BURHAN

La symétrie axiale : exercices, application

2ème Année Collège · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/symetrie-axiale/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
La symétrie axiale	Application	8

Exercice 1

Des points sur un quadrillage

Sur ton cahier, trace l'axe (d) le long d'une ligne verticale du quadrillage. Un nœud est un croisement de lignes du quadrillage. Marque un nœud O sur (d). Pour placer chaque point, pars de O et compte les carreaux.

Le point A

Pour aller de O à A : 3 carreaux vers la gauche, puis 2 carreaux vers le haut. Place A, puis son symétrique A' par rapport à (d). Décris le chemin de O à A'.

INDICE

Outil : sur ce quadrillage, A et A' sont sur la même ligne horizontale, de part et d'autre de (d), à la même distance de (d).

Le point B

Pour aller de O à B : 1 carreau vers la gauche, puis 2 carreaux vers le bas. Place B et son symétrique B'.

INDICE

Début : compte d'abord la distance de B à l'axe, en carreaux, le long de la ligne horizontale de B.

Le point C

Le point C est sur (d), à 3 carreaux au-dessus de O. Où se trouve son symétrique ?

INDICE

Point délicat : relis, dans la définition du symétrique, le cas d'un point situé sur l'axe.

Le point D

Pour aller de O à D : 2 carreaux vers la droite, puis 1 carreau vers le haut. Place D' et décris le chemin de O à D'.

INDICE

Outil : cette fois, le point est à droite de l'axe ; son symétrique est donc à gauche.

Un axe en diagonale

Trace une nouvelle droite (Δ) : elle passe par O et monte vers la droite en suivant la diagonale des carreaux. Pour aller de O à R : 4 carreaux vers la droite, puis 1 carreau vers le haut. Place R', le symétrique de R par rapport à (Δ), et décris le chemin de O à R'.

INDICE

Point délicat : la perpendiculaire à (Δ) suit l'autre diagonale des carreaux. Pars de R vers le haut et la gauche, en diagonale : (Δ) doit partager $[RR']$ en deux moitiés égales.

Exercice 2

À l'équerre et à la règle graduée

Sur ton cahier, trace une droite (d) oblique. Place un point M, hors de (d), à $3{,}5$ cm de (d).

Le pied de la perpendiculaire

Avec l'équerre, trace la perpendiculaire à (d) qui passe par M. Elle coupe (d) en H. Quelle longueur MH dois-tu mesurer ?

INDICE

Outil : rappel de 1re année : la distance d'un point à une droite se mesure sur la perpendiculaire à cette droite.

Placer M'

Place le symétrique M' de M par rapport à (d). Calcule la longueur MM'.

INDICE

Début : M' est sur la droite (MH), de l'autre côté de (d), et $HM' = HM$.

Vérifier la construction

Explique pourquoi (d) est la médiatrice du segment $[MM']$.

INDICE

Outil : une médiatrice est perpendiculaire au segment et passe par son milieu.

Sans construire

Un autre point N est à $2{,}4$ cm de (d). Sans construire, calcule NN', où N' est son symétrique par rapport à (d).

INDICE

Début : (d) coupe $[NN']$ en son milieu ; NN' vaut donc deux fois la distance de N à (d).

Exercice 3

Au compas, sans équerre

Trace une droite (d). Place deux points A et B sur (d), avec $AB = 6$ cm. Le point M, hors de (d), vérifie $AM = 4$ cm et $BM = 5$ cm.

Placer M

Explique comment placer M avec le compas, puis place-le.

INDICE

Outil : M est à la fois sur le cercle de centre A et de rayon 4 cm, et sur le cercle de centre B et de rayon 5 cm.

Construire M'

Construis M', le symétrique de M par rapport à (d), avec le compas seulement.

INDICE

Début : garde les mêmes centres et les mêmes écartements, mais trace les arcs de l'autre côté de (d).

Justifier

Justifie que M' est bien le symétrique de M par rapport à (d).

INDICE

Outil : rappel de 1re année : chaque point de la médiatrice d'un segment est à égale distance de ses extrémités ; réciproquement, un point à égale distance des extrémités se trouve sur la médiatrice.

Contrôle par la mesure

Mesure MM' à la règle graduée. Quelle valeur trouves-tu, au millimètre près ?

INDICE

Point délicat : une construction au compas donne une mesure approchée ; lis ta règle au millimètre près.

Exercice 4

Segment, droite et demi-droite

Sur un quadrillage, l'axe (d) suit une ligne horizontale. Appelle nœud chaque croisement de lignes du quadrillage, et marque un nœud O sur (d). Chaque point est repéré à partir de O.

Un segment

Pour aller de O à A : 1 carreau vers la droite, puis 2 carreaux vers le haut. Pour aller de O à B : 5 carreaux vers la droite, puis 2 carreaux vers le haut. Construis le symétrique du segment $[AB]$ et donne sa longueur.

INDICE

Outil : construis les symétriques des deux extrémités, puis relie-les. L'axe est horizontal : un point et son symétrique sont sur la même ligne verticale.

Une droite

Pour aller de O à E : 3 carreaux vers la gauche, puis 1 carreau vers le haut. Pour aller de O à F : 1 carreau vers la gauche, puis 3 carreaux vers le haut. Trace la droite (EF) et son symétrique. En quel point ces deux droites se coupent-elles ?

INDICE

Point délicat : une droite n'a pas d'extrémités. Après avoir placé E' et F', prolonge les deux tracés jusqu'à l'axe.

Une demi-droite

Pour aller de O à G : 2 carreaux vers la droite, puis 1 carreau vers le haut. Pour aller de O à L : 3 carreaux vers la droite, puis 3 carreaux vers le haut. Construis le symétrique de la demi-droite $[GL)$.

INDICE

Début : le symétrique d'une demi-droite est une demi-droite ; son origine est le symétrique de G.

Exercice 5

Les côtés d'un triangle symétrique

Un triangle ABC a pour côtés $AB = 4{,}5$ cm, $BC = 6$ cm et $AC = 3{,}8$ cm. Le triangle $A'B'C'$ est son symétrique par rapport à une droite (d). On ne construit pas la figure.

Les côtés

Donne les longueurs $A'B'$, $B'C'$ et $A'C'$. Nomme la propriété utilisée.

INDICE

Outil : quelle grandeur la symétrie axiale ne change-t-elle pas ?

Un milieu

Le point I est le milieu de $[BC]$. Que représente son symétrique I' pour le segment $[B'C']$? Calcule $B'I'$.

INDICE

Début : le milieu est conservé ; calcule ensuite la moitié de $B'C'$.

Le périmètre

Calcule le périmètre du triangle $A'B'C'$.

INDICE

Outil : le périmètre d'un triangle est la somme des longueurs de ses trois côtés.

Exercice 6

Le symétrique d'un angle

Sur ton cahier, trace avec le rapporteur un angle $\widehat{BAC}$ de $50°$, avec $AB = 5$ cm et $AC = 4$ cm. Trace ensuite une droite (d) qui ne coupe ni $[AB]$ ni $[AC]$.

Construire

Construis le symétrique de l'angle $\widehat{BAC}$ par rapport à (d). Quels points dois-tu construire ?

INDICE

Outil : un angle est connu par son sommet et par un point sur chacun de ses côtés.

Mesurer

Quelle mesure dois-tu lire au rapporteur pour $\widehat{B'A'C'}$? Quelles longueurs pour $A'B'$ et $A'C'$?

INDICE

Début : pense à deux propriétés : l'une sur les angles, l'autre sur les distances.

Un angle obtus

Un angle $\widehat{EFG}$ mesure $112°$. Sans construire, donne la mesure de son symétrique $\widehat{E'F'G'}$ par rapport à une droite. Cet angle est-il aigu ou obtus ?

INDICE

Point délicat : un angle est obtus lorsque sa mesure est comprise entre $90°$ et $180°$.

Exercice 7

Compter les axes de figures usuelles

Pour chaque figure, fais un dessin sur ton cahier, puis trace ses axes de symétrie en pointillés.

Un segment et un angle

Un segment $[PQ]$ mesure 5 cm. Un angle $\widehat{xOy}$ mesure $70°$. Combien d'axes de symétrie a chacune de ces figures ? Lesquels ?

INDICE

Outil : pour le segment, essaie un pli perpendiculaire au segment, puis un pli le long de la droite qui le porte.

Deux triangles

Le triangle RST est isocèle en R, avec $RS = RT = 5$ cm et $ST = 3$ cm. Le triangle UVW est équilatéral, de côté 4 cm. Combien d'axes de symétrie a chacun ?

INDICE

Début : un triangle isocèle qui n'est pas équilatéral n'a qu'un axe ; cherche lequel.

Un cercle et un rectangle

Un cercle a pour rayon 2 cm. Un rectangle mesure 6 cm sur 3 cm. Combien d'axes de symétrie a chacun ?

INDICE

Point délicat : une diagonale d'un rectangle n'est un axe que si ce rectangle est un carré.

Exercice 8

Lettres et logo

Sur un quadrillage, dessine chaque lettre avec des segments, comme ceci.

- H : deux traits verticaux de 4 carreaux, écartés de 2 carreaux, reliés en leur milieu par un trait horizontal.
- T : un trait horizontal de 4 carreaux et, depuis son milieu, un trait vertical de 4 carreaux vers le bas.
- E : un trait vertical de 4 carreaux et trois traits horizontaux de 3 carreaux, partant vers la droite de son haut, de son milieu et de son bas.
- N : deux traits verticaux de 4 carreaux, écartés de 3 carreaux ; un trait oblique relie le haut du premier au bas du second.

Les lettres H et T

Combien d'axes de symétrie ont les lettres H et T ? Décris-les.

INDICE

Outil : essaie un pli vertical et un pli horizontal, chacun au milieu de la lettre.

Les lettres E et N

Combien d'axes de symétrie ont les lettres E et N ?

INDICE

Point délicat : pour N, regarde où va le trait oblique avec chaque pli.

Un logo

Un logo est un rectangle de 6 carreaux de long, à l'horizontale, sur 2 carreaux de haut, dans lequel on trace ses deux diagonales. Combien d'axes de symétrie a ce logo ?

INDICE

Outil : un axe du logo doit être un axe du rectangle, et il doit envoyer chaque diagonale sur une diagonale.