BURHAN

La symétrie axiale : exercices, niveau examen

2ème Année Collège · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/symetrie-axiale/exercices/examen

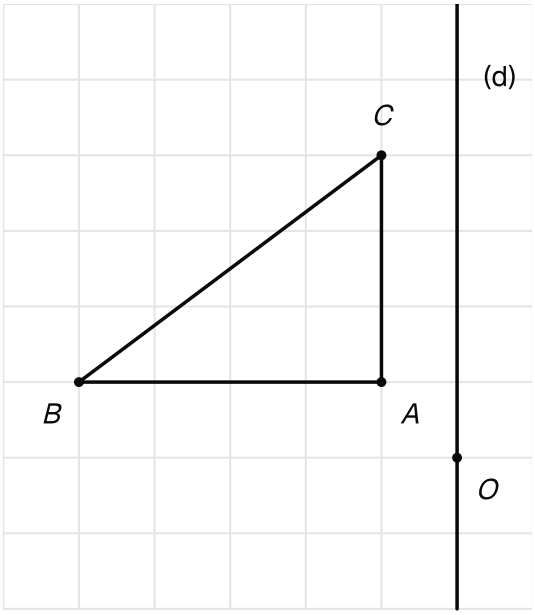
Chapitre	Palier	Exercices
La symétrie axiale	Niveau examen	5

Exercice 1 — 5 pts

Un triangle rectangle sur quadrillage

Sur un quadrillage, l'axe (d) suit une ligne verticale et passe par un nœud O (le croisement d'une ligne verticale et d'une ligne horizontale du quadrillage). Le triangle ABC est repéré à partir de O :

- A : 1 carreau vers la gauche, puis 1 carreau vers le haut ;
- B : 5 carreaux vers la gauche, puis 1 carreau vers le haut ;
- C : 1 carreau vers la gauche, puis 4 carreaux vers le haut.



Les données : l'axe (d) vertical par le nœud O, et le triangle ABC tout entier à sa gauche.

Construire — 1,5 pts

Construis le triangle $A'B'C'$, symétrique de ABC par rapport à (d). Décris la position de chaque sommet à partir de O.

INDICE

Outil : chaque sommet et son symétrique sont sur la même ligne horizontale, à la même distance de (d).

Un angle droit — 1,5 pts

Justifie que le triangle ABC est rectangle en A, puis que le triangle $A'B'C'$ est rectangle en A'.

INDICE

Début : regarde la direction des côtés $[AB]$ et $[AC]$ sur le quadrillage.

L'aire 1 pts

Calcule l'aire du triangle ABC en carreaux. En déduire l'aire du triangle $A'B'C'$.

INDICE

Outil : l'aire d'un triangle rectangle est la moitié du produit des côtés de l'angle droit.

Un axe de la figure 1 pts

La figure formée par les deux triangles est-elle symétrique par rapport à (d) ? Explique.

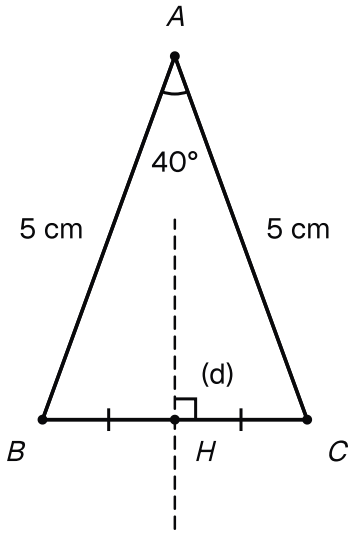
INDICE

Point délicat : cherche le symétrique de chacun des deux triangles.

Exercice 2 — 5 pts

Le triangle isocèle et sa médiatrice

Le triangle ABC est isocèle en A, avec $AB = AC = 5$ cm et $\widehat{BAC} = 40°$. La droite (d) est la médiatrice du segment $[BC]$; elle coupe $[BC]$ en H.



Les données : ABC isocèle en A, AB = AC = 5 cm, un angle de 40 degrés en A, et (d) médiatrice de [BC] en H.

Les symétriques des sommets — 1 pts

Rappel de 1re année : si un point est sur la médiatrice d'un segment, il est à la même distance des deux bouts ; et s'il est à la même distance des deux bouts, il est sur la médiatrice. Comme $AB = AC$, le point A est donc sur la médiatrice de $[BC]$. Donne les symétriques de A, de B et de C par rapport à (d).

INDICE

Outil : relis la définition du symétrique d'un point : elle parle de médiatrice.

Un côté — 1 pts

En déduire le symétrique du segment $[AB]$ par rapport à (d). Vérifie avec les longueurs.

INDICE

Début : le symétrique d'un segment a pour extrémités les symétriques de ses extrémités.

