BURHAN

La symétrie axiale

2ème Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/symetrie-axiale/cours

Chapitre	Semestre
La symétrie axiale	Semestre 1

Entrée

Prends une feuille de papier et plie-la en deux, bien à plat. Avec la pointe du compas, pique un trou à travers les deux épaisseurs, à 3 cm du pli.

Avant de déplier la feuille, essaie de prévoir où se trouve le second trou.

Devine : Le second trou

Tu déplies la feuille. Le premier trou est à 3 cm du pli. Où se trouve le second trou ?

A. À 6 cm du pli, de l'autre côté.

Faux.
6 cm est l'écart entre les deux trous, pas la distance au pli. Chaque trou est à 3 cm du pli.

B. À 3 cm du pli, juste en face du premier trou.

Juste.
Oui. Les deux épaisseurs étaient l'une sur l'autre : le second trou est en face du premier, à la même distance du pli.

C. À 3 cm du pli, à n'importe quel endroit.

Faux.
Le compas traverse les deux épaisseurs au même endroit. Le second trou ne peut donc pas être n'importe où.

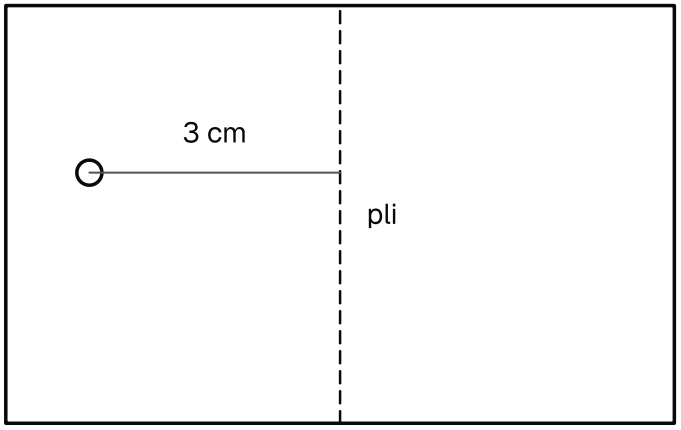
D. Sur le pli, au milieu de la feuille.

Faux.
Le compas a piqué à 3 cm du pli, pas sur le pli.

Correction

Le second trou est de l'autre côté du pli, juste en face du premier, à 3 cm du pli. Les deux trous sont donc à 6 cm l'un de l'autre.

Le pli coupe le segment qui joint les deux trous en son milieu, et à angle droit. Vérifie l'angle droit avec ton équerre.



La feuille une fois dépliée : le pli au milieu et le premier trou, piqué à 3 cm de ce pli.

Le pli a joué le rôle d'un miroir. Le second trou est le **symétrique** du premier par rapport au pli.

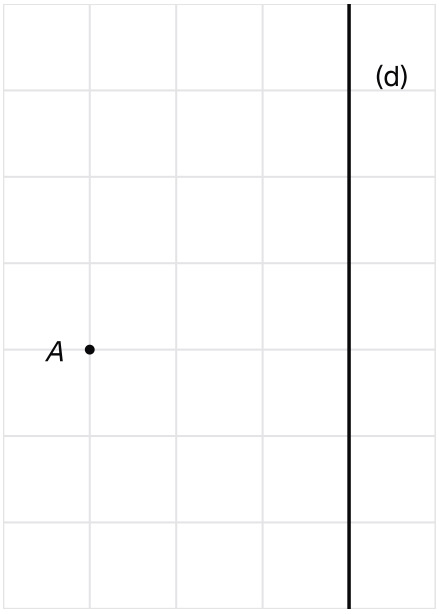
Dans ce chapitre, tu construis des symétriques sans plier : avec l'équerre, la règle graduée ou le compas. Tu découvres aussi ce que le pliage garde intact : les longueurs, les angles et les aires.

Le symétrique d'un point

Observer par pliage

Prends une feuille à petits carreaux. Un **nœud** est un point où se croisent deux lignes du quadrillage.

Trace une droite (d) en suivant une ligne verticale du quadrillage. Place un point A à 3 carreaux à gauche de (d).



Sur le quadrillage, la droite (d) suit une ligne verticale et le nœud A se trouve 3 carreaux à sa gauche.

Devine : Le pli sur le quadrillage

Tu plies la feuille le long de (d) et tu piques le point A. Où se trouve le trou, une fois la feuille dépliée ?

A. À 3 carreaux à droite de (d), 3 carreaux plus haut.

Faux.

Le pli ne fait pas monter le point. Le trou reste sur la même ligne horizontale que A.

B. À 6 carreaux à droite de (d), sur la même ligne.

Faux.

6 carreaux, c'est l'écart entre A et le trou. Le trou est à 3 carreaux de (d), comme A.

C. Sur (d), sur la même ligne que A.

Faux.

Seul un point placé sur le pli reste sur le pli. Or A est à 3 carreaux du pli.

D. À 3 carreaux à droite de (d), sur la même ligne.

Juste.

Oui. Le trou est en face de A, de l'autre côté de (d), à la même distance : 3 carreaux.

Correction

Le trou est à 3 carreaux à droite de (d), sur la même ligne horizontale que A.

Cette ligne du quadrillage est perpendiculaire à (d). Elle coupe (d) au milieu du segment qui joint A et le trou.

Rappel de 1re année : la **médiatrice** d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment qui passe par son milieu.

- Un point de la médiatrice est à la même distance des extrémités.
- Un point à la même distance des extrémités est sur la médiatrice.

Définition : Symétrique d'un point par rapport à une droite

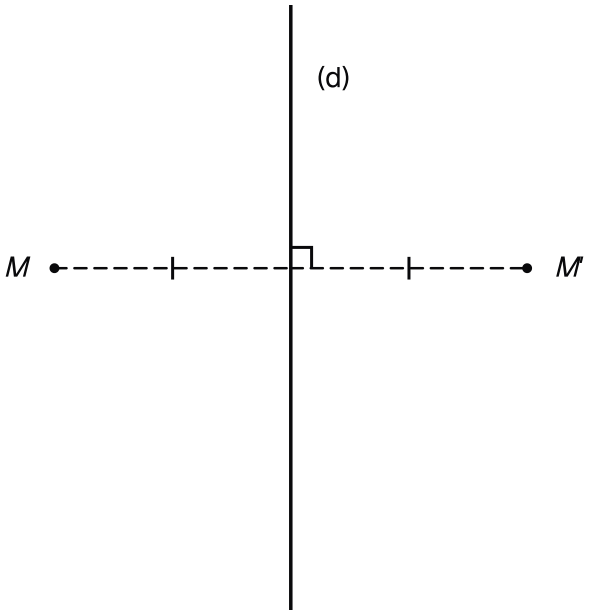
Soit (d) une droite et M un point.

- Si M n'est pas sur (d), le **symétrique** de M par rapport à (d) est le point M' tel que (d) soit la **médiatrice** du segment $[MM']$: la droite (d) est perpendiculaire à (MM') et passe par le milieu de $[MM']$.
- Si M est sur (d), son symétrique par rapport à (d) est le point M lui-même.

On dit alors que M et M' sont **symétriques par rapport à** (d) : M est aussi le symétrique de M'. La droite (d) est l'**axe** de la symétrie.

À retenir : En clair

Pour aller de M à son symétrique M', tu traverses (d) à angle droit. Tu fais la même distance de chaque côté de (d). Un point de (d) ne bouge pas : il est son propre symétrique.



Le trajet de M vers M' : on traverse (d) à angle droit, avec la même distance de part et d'autre.

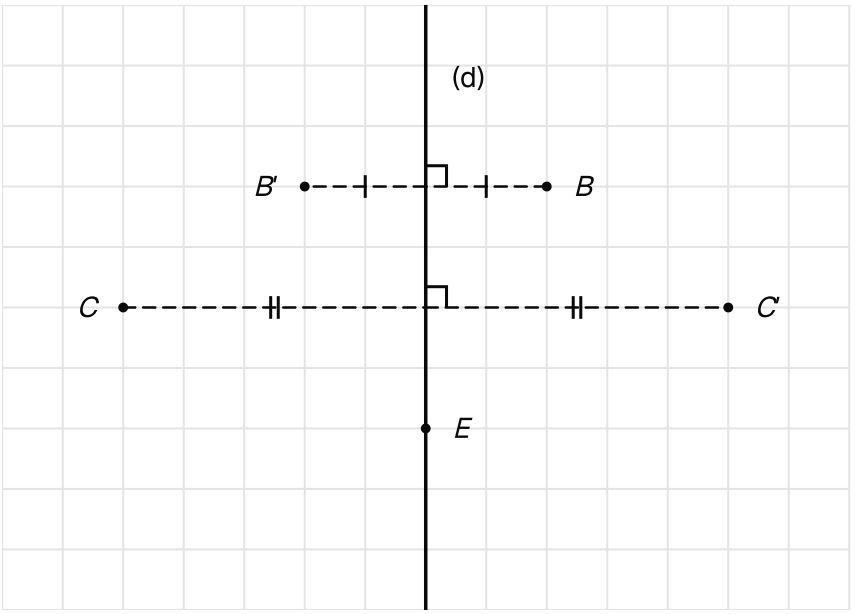
Construire à l'équerre

Exemple : Sur le quadrillage

L'axe (d) suit une ligne verticale du quadrillage.

- B est à 2 carreaux à droite de (d) : B' est à 2 carreaux à gauche de (d), sur la même ligne horizontale.
- C est à 5 carreaux à gauche de (d) : C' est à 5 carreaux à droite de (d), sur la même ligne horizontale.
- E est sur (d) : son symétrique est le point E lui-même.

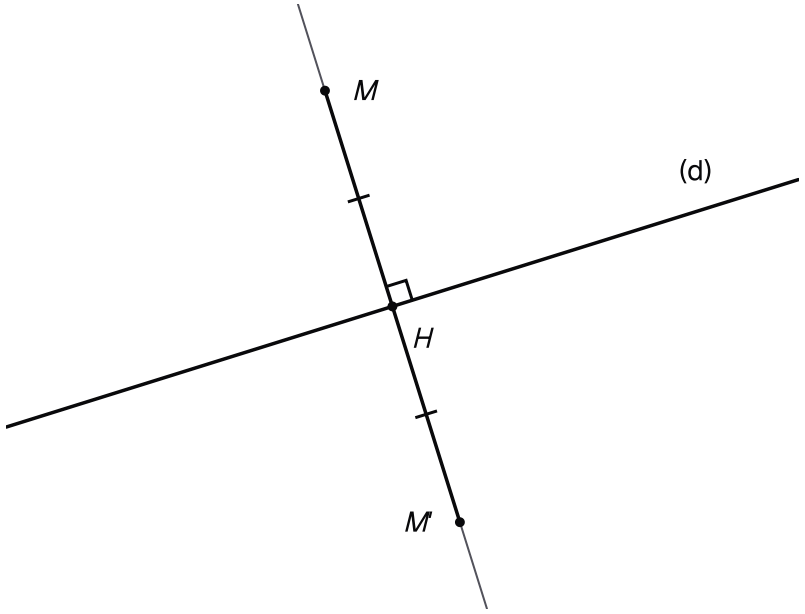
Pour B et pour C, la droite (d) est la médiatrice du segment qui joint le point à son symétrique.



Sur le quadrillage, B et B' sont à 2 carreaux de l'axe, C et C' à 5 carreaux, et E reste sur l'axe.

Méthode : Construire le symétrique d'un point à l'équerre et à la règle

1. **Tracer la perpendiculaire.** Avec l'équerre, trace la droite qui passe par M et qui est perpendiculaire à (d). Elle coupe (d) en un point H.
2. **Mesurer.** Avec la règle graduée, mesure la longueur MH.
3. **Reporter.** Sur la perpendiculaire, de l'autre côté de (d), place M' tel que $HM' = HM$.
4. **Vérifier.** H est le milieu de $[MM']$ et $(MM') \perp (d)$: la droite (d) est bien la médiatrice de $[MM']$.



Construction à l'équerre : la perpendiculaire à (d) issue de M coupe (d) en H, puis on reporte HM' = HM.

Exemple : Avec des mesures

Le point M est à $2{,}5$ cm de la droite (d).

1. L'équerre donne la perpendiculaire à (d) qui passe par M ; elle coupe (d) en H.
2. La règle donne $MH = 2{,}5$ cm.
3. Tu places M' de l'autre côté de (d), avec $HM' = 2{,}5$ cm.

Ainsi $MM' = 2{,}5 + 2{,}5 = 5$ cm.

Trouve l'erreur : Le point de Sami

La droite (d) est verticale. Sami doit construire le symétrique de M, situé à 2 cm à gauche de (d). Il place un point N à 2 cm à droite de (d), mais plus haut que M.

Le point N est-il le symétrique de M ?

A. N convient : il est à 2 cm de (d).

Faux.
La distance ne suffit pas. Beaucoup de points sont à 2 cm de (d) de l'autre côté ; un seul est le symétrique de M.

B. N ne convient pas : $[MN]$ doit être perpendiculaire à (d).

Juste.
Oui. Le symétrique de M est sur la perpendiculaire à (d) qui passe par M. Ce n'est pas le cas de N.

C. N ne convient pas : il doit être à 4 cm de (d).

Faux.
Le symétrique est à la même distance de (d) que M, donc à 2 cm. 4 cm serait la longueur MM'.

D. N convient, car (d) coupe le segment $[MN]$.
Faux.
(d) doit couper $[MM']$ en son milieu et à angle droit. Pour $[MN]$, l'angle n'est pas droit.

Correction
N n'est pas le symétrique de M.

Le symétrique M' est sur la perpendiculaire à (d) qui passe par M, à 2 cm de (d), de l'autre côté.

Pour N, la droite (d) n'est pas la médiatrice de $[MN]$, car (MN) n'est pas perpendiculaire à (d).

Attention : La distance ne suffit pas

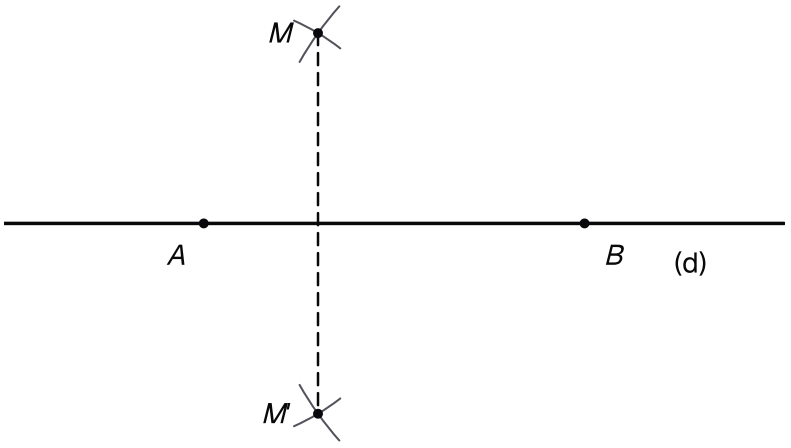
Le symétrique de M n'est pas n'importe quel point situé à la même distance de (d).

Deux conditions sont nécessaires : $[MM']$ est **perpendiculaire** à (d), et son **milieu** est sur (d). Contrôle toujours l'angle droit avec l'équerre.

Construire au compas

Méthode : Construire le symétrique d'un point au compas

1. **Choisir deux points de l'axe.** Le point M n'est pas sur (d) : sinon, son symétrique est M lui-même. Place deux points A et B sur (d), assez éloignés l'un de l'autre.
2. **Tracer deux arcs.** Trace l'arc de centre A qui passe par M, puis l'arc de centre B qui passe par M.
3. **Lire le point.** Les deux arcs se coupent en M et en un second point, de l'autre côté de (d) : c'est M'.
4. **Contrôler.** Vérifie à l'équerre que (MM') est perpendiculaire à (d), et à la règle que (d) coupe $[MM']$ en son milieu.



Construction au compas : les arcs de centres A et B qui passent par M se recoupent en M', de l'autre côté de (d).

Exemple : Au compas, avec des mesures

Sur (d), place A et B avec $AB = 4$ cm. Le point M vérifie $AM = 3$ cm et $BM = 5$ cm.

1. L'arc de centre A a pour rayon 3 cm.
2. L'arc de centre B a pour rayon 5 cm.
3. Les deux arcs se recoupent en M', de l'autre côté de (d).

Vérifie à la règle : $AM' = 3$ cm et $BM' = 5$ cm.

Vérifie avec l'équerre : ici, l'angle entre (AM) et (d) est droit. Donc M et M' sont sur la perpendiculaire à (d) en A, et $MM' = 3 + 3 = 6$ cm.

Vérifie : Pourquoi ça marche ?

Dans l'exemple, les arcs ont pour rayons 3 cm et 5 cm. Quelle raison garantit que leur second point commun est le symétrique M' de M ?

A. Les deux arcs ont le même rayon.

Faux.

Ici les rayons sont 3 cm et 5 cm : ils sont différents, et la construction marche quand même.

B. Le point obtenu est sur la droite (d).

Faux.

Le point obtenu est de l'autre côté de (d), pas sur (d).

C. La longueur MM' est égale à AB.

Faux.

Ici $MM' = 6$ cm et $AB = 4$ cm : ces longueurs sont différentes.

D. A et B sont tous deux sur la médiatrice de $[MM']$.

Juste.

Oui. A est à la même distance de M et de M', et B aussi. La droite (AB), c'est-à-dire (d), est donc la médiatrice de $[MM']$.

Correction

Le point M' est sur l'arc de centre A, donc $AM' = AM$. Il est sur l'arc de centre B, donc $BM' = BM$.

Or un point à la même distance des extrémités d'un segment est sur sa médiatrice. Ainsi A et B sont sur la médiatrice de $[MM']$.

Cette médiatrice est donc la droite (AB), c'est-à-dire (d). Donc M' est le symétrique de M par rapport à (d).

À toi : Un axe en diagonale

Sur un quadrillage, la droite (d) suit la diagonale des carreaux qui monte vers la droite. Elle passe par un nœud O du quadrillage.

Le point P est à 2 carreaux à droite de O, sur la même ligne horizontale. Où places-tu le symétrique P' de P par rapport à (d) ?

Indice 1

La perpendiculaire à (d) suit l'autre diagonale des carreaux.

Indice 2

Depuis P, avance d'un carreau vers la gauche et d'un carreau vers le haut : tu arrives sur (d), en un point H.

Indice 3

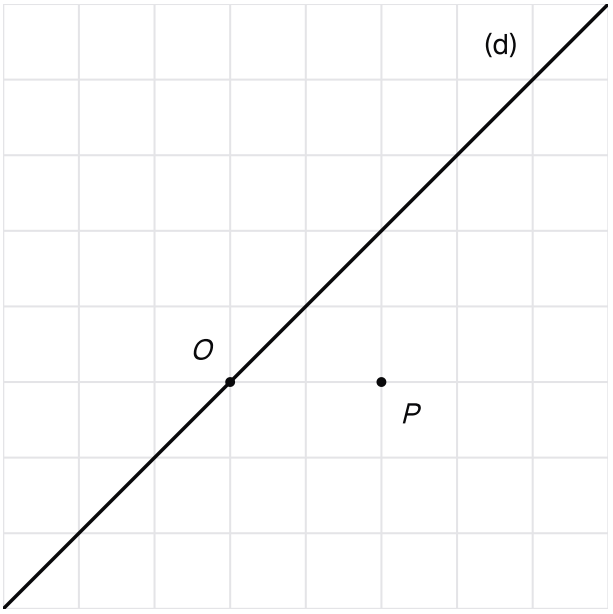
Point délicat : après H, continue de la même façon, d'un carreau vers la gauche et d'un carreau vers le haut. Ne reste pas sur la ligne horizontale de P.

Réponse

P' est à 2 carreaux au-dessus de O, sur la même ligne verticale.

Trajet : depuis P, un carreau vers la gauche et un carreau vers le haut mènent au point H de (d). Un pas de plus, dans le même sens, mène à P'.

Contrôle : H est le milieu de $[PP']$, car le trajet est le même de chaque côté de (d). Et $[PP']$ suit une diagonale des carreaux, perpendiculaire à (d). Donc (d) est la médiatrice de $[PP']$.



Les données de l'essai : l'axe (d) en diagonale passe par le nœud O, et P est 2 carreaux à droite de O.

Tu sais maintenant construire le symétrique d'un point de trois façons : par pliage, à l'équerre et à la règle, ou au compas. Sur un quadrillage, tu comptes les carreaux, le long d'une ligne du quadrillage ou en diagonale.

Segments et distances

Mesurer avant et après

Regarde un papillon posé, les ailes ouvertes. Son corps joue le rôle d'un axe : chaque aile est le symétrique de l'autre.

Les deux ailes ont la même taille. Est-ce un hasard ?

Devine : Avant de mesurer

Trace une droite (d) et un segment $[AB]$ de 4 cm, d'un même côté de (d). Construis les symétriques A' et B' de A et B. Avant de mesurer, que prévois-tu pour $A'B'$?

A. 4 cm, quelle que soit la position de $[AB]$.

Juste.

Oui. Le pliage superpose $[AB]$ et $[A'B']$: ils ont la même longueur.

B. Plus de 4 cm si $[AB]$ est penché par rapport à (d).

Faux.

Mesure : la position de $[AB]$ ne change pas la longueur de son symétrique.

C. 8 cm, le double de la longueur AB.

Faux.

Tu penses à l'écart entre un point et son symétrique. Le segment, lui, ne s'allonge pas.

D. Moins de 4 cm si $[AB]$ est loin de (d).

Faux.

L'éloignement de l'axe ne change pas la longueur du segment.

Correction

$A'B' = 4$ cm.

Le segment $[A'B']$ se superpose à $[AB]$ quand tu plies la feuille le long de (d). Vérifie-le à la règle graduée : la position de $[AB]$ ne change rien.

Propriété : Conservation des distances

Soit (d) une droite, et A', B' les symétriques de deux points A et B par rapport à (d). Alors

$$A'B' = AB.$$

Le symétrique du segment $[AB]$ par rapport à (d) est le segment $[A'B']$: il a la même longueur. On dit que la symétrie axiale **conserve les distances**.

Remarque : Un résultat admis

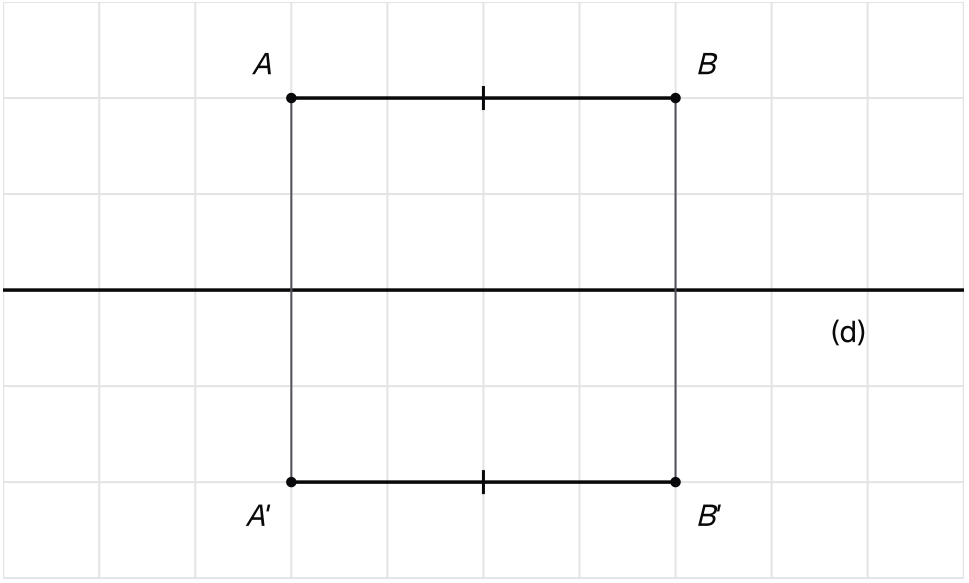
En clair : une longueur ne change pas quand on construit le symétrique.

Ce résultat est admis : tu l'as observé par pliage et par mesure. Tu ne le démontres pas. Tu l'emploies pour trouver une longueur sans la mesurer.

Exemple : Compter les carreaux

L'axe (d) suit une ligne horizontale du quadrillage. A est à 2 carreaux au-dessus de (d). B est aussi à 2 carreaux au-dessus de (d), à 4 carreaux à droite de A.

A' et B' sont à 2 carreaux au-dessous de (d), et B' est à 4 carreaux à droite de A'. Le segment $[A'B']$ mesure 4 carreaux, comme $[AB]$.



Axe horizontal : [AB], 2 carreaux au-dessus de (d), et son symétrique [A'B'], 2 carreaux en dessous, mesurent tous deux 4 carreaux.

Le symétrique d'un polygone

Méthode : Construire le symétrique d'un segment, d'une droite ou d'un polygone

1. **Repérer les points utiles.** Pour un segment : ses deux extrémités. Pour une droite : deux de ses points. Pour un polygone : ses sommets.
2. **Construire leurs symétriques.** Utilise l'équerre et la règle, le compas ou le quadrillage.
3. **Relier dans le même ordre.** Si tu relies A, B, C, relie ensuite A', B', C'.
4. **Contrôler.** Mesure une longueur : elle doit être la même que sur la figure de départ.

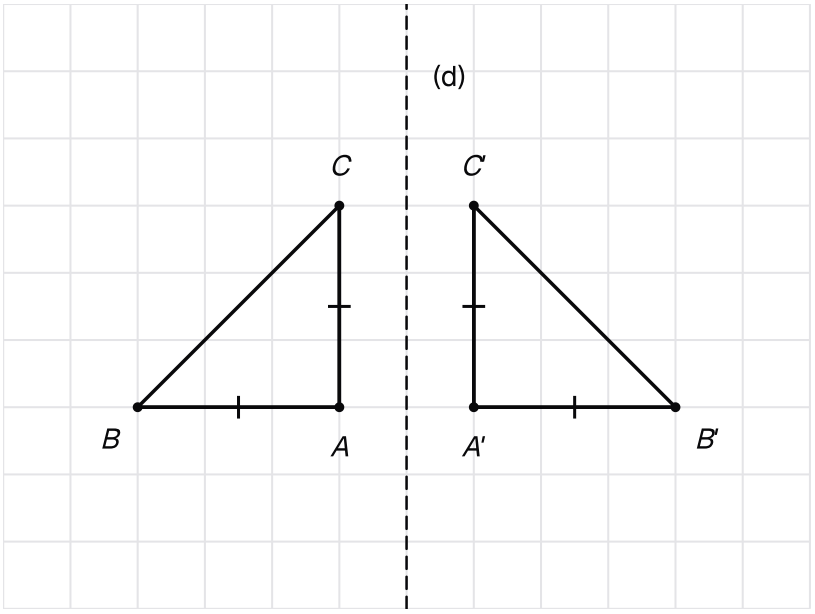
Exemple : Un triangle sur quadrillage

L'axe (d) suit une ligne verticale du quadrillage. Le triangle ABC est à gauche de (d) :

- A est à 1 carreau à gauche de (d) ;
- B est à 4 carreaux à gauche de (d), sur la même ligne horizontale que A ;
- C est à 1 carreau à gauche de (d), 3 carreaux au-dessus de A.

Tu places A' à 1 carreau à droite de (d), et B' à 4 carreaux à droite sur la même ligne. C' est à 1 carreau à droite de (d), 3 carreaux au-dessus de A'.

Tu relies A', B' et C'. Contrôle : $A'B' = AB = 3$ carreaux et $A'C' = AC = 3$ carreaux.



Le triangle ABC à gauche de l'axe vertical et son symétrique A'B'C', retourné, à droite.

Vérifie : Un point sur l'axe

Le segment $[EF]$ mesure 7 cm. Le point E est sur (d), le point F n'y est pas. Que peux-tu dire du symétrique $[E'F']$?

A. $E'F' = 14$ cm et E' est de l'autre côté de (d).

Faux.

La longueur est conservée : elle ne double pas. Et E est sur l'axe.

B. $E'F' = 7$ cm et E' est de l'autre côté de (d).

Faux.

E est sur (d) : il est son propre symétrique, donc E' est le point E.

C. $E'F' = 7$ cm et E' est le point E lui-même.

Juste.

Oui. Un point de l'axe est son propre symétrique, et la longueur est conservée.

D. $E'F' = 3{,}5$ cm et E' est le point E lui-même.

Faux.

E' est bien le point E, mais la longueur ne change pas : elle reste 7 cm.

Correction

E est sur (d), donc son symétrique est E lui-même.

La symétrie axiale conserve les distances, donc $E'F' = EF = 7$ cm.

Les segments $[EF]$ et $[EF']$ partent du même point E.

À toi : Un segment qui traverse l'axe

L'axe (d) suit une ligne horizontale du quadrillage. A est à 2 carreaux au-dessus de (d). B est à 1 carreau au-dessous de (d), sur la même ligne verticale que A.

Où sont A' et B' ? Combien de carreaux mesure le segment $[A'B']$?

Indice 1
Traite chaque extrémité séparément, comme un point seul.
Indice 2
A' est à 2 carreaux au-dessous de (d). Cherche B' de la même façon.
Indice 3
Point délicat : B est au-dessous de (d), donc B' est au-dessus. Les deux extrémités changent de côté.

Réponse
A' est à 2 carreaux au-dessous de (d), et B' à 1 carreau au-dessus, sur la même ligne verticale que A et B.

Le segment $[AB]$ mesure $2 + 1 = 3$ carreaux. La symétrie axiale conserve les distances, donc $[A'B']$ mesure aussi 3 carreaux.

Les deux segments sont sur la même ligne verticale, mais ils ne coïncident pas.

Une longueur mesurée sur une figure se retrouve sur sa symétrique. Tu n'as plus besoin de mesurer deux fois : une phrase de justification suffit.

Droites, alignement et milieu

Points alignés et milieu

Au bord d'un bassin, une rangée d'arbres se reflète dans l'eau calme. Les arbres sont alignés. Leurs reflets le sont aussi.

Devine : Trois points alignés

Les points A, B et C sont alignés. Tu construis leurs symétriques A', B' et C' par rapport à une droite (d). Que prévois-tu ?

A. A', B' et C' ne sont plus alignés.
Faux.
Construis-les : une règle posée sur A' et C' passe aussi par B'.

B. Ils sont alignés seulement si (AC) est parallèle à (d).
Faux.
L'alignement est conservé, quelle que soit la position de la droite (AC).

C. A', B' et C' sont alignés, eux aussi.
Juste.

Oui. Le pliage amène la droite qui porte A, B et C sur une autre droite.

D. Ils sont alignés seulement si un des points est sur (d).

Faux.

Aucun des trois points n'a besoin d'être sur (d).

Correction

A', B' et C' sont alignés, quelle que soit la position de (d). Vérifie-le à la règle sur ton cahier.

Propriété : Conservation de l'alignement et du milieu

Soit (d) une droite. Par rapport à (d) :

- si trois points A, B et C sont alignés, leurs symétriques A', B' et C' sont alignés ;
- le symétrique de la droite (AB) est la droite $(A'B')$, et le symétrique de la demi-droite $[Ax)$ est une demi-droite d'origine A' ;
- si I est le milieu du segment $[AB]$, son symétrique I' est le milieu du segment $[A'B']$.

On dit que la symétrie axiale **conserve l'alignement** et le milieu.

Remarque : Un résultat admis

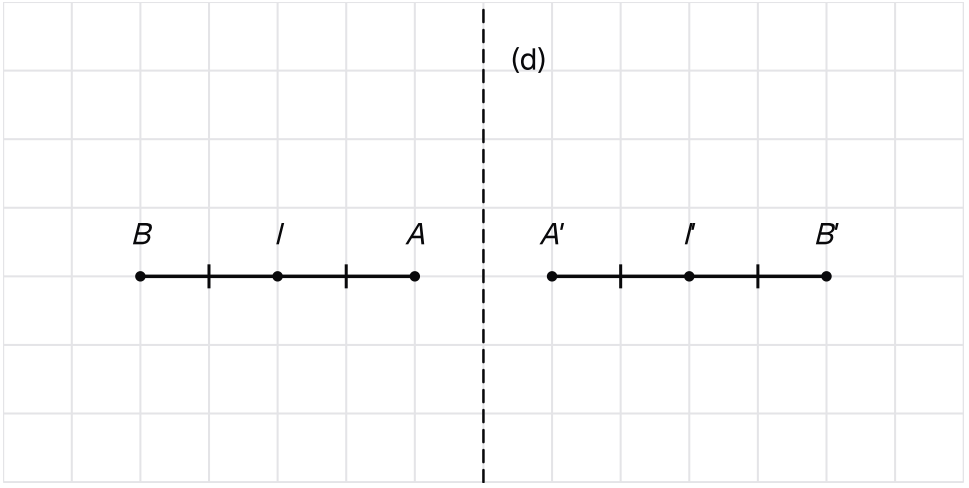
En clair : des points alignés restent alignés, et un milieu reste un milieu.

Ce résultat est admis : tu l'as observé avec un papier calque et une règle. Tu l'emploies pour justifier un alignement ou un milieu.

Exemple : Le milieu se retrouve

L'axe (d) suit une ligne verticale du quadrillage. A est à 1 carreau à gauche de (d), et B à 5 carreaux à gauche, sur la même ligne horizontale. Le milieu I de $[AB]$ est à 3 carreaux à gauche de (d).

Son symétrique I' est à 3 carreaux à droite de (d). Or A' est à 1 carreau à droite et B' à 5 carreaux à droite. Donc I' est bien le milieu de $[A'B']$.



Le milieu I de [AB], 3 carreaux à gauche de l'axe, a pour symétrique I', milieu de [A'B'].

Le symétrique d'une droite

Devine : Une droite qui coupe l'axe

La droite (D) coupe l'axe (d) au point I. Tu construis le symétrique (D') de (D) par rapport à (d). Par où passe (D') ?

A. (D') passe, elle aussi, par le point I.

Juste.

Oui. Plie le long de (d) : le point I reste en place, et (D') passe par lui.

B. (D') est parallèle à (D) et ne passe pas par I.

Faux.

(D) et (D') ont le point I en commun : (D') passe par I.

C. (D') ne coupe jamais l'axe (d).

Faux.

Le point I de (d) est sur (D') : (D') coupe donc l'axe.

D. (D') est toujours la droite (D) elle-même.

Faux.

C'est vrai seulement si (D) est perpendiculaire à (d).

Correction

(D') passe par I. Vérifie-le par pliage : le point I est sur le pli, il ne bouge pas.

Propriété : Symétrique d'une droite selon sa position par rapport à l'axe

Soit (d) une droite, (D) une autre droite et (D') le symétrique de (D) par rapport à (d).

- Si (D) coupe (d) en un point I, alors (D') passe aussi par I.

- Si (D) est perpendiculaire à (d), alors (D') est la droite (D) elle-même.
- Si (D) est parallèle à (d), alors (D') est aussi parallèle à (d).
- L'axe (d) est son propre symétrique : chaque point de (d) est son propre symétrique.

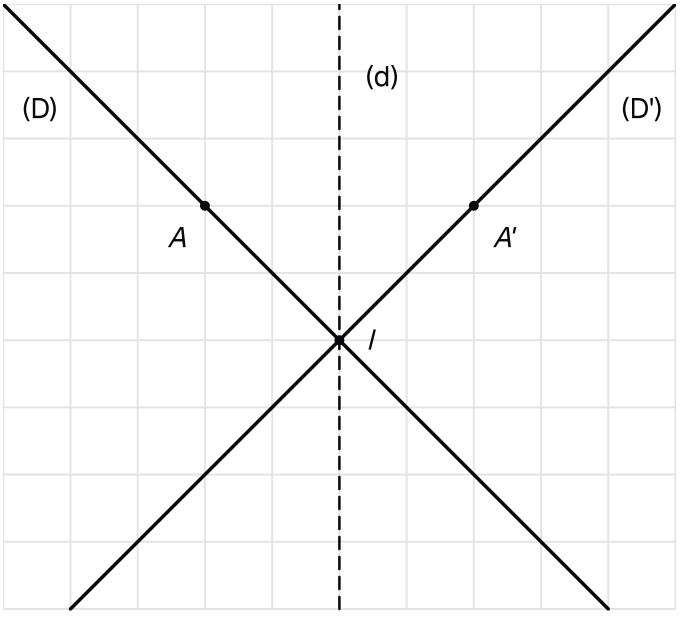
Remarque : Un résultat admis

Ce résultat est admis : tu l'as observé par pliage. Pour tracer (D'), deux points suffisent : par exemple le point I et le symétrique d'un autre point de (D).

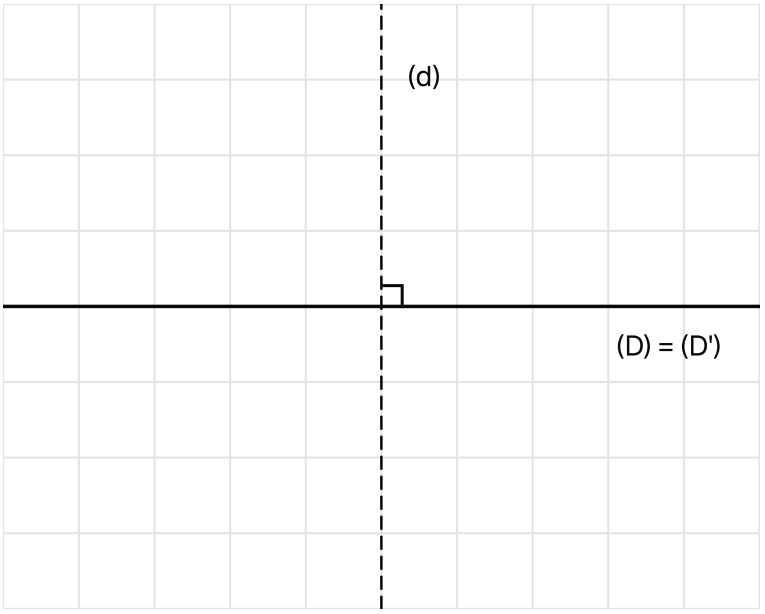
Exemple : Trois positions sur quadrillage

L'axe (d) suit une ligne verticale du quadrillage.

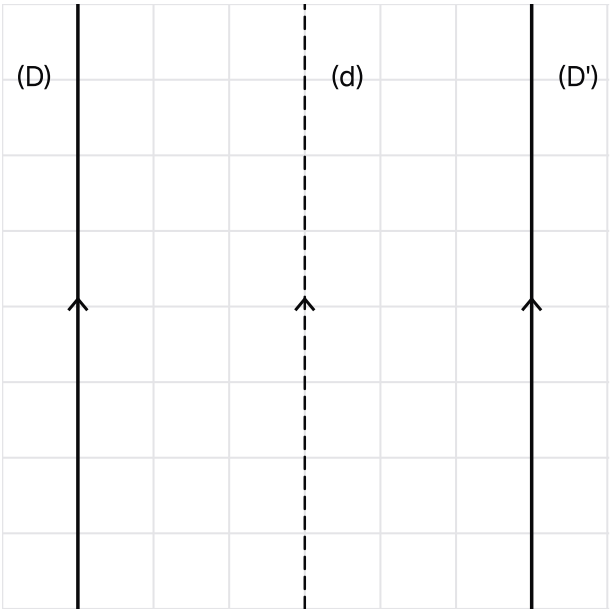
- **La droite coupe l'axe.** (D) passe par un point I de (d) et par A, à 2 carreaux à gauche de I et 2 carreaux au-dessus. Alors (D') passe par I et par A', à 2 carreaux à droite de I et 2 carreaux au-dessus.
- **La droite est perpendiculaire à l'axe.** C'est une ligne horizontale du quadrillage : son symétrique est cette même ligne.
- **La droite est parallèle à l'axe.** C'est la ligne verticale à 3 carreaux à gauche de (d) : son symétrique est la ligne verticale à 3 carreaux à droite de (d).



Premier cas : (D) coupe l'axe en I et passe par A ; sa symétrique (D') passe par I et par A'.



Deuxième cas : (D) suit une ligne horizontale, perpendiculaire à l'axe ; sa symétrique est elle-même.



Troisième cas : (D), 3 carreaux à gauche de l'axe, a pour symétrique (D'), 3 carreaux à droite.

Trouve l'erreur : L'affirmation de Léa

La droite (D) est perpendiculaire à (d) en H. Le point M est sur (D), avec $HM = 2$ cm. Léa affirme : « Le symétrique de (D) est (D), donc le symétrique de M est M. » Qu'en penses-tu ?

A. Léa a raison : M est son propre symétrique.

Faux.

Seuls les points de (d) sont leur propre symétrique. Or M n'est pas sur (d).

B. M' est sur (D), à 2 cm de H, de l'autre côté de (d).

Juste.
Oui. La droite (D) reste la même, mais le point M change de côté.

C. Le symétrique de M est le point H, sur l'axe.

Faux.
H est le milieu de $[MM']$, pas le symétrique de M.

D. M' est sur (D), à 4 cm du point H.

Faux.
M' est à la même distance de H que M, soit 2 cm. 4 cm est la longueur MM'.

Correction
Léa se trompe : la droite (D) est son propre symétrique, mais ses points bougent.

M' est sur (D), à 2 cm de H, de l'autre côté de (d). Seul H, qui est sur l'axe, est son propre symétrique.

S'entraîner

Exemple : Une demi-droite

La demi-droite $[Ax)$ a pour origine A. Pour tracer son symétrique, construis A' et le symétrique B' d'un point B de $[Ax)$. Le symétrique de $[Ax)$ est la demi-droite d'origine A' qui passe par B'.

Sur quadrillage, avec (d) verticale : A est à 2 carreaux à gauche de (d), et $[Ax)$ part vers la gauche sur une ligne horizontale. Sa symétrique part de A', à 2 carreaux à droite de (d), et va vers la droite.

Attention : La droite reste, ses points bougent

Si (D) est perpendiculaire à (d), le symétrique de (D) est (D) elle-même. Mais ses points ne restent pas en place.

Un point de (D) situé d'un côté de (d) passe de l'autre côté. Seul le point d'intersection de (D) et de (d) est son propre symétrique.

À toi : Une droite parallèle à l'axe

L'axe (d) suit une ligne horizontale du quadrillage. La droite (D) est la ligne horizontale à 3 carreaux au-dessus de (d), et K est un point de (D). Trace le symétrique (D') de (D) et place K'.

Indice 1
Choisis deux points de (D) et construis leurs symétriques.
Indice 2
Chaque point de (D) est à 3 carreaux au-dessus de (d) : son symétrique est à 3 carreaux au-dessous.

Indice 3
Point délicat : (D') ne coupe pas (d). Elle est parallèle à (d), comme (D), mais de l'autre côté.

Réponse
(D') est la ligne horizontale à 3 carreaux au-dessous de (d) : elle est parallèle à (d).

K' est sur (D'), à 6 carreaux au-dessous de K, sur la même ligne verticale. Les droites (D) et (D') sont à 6 carreaux l'une de l'autre.

Pour le symétrique d'une droite, regarde d'abord sa position par rapport à l'axe. Elle coupe l'axe, lui est perpendiculaire ou lui est parallèle : chaque cas a sa règle.

Les angles

Mesurer les angles

Un cerf-volant a une baguette en son milieu. Les deux moitiés de sa toile sont symétriques par rapport à cette baguette. Chaque angle d'un côté a son jumeau de l'autre côté.

Devine : Un angle et son symétrique

Un angle $\widehat{xAy}$ mesure $50°$. Tu construis son symétrique par rapport à une droite (d). Que prévois-tu pour sa mesure ?

A. $130°$

Faux.
$130°$ complète $50°$ à $180°$. Le pliage ne change pas l'ouverture de l'angle.

B. $100°$

Faux.
Le symétrique ne s'ajoute pas à l'angle de départ : l'ouverture reste la même.

C. $40°$

Faux.
$40°$ complète $50°$ à $90°$. Cela n'a rien à voir avec la symétrie.

D. $50°$

Juste.
Oui. Le pliage superpose les deux angles : même ouverture, donc même mesure.

Correction
Le symétrique mesure $50°$. Contrôle-le au rapporteur : la mesure d'un angle ne change pas quand tu construis son symétrique.

Propriété : Conservation des angles

Soit (d) une droite.

- Le symétrique d'un angle par rapport à (d) est un angle de **même mesure** : si A', B' et C' sont les symétriques de A, B et C, alors $\widehat{A'B'C'} = \widehat{ABC}$.
- Les symétriques de deux droites perpendiculaires sont deux droites perpendiculaires.
- Les symétriques de deux droites parallèles sont deux droites parallèles.

On dit que la symétrie axiale **conserve les mesures des angles**.

Remarque : Un résultat admis

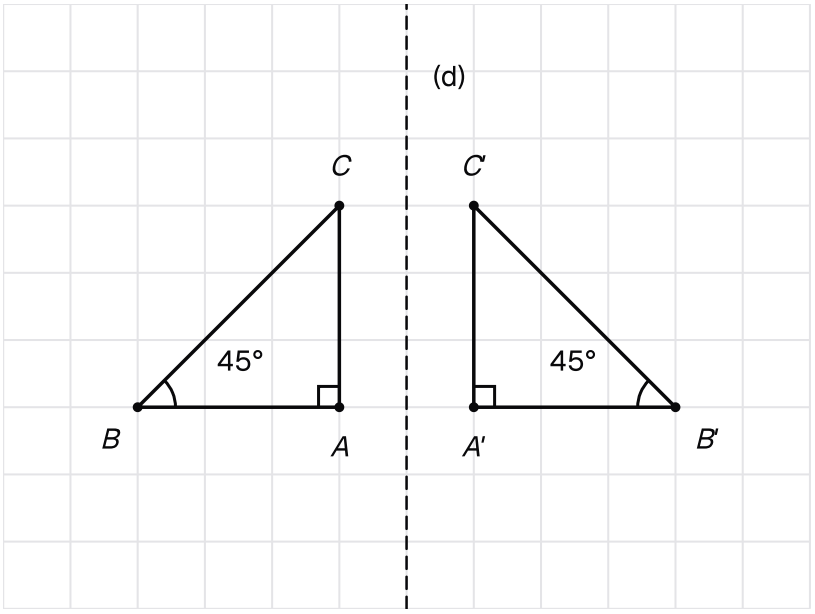
En clair : un angle et son symétrique ont la même mesure ; des droites parallèles ou perpendiculaires le restent.

Ce résultat est admis : tu l'as observé par pliage et par mesure au rapporteur. Tu l'emploies pour trouver un angle sans le mesurer.

Exemple : Des angles sur quadrillage

L'axe (d) suit une ligne verticale du quadrillage. Dans le triangle ABC, A est à 1 carreau à gauche de (d) et B à 4 carreaux à gauche, sur la même ligne. C est à 1 carreau à gauche de (d), 3 carreaux au-dessus de A.

- $[AB]$ suit une ligne horizontale et $[AC]$ une ligne verticale : $\widehat{BAC} = 90°$. Donc $\widehat{B'A'C'} = 90°$.
- $[BC]$ suit la diagonale des carreaux : $\widehat{ABC} = 45°$. Donc $\widehat{A'B'C'} = 45°$.
- Les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires. Leurs symétriques $(A'B')$ et $(A'C')$ le sont aussi.



Le triangle ABC et son symétrique A'B'C' : un angle droit en A et en A', 45 degrés en B et en B'.

Construire un angle symétrique

Méthode : Construire le symétrique d'un angle

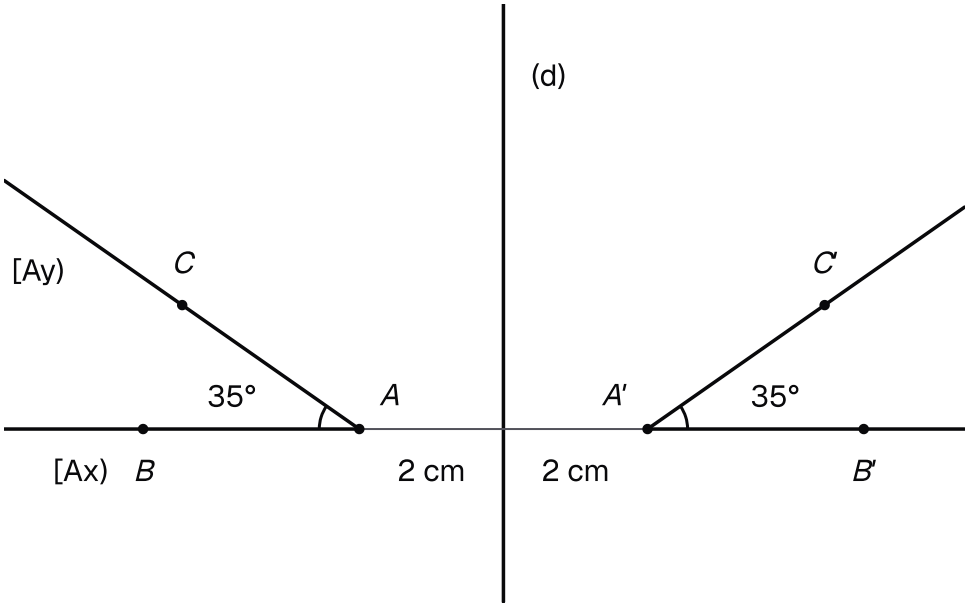
1. **Le sommet.** Pour l'angle $\widehat{xAy}$, construis le symétrique A' du sommet A.
2. **Les côtés.** Choisis un point sur chaque côté et construis leurs symétriques.
3. **Les demi-droites.** Trace les deux demi-droites d'origine A' qui passent par ces points.
4. **Contrôler.** Au rapporteur, les deux angles ont la même mesure.

Exemple : Un angle de 35 degrés

L'angle $\widehat{xAy}$ mesure $35°$, et A est à 2 cm de (d).

1. Tu construis A', à 2 cm de (d), de l'autre côté.
2. Tu places B sur $[Ax)$ et C sur $[Ay)$, puis leurs symétriques B' et C'.
3. Tu traces les demi-droites $[A'B')$ et $[A'C')$.

Le rapporteur donne $\widehat{B'A'C'} = 35°$.



L'angle xAy de 35 degrés, à 2 cm de (d), et son symétrique de sommet A', de même mesure.

Trouve l'erreur : Le triangle de Yasmine

L'axe (d) suit une ligne verticale du quadrillage. Le triangle ABC est celui de l'exemple sur quadrillage : A à 1 carreau à gauche de (d), B à 4 carreaux à gauche, C à 1 carreau à gauche et 3 carreaux au-dessus de A.

Pour obtenir son symétrique, Yasmine recopie ce triangle tel quel, 6 carreaux plus à droite. Qu'en penses-tu ?

A. Elle a raison : le triangle garde ses longueurs.

Faux.

Les longueurs sont bonnes, mais la position n'est pas celle du symétrique.

B. Elle se trompe : le symétrique est retourné.

Juste.

Oui. Le symétrique s'obtient par pliage : la figure est retournée, comme dans un miroir.

C. Elle se trompe : les angles ont changé.

Faux.

Les angles de sa copie sont les bons. Le problème est ailleurs.

D. Elle se trompe : il fallait 12 carreaux.

Faux.

Aucun déplacement de la figure en bloc ne convient : il faut construire chaque sommet.

Correction

Yasmine se trompe : il faut construire le symétrique de chaque sommet. A' est à 1 carreau à droite de (d), alors que la copie de A est à 5 carreaux à droite.

Le vrai symétrique est retourné : B' est à droite de A', alors que B est à gauche de A.

À toi : Un sommet sur l'axe

L'axe (d) suit une ligne horizontale du quadrillage. A et B sont sur (d), B à 3 carreaux à droite de A . C est à 2 carreaux à droite de A et 2 carreaux au-dessus de (d).

Construis le symétrique de l'angle $\widehat{BAC}$ et donne sa mesure.

Indice 1
Construis les symétriques du sommet A et des points B et C.
Indice 2
$[AC]$ suit la diagonale des carreaux : $\widehat{BAC} = 45°$.
Indice 3
Point délicat : A et B sont sur (d), donc ils sont leur propre symétrique. Seul C change de place.

Réponse
A et B sont sur (d), donc $A' = A$ et $B' = B$. C' est à 2 carreaux à droite de A et 2 carreaux au-dessous de (d).

Le symétrique de $\widehat{BAC}$ est donc $\widehat{BAC'}$.

Le segment $[AC]$ suit la diagonale des carreaux, donc $\widehat{BAC} = 45°$. La symétrie axiale conserve les angles, donc $\widehat{BAC'} = \widehat{BAC} = 45°$.

Les deux angles réunis forment $\widehat{CAC'} = 90°$.

Attention : Une figure retournée

Une figure et sa symétrique se superposent par **pliage**, pas en faisant glisser la figure sur la feuille. La symétrique est retournée, comme dans un miroir.

Si tu lis les sommets A, B, C dans le sens des aiguilles d'une montre, tu lis A', B', C' dans le sens contraire.

Cercles, périmètres et aires

Le symétrique d'un cercle

Un tapis rond est posé devant un grand miroir. Dans le miroir, le tapis garde sa forme et sa taille. Seul son centre change de côté.

Devine : Le rayon du cercle symétrique

Un cercle a pour centre O et pour rayon 2 cm. Le point O est à 3 cm de la droite (d). Que prévois-tu pour le symétrique de ce cercle par rapport à (d) ?

A. Le cercle de centre O' et de rayon 2 cm.

Juste.

Oui. Le centre change de côté, le rayon ne change pas.

B. Le cercle de centre O' et de rayon 3 cm.

Faux.

3 cm est la distance de O à (d), pas le rayon du cercle.

C. Le cercle de centre O' et de rayon 5 cm.

Faux.

Le rayon n'augmente pas avec la distance à l'axe.

D. Le cercle de centre O et de rayon 2 cm.

Faux.

O n'est pas sur (d) : son symétrique O' est un autre point.

Correction

C'est le cercle de centre O', symétrique de O, et de même rayon 2 cm.

O' est à 3 cm de (d), de l'autre côté. Les centres O et O' sont à 6 cm l'un de l'autre.

Propriété : Symétrique d'un cercle ; conservation des périmètres et des aires

Soit (d) une droite.

- Le symétrique par rapport à (d) du cercle de centre O et de rayon r est le cercle de centre O' et de **même rayon** r, où O' est le symétrique de O.
- Une figure et sa symétrique par rapport à (d) ont le **même périmètre** et la **même aire**.

On dit que la symétrie axiale **conserve les aires**.

Remarque : Un résultat admis

En clair : le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon ; une figure et sa symétrique ont même périmètre et même aire.

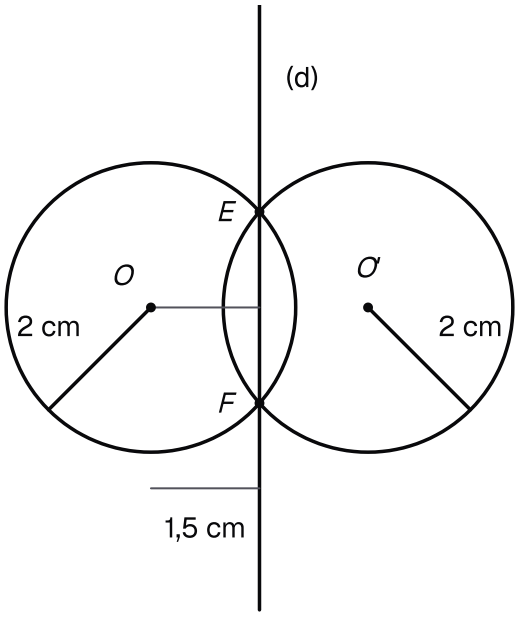
Ce résultat est admis : tu l'as observé par pliage, avec un papier calque et par mesure. Tu l'emploies pour donner un rayon, un périmètre ou une aire sans mesurer.

Exemple : Un cercle qui coupe l'axe

Rappel de 1re année : si la distance du centre d'un cercle à une droite est plus petite que le rayon, le cercle coupe la droite en deux points.

Le cercle de centre O a pour rayon 2 cm, et O est à $1{,}5$ cm de (d). Comme $1{,}5 < 2$, ce cercle coupe (d) en deux points E et F.

Son symétrique est le cercle de centre O' et de rayon 2 cm. Or E et F sont sur (d) : ils sont leur propre symétrique. Les deux cercles passent donc tous les deux par E et par F.



Le cercle de centre O, à un centimètre et demi de (d), coupe l'axe en E et F ; son symétrique de centre O' passe aussi par ces deux points.

Périmètres et aires

Exemple : Un rectangle sur quadrillage

Sur un quadrillage de carreaux de 1 cm, le rectangle $ABCD$ mesure 4 carreaux sur 2. Son périmètre est $2 \times (4 + 2) = 12$ cm, et son aire est $4 \times 2 = 8$ cm².

Son symétrique $A'B'C'D'$ par rapport à une droite (d) a donc le même périmètre, 12 cm, et la même aire, 8 cm². Vérifie-le en comptant les carreaux.

Vérifie : Aire et périmètre

Un rectangle a pour aire 12 cm² et pour périmètre 14 cm. Que valent l'aire et le périmètre de son symétrique par rapport à une droite ?

A. Aire 24 cm² et périmètre 28 cm.
Faux.
Le symétrique est une seconde figure de même taille : rien ne double.

B. Aire 12 cm², périmètre différent selon l'axe.

Faux.
Les longueurs des côtés sont conservées, donc le périmètre aussi.

C. Aire 12 cm² et périmètre 14 cm.

Juste.
Oui. La symétrie axiale conserve les longueurs, donc le périmètre. Elle conserve aussi les aires.

D. Aire 6 cm² et périmètre 7 cm.

Faux.
Le symétrique n'est pas la moitié de la figure : il a la même taille.

E. Aire 12 cm² et périmètre 24 cm.

Faux.
L'aire est juste. Mais le périmètre est conservé lui aussi : il reste 14 cm.

Correction
Le symétrique a