b) Justifier que $N^2 = 2 \times 10^{2n}$.

INDICE

Début : le dernier chiffre de N est le dernier chiffre après la virgule de d.

Outil : $\left(\dfrac{N}{10^n}\right)^2 = \dfrac{N^2}{10^{2n}}$, d'après les règles des puissances.

4.

Donner le chiffre des unités de 2×10^{2n}. En déduire une contradiction avec la question 3, puis conclure.

INDICE

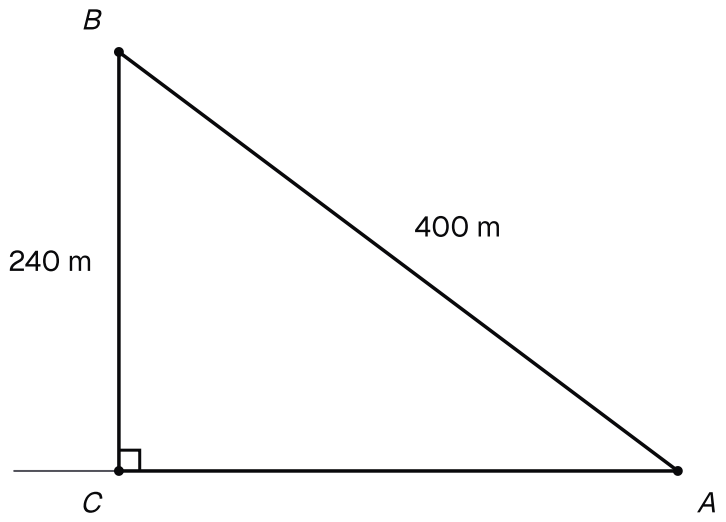
Début : écris 2×10^{2n} en chiffres : un 2 suivi de combien de zéros ?

Ensuite : utilise la question 1.

Exercice 6

Le câble d'un téléski

Le câble d'un téléski relie le départ A à l'arrivée B, avec $AB = 400$ m. Le point C est à la même altitude que A, juste sous B, et le dénivelé vaut $BC = 240$ m. Le triangle ABC est rectangle en C.



Le câble [AB] de 400 m du téléski et le dénivelé [BC] de 240 m, dans le triangle ABC rectangle en C.

1.

Calculer la distance horizontale AC.

INDICE

Outil : le théorème de Pythagore, avec l'hypoténuse $[AB]$.

Début : isole AC^2.

2.

En déduire $\cos \widehat{BAC}$.

INDICE

Outil : la définition du cosinus.

Début : repère le côté adjacent à l'angle de sommet A ; sa longueur vient de la question 1.

3.

En déduire une mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ au dixième de degré près.

INDICE

Outil : la touche $\cos^{-1}$ de la calculatrice.

Point délicat : vérifie d'abord le mode degrés.

4.

À la calculatrice, donner $\cos 20^\circ$ au millième près. Puis donner, au dixième de degré près, la mesure d'un angle aigu dont le cosinus vaut $0{,}25$.

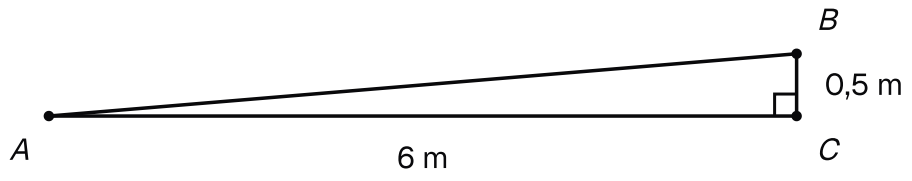
INDICE

Outil : la touche $\cos$ pour le premier calcul, la touche $\cos^{-1}$ pour le second, en mode degrés.

Exercice 7

Une rampe d'accès pour fauteuil roulant

Pour entrer dans une école, un fauteuil roulant doit monter une marche de $0{,}5$ m. On construit une rampe $[AB]$: le point A est au sol, le point B en haut de la marche. Le point C est au pied de la marche, et $AC = 6$ m. Le triangle ABC est rectangle en C.



La rampe [AB] devant la marche de 0,5 m, avec le point C au pied de la marche, à 6 m du point A.

1.

Calculer la longueur AB de la rampe : valeur exacte, puis valeur approchée au centième près.

INDICE

Outil : le théorème de Pythagore, avec l'hypoténuse $[AB]$.

Ensuite : garde la racine carrée pour la valeur exacte.

2.

Écrire $\cos \widehat{BAC}$ avec la valeur exacte de AB. En déduire une mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ au dixième de degré près.

INDICE

Début : le côté adjacent à l'angle de sommet A est $[AC]$.

Point délicat : tape $6 \div \sqrt{36{,}25}$, pas la valeur arrondie de AB.

3.

Le plan de la rampe impose un angle avec le sol d'au plus 5°. Cette rampe convient-elle ?

INDICE

Outil : compare la mesure trouvée à la question 2 avec 5°.