Les angles à la base — 1,5 pts

Justifie que $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$, puis calcule ces deux angles.

INDICE

Point délicat : cherche le symétrique de l'angle $\widehat{ABC}$, sommet compris. Rappel de 1re année : la somme des angles d'un triangle vaut $180°$.

Les angles au sommet 1,5 pts

Justifie que $\widehat{BAH} = \widehat{CAH}$, puis calcule ces deux angles.

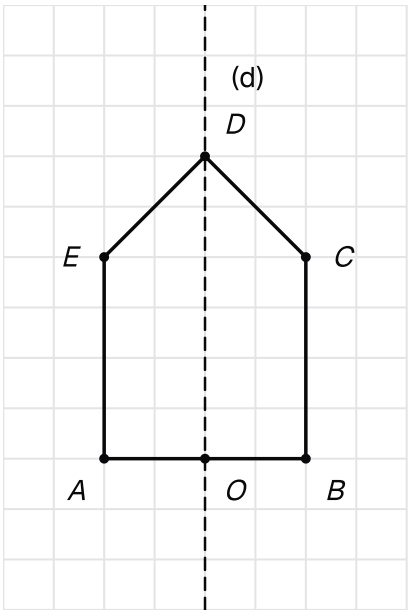
INDICE

Début : le point H est sur (d) : quel est son symétrique ?

Exercice 3 — 5 pts

Le logo en forme de maison

Sur un quadrillage, un logo a la forme d'une maison : c'est le pentagone $ABCDE$. Ses sommets sont placés à partir d'un nœud O, point de rencontre de deux lignes du quadrillage. Les points A et B sont sur la ligne horizontale de O, à 2 carreaux à gauche et à 2 carreaux à droite de O. Le point C est à 4 carreaux au-dessus de B, et E à 4 carreaux au-dessus de A. Le point D est à 6 carreaux au-dessus de O. La droite (d) est la ligne verticale qui passe par O.



Les données : le logo en forme de maison ABCDE, le nœud O au milieu de [AB] et la droite verticale (d) par O.

Un axe du logo — 1,5 pts

Donne le symétrique de chaque sommet par rapport à (d). En déduire que (d) est un axe de symétrie du logo.

INDICE

Outil : un sommet situé sur (d) est son propre symétrique ; pour les autres, compte les carreaux jusqu'à (d).

L'aire du logo — 1,5 pts

Calcule l'aire du logo en carreaux.

INDICE

Début : découpe le logo en un carré $ABCE$ et un triangle ECD.

Les deux moitiés — 1 pts

L'axe (d) partage le logo en deux parties. Quelle est l'aire de chacune ? Justifie.

INDICE

Outil : les deux parties sont symétriques l'une de l'autre par rapport à (d).

Un autre axe ? 1 pts

La ligne horizontale située à 2 carreaux au-dessus de O est-elle un axe de symétrie du logo ?

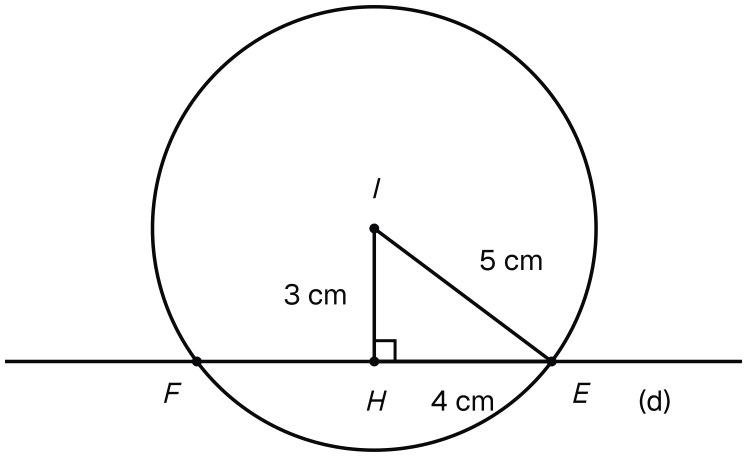
INDICE

Point délicat : cherche le symétrique du sommet D par rapport à cette ligne.

Exercice 4 — 5 pts

Deux cercles qui se coupent sur l'axe

Sur ton cahier, trace une droite (d) et marque un point I situé à 3 cm de cette droite. On note H le pied de la perpendiculaire à (d) passant par I. Le cercle $(\mathcal{C})$ a pour centre I et pour rayon 5 cm. Comme $3 < 5$, il traverse la droite (d) : il la coupe en deux points, nommés E et F. À la règle graduée, tu trouves $HE = 4$ cm.



Les données : I à 3 cm de (d), le pied H, le cercle de centre I et de rayon 5 cm, qui coupe (d) en E et F, avec HE = 4 cm.

Le cercle symétrique — 1 pts

Quels sont les symétriques de E et de F par rapport à (d) ? Donne ensuite le centre I' et le rayon du symétrique $(\mathcal{C}')$ de $(\mathcal{C})$.

INDICE

Outil : le symétrique d'un cercle se trouve avec son centre et son rayon.

Les points communs — 1,5 pts

En déduire que E et F sont aussi sur le cercle $(\mathcal{C}')$. Que valent $I'E$ et $I'F$?

INDICE

Début : le point E est sur $(\mathcal{C})$; où se trouve son symétrique ?

Un quadrilatère et ses diagonales 1 pts

Rappel de 1re année : un quadrilatère dont les quatre côtés ont la même longueur est un losange, et les diagonales d'un losange ont le même milieu. Quelle est la nature du quadrilatère $IEI'F$? Calcule ensuite les longueurs de ses diagonales $[II']$ et $[EF]$.

INDICE

Outil : chacun des quatre côtés est un rayon de l'un des deux cercles ; les deux diagonales se coupent en H.

Deux axes 1,5 pts

La figure est formée des deux cercles $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$. Explique pourquoi (d) est un axe de symétrie de cette figure. La droite (II') en est-elle un aussi ?

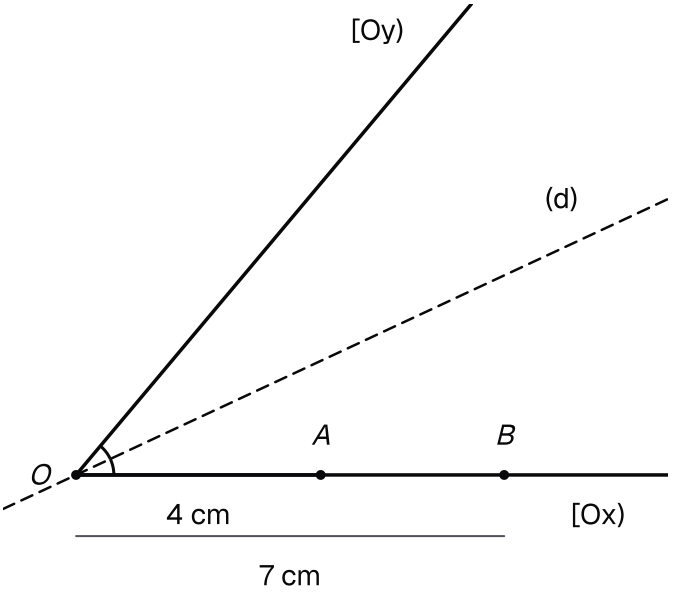
INDICE

Point délicat : pour la droite (II'), cherche le symétrique du centre de chaque cercle par rapport à elle.

Exercice 5 — 5 pts

L'angle, sa bissectrice et deux parallèles

Sur ton cahier, trace au rapporteur un angle $\widehat{xOy}$ de $50°$, puis la droite (d) qui porte sa bissectrice. Sur la demi-droite $[Ox)$, place deux points A et B avec $OA = 4$ cm et $OB = 7$ cm. On appelle A' et B' les symétriques respectifs de A et de B par rapport à (d).



Les données : l'angle xOy de 50 degrés, sa bissectrice (d), et les points A et B de [Ox), avec OA = 4 cm et OB = 7 cm.

L'autre côté de l'angle — 1,5 pts

Quel est le symétrique de la demi-droite $[Ox)$ par rapport à (d) ? En déduire que A' et B' sont sur $[Oy)$, puis donne OA' et OB'.

INDICE

Outil : un angle a pour axe de symétrie la droite qui porte sa bissectrice.

Une longueur — 1 pts

Calcule AB, puis en déduire $A'B'$.

INDICE

Début : sur $[Ox)$, le point A est entre O et B, car $4 < 7$.

Deux droites parallèles — 1,5 pts

Justifie que les droites (AA') et (BB') sont perpendiculaires à (d). Rappel de 1re année : deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles entre elles. En déduire la position de (AA') par rapport à (BB').

INDICE

Outil : relis la définition du symétrique d'un point : quelle droite est la médiatrice de $[AA']$?

Le périmètre du quadrilatère 1 pts

Mesure AA' et BB' sur ta figure, au millimètre près (tu dois trouver environ $3{,}4$ cm et $5{,}9$ cm), puis donne une valeur approchée du périmètre de $ABB'A'$.

INDICE

Point délicat : les côtés $[AB]$ et $[A'B']$ sont déjà connus par la question 2 ; seuls AA' et BB' se mesurent.