BURHAN

La symétrie axiale : exercices, entraînement

2ème Année Collège · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/symetrie-axiale/exercices/entrainement

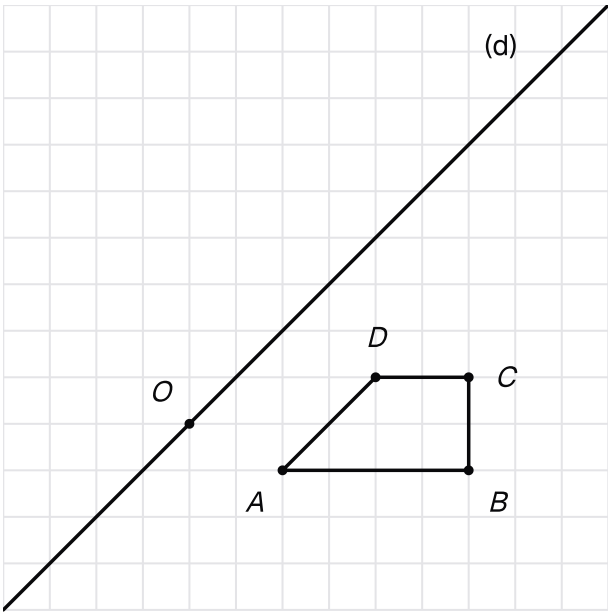
Chapitre	Palier	Exercices
La symétrie axiale	Entraînement	7

Exercice 1

Un quadrilatère et un axe diagonal

Sur un quadrillage, l'axe (d) suit les diagonales des carreaux. Un nœud est un point où se rencontrent deux lignes du quadrillage ; l'axe passe par un nœud O et monte vers la droite. Le quadrilatère $ABCD$ est repéré à partir de O :

- A : 2 carreaux vers la droite, puis 1 carreau vers le bas ;
- B : 6 carreaux vers la droite, puis 1 carreau vers le bas ;
- C : 6 carreaux vers la droite, puis 1 carreau vers le haut ;
- D : 4 carreaux vers la droite, puis 1 carreau vers le haut.



Les données : l'axe (d) suit la diagonale des carreaux par le nœud O, et le quadrilatère ABCD est à sa droite, en bas.

Les symétriques de A et B

Place A' et B', les symétriques de A et B par rapport à (d). Décris le chemin depuis O.

INDICE

Point délicat : l'axe est diagonal, donc $[AA']$ suit l'autre diagonale des carreaux. Depuis A, avance de carreau en carreau en diagonale, vers le haut et la gauche : l'axe doit couper $[AA']$ en son milieu.

Le quadrilatère symétrique

Place C' et D', puis trace le quadrilatère $A'B'C'D'$.

INDICE

Outil : construis le symétrique de chaque sommet, puis relie les points dans le même ordre.

L'aire

Calcule l'aire de $ABCD$ en carreaux. En déduire l'aire de $A'B'C'D'$.

INDICE

Début : place le point E de $[AB]$ situé juste sous D ; il découpe $ABCD$ en un rectangle et un triangle rectangle.

Exercice 2

Un cercle et son symétrique

Trace une droite (d). Place un point K à 4 cm de (d). Trace le cercle $(\mathcal{C})$ de centre K et de rayon $2{,}5$ cm.

Construire

Construis le symétrique $(\mathcal{C}')$ du cercle $(\mathcal{C})$ par rapport à (d). Donne son centre et son rayon.

INDICE

Outil : un cercle est connu par son centre et son rayon.

Le cercle et l'axe

Le cercle $(\mathcal{C}')$ coupe-t-il la droite (d) ? Explique.

INDICE

Début : compare la distance du centre K' à (d) avec le rayon du cercle.

Longueur et aire

On prend $3{,}14$ comme valeur approchée de π. Calcule la longueur du cercle $(\mathcal{C}')$, puis l'aire du disque qu'il limite, arrondie au dixième.

INDICE

Outil : rappel de 1re année : la longueur d'un cercle vaut $2 \times \pi \times r$, l'aire d'un disque vaut $\pi \times r \times r$.

Exercice 3

Trois droites et un axe

Sur un quadrillage, trace l'axe (d) sur une ligne verticale. Choisis sur (d) un nœud O, c'est-à-dire un croisement de deux lignes du quadrillage.

Une droite perpendiculaire à l'axe

La droite (D_1) est la ligne horizontale qui passe 3 carreaux sous O. Quel est son symétrique par rapport à (d) ? Le point P de (D_1) situé à 3 carreaux à gauche de (d) reste-t-il en place ?

INDICE

Point délicat : une droite peut être son propre symétrique sans que ses points restent en place.

Une droite parallèle à l'axe

La droite (D_2) est la ligne verticale située à 3 carreaux à gauche de (d). Trace son symétrique (D_2'). Quelle distance sépare (D_2) et (D_2') ?

INDICE

Outil : construis les symétriques de deux points de (D_2), puis trace la droite qui les relie.

Une droite qui coupe l'axe

La droite (D_3) passe par R et S. Pour aller de O à R : 2 carreaux vers la gauche, puis 3 carreaux vers le haut. Pour aller de O à S : 4 carreaux vers la gauche, puis 4 carreaux vers le haut. Trace (D_3) et son symétrique (D_3'). Où se coupent-elles ?

INDICE

Début : prolonge (D_3) jusqu'à l'axe. De S vers R, elle descend d'un carreau quand elle avance de deux carreaux vers la droite.

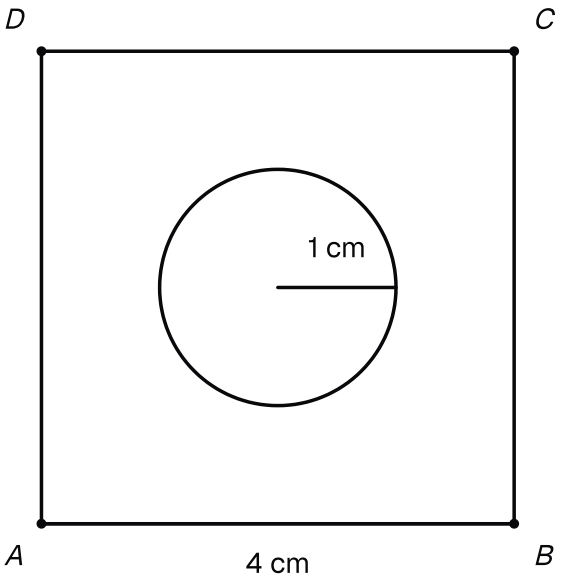
Exercice 4

Axes de figures composées

Pour chaque figure composée, fais un dessin à main levée sur ton cahier, puis cherche ses axes de symétrie.

Un carré et un cercle

La figure est formée d'un carré $ABCD$ de 4 cm de côté et du cercle de rayon 1 cm qui a le même centre que le carré. Combien d'axes de symétrie a-t-elle ?



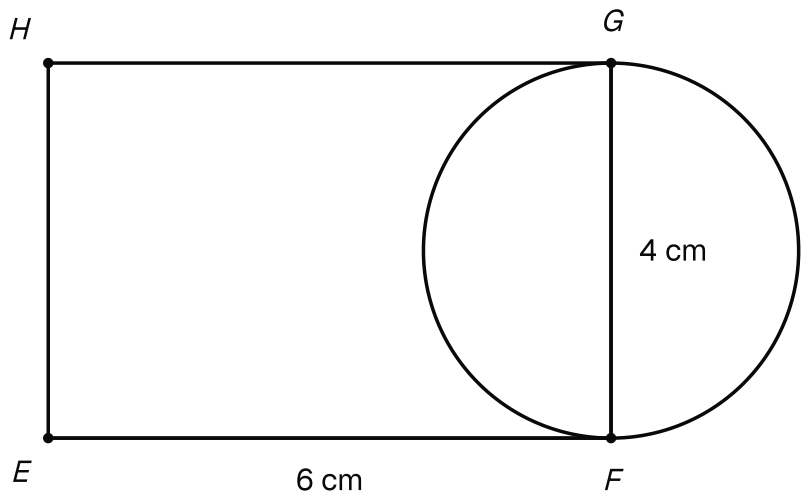
La première figure : un carré ABCD de 4 cm de côté et un cercle de rayon 1 cm centré au centre du carré.

INDICE

Outil : un axe de la figure doit être à la fois un axe du carré et un axe du cercle.

Un rectangle et un cercle

La figure est formée d'un rectangle $EFGH$ de 6 cm sur 4 cm, avec $EF = 6$ cm, et du cercle de diamètre $[FG]$. Combien d'axes de symétrie a-t-elle ?



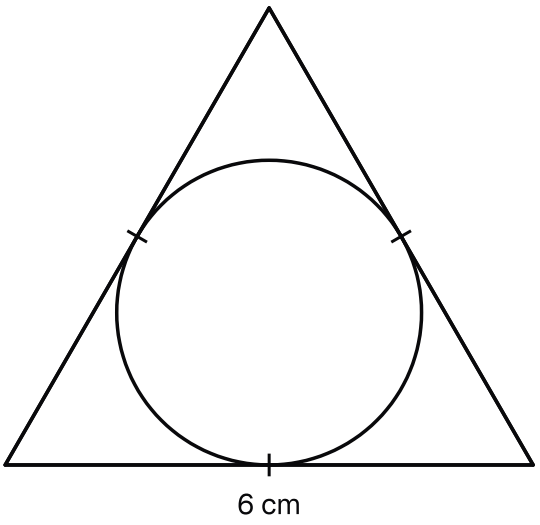
La deuxième figure : le rectangle EFGH, avec EF = 6 cm et FG = 4 cm, et le cercle de diamètre [FG].

INDICE

Début : le rectangle a deux axes ; vérifie pour chacun où va le centre du cercle, qui est le milieu de $[FG]$.

Un triangle et son cercle inscrit

La figure est formée d'un triangle équilatéral de 6 cm de côté et de son cercle inscrit. Combien d'axes de symétrie a-t-elle ?



La troisième figure : un triangle équilatéral de 6 cm de côté et son cercle inscrit, qui touche les trois côtés.

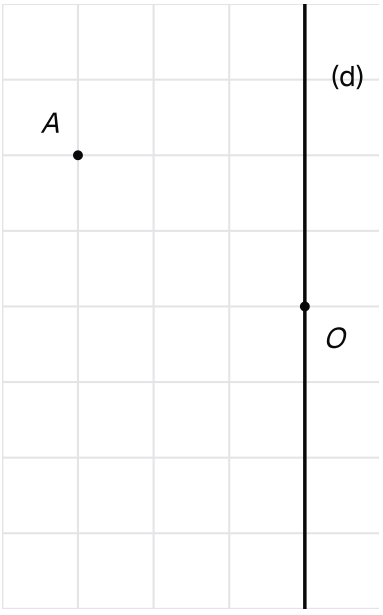
INDICE

Point délicat : rappel de 1re année : le centre du cercle inscrit est le point commun des bissectrices. Dans un triangle équilatéral, chaque médiatrice d'un côté porte aussi une bissectrice.

Exercice 5

Par rapport à une droite ou à un point

Sur un quadrillage, l'axe (d) suit une ligne verticale et passe par un nœud O : un endroit où deux lignes du quadrillage se coupent. Pour aller de O à A : 3 carreaux vers la gauche, puis 2 carreaux vers le haut.



Les données : l'axe (d) vertical passe par le nœud O, et A est 3 carreaux à gauche puis 2 carreaux plus haut.

Par rapport à la droite

Place E, le symétrique de A par rapport à la droite (d).

INDICE

Outil : (d) doit être la médiatrice de $[AE]$.

Par rapport au point

Rappel de 1re année : le symétrique de A par rapport au point O est le point F tel que O soit le milieu de $[AF]$. Place F, puis compare E et F.

INDICE

Début : pour aller de O à F, fais le chemin de O à A à l'envers : gauche devient droite, haut devient bas.

Quand les deux coïncident

Le point K est sur la ligne horizontale de O, à 2 carreaux à gauche de O. Compare son symétrique par rapport à (d) et son symétrique par rapport à O.

INDICE

Point délicat : construis les deux symétriques séparément, avec chacune des deux règles.

Exercice 6

Rédiger avec l'alignement et le milieu

Les points A, B et C sont alignés dans cet ordre, avec $AB = 3$ cm et $BC = 5$ cm. On note A', B' et C' leurs symétriques par rapport à une droite (d). Rédige chaque réponse sur le modèle « On sait que… ; or… ; donc… ».

L'alignement

Justifie que A', B' et C' sont alignés.

INDICE

Outil : cherche la propriété de la symétrie axiale qui parle de points alignés.

Une longueur

Calcule AC, puis justifie la valeur de $A'C'$.

INDICE

Début : B est entre A et C, donc $AC = AB + BC$.

Un milieu

Le point I est le milieu de $[AC]$. Calcule BI. Justifie que I' est le milieu de $[A'C']$, puis donne $B'I'$.

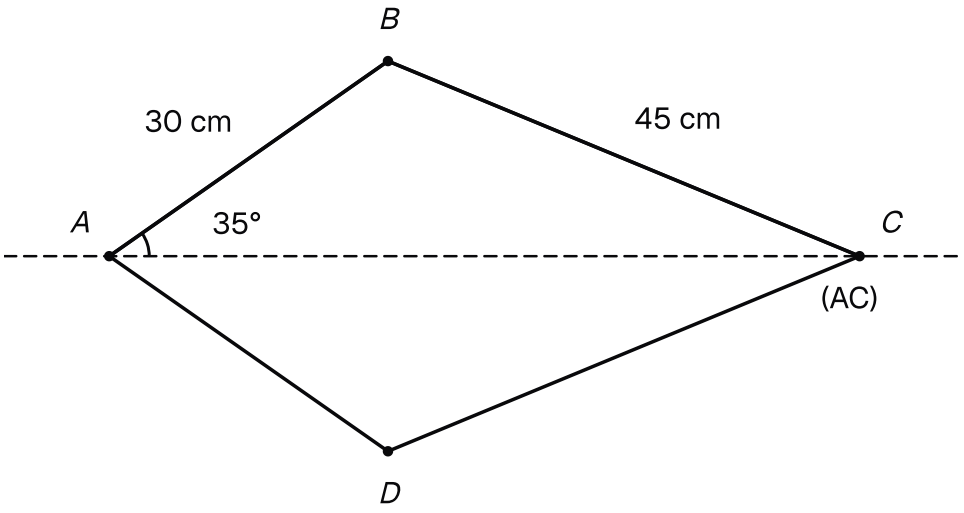
INDICE

Point délicat : place I sur ta figure : il est à 4 cm de A, donc au-delà de B.

Exercice 7

Le cerf-volant

Un cerf-volant a la forme d'un quadrilatère $ABCD$. Sa baguette $[AC]$ est sur un axe de symétrie : D est le symétrique de B par rapport à la droite (AC). On mesure $AB = 30$ cm, $BC = 45$ cm et $\widehat{BAC} = 35°$.



Le cerf-volant ABCD, de baguette [AC] : AB = 30 cm, BC = 45 cm et un angle de 35 degrés en A entre [AB] et [AC].

Les côtés

Donne AD et CD. Justifie.

INDICE

Outil : A et C sont sur l'axe : quels sont leurs symétriques ?

Les angles en A

Donne la mesure de $\widehat{DAC}$, puis celle de $\widehat{BAD}$.

INDICE

Début : l'angle $\widehat{DAC}$ est le symétrique de l'angle $\widehat{BAC}$ par rapport à (AC).

Le ruban

On borde le cerf-volant d'un ruban. Quelle longueur de ruban faut-il ?

INDICE

Outil : la longueur du ruban est le périmètre du quadrilatère $ABCD$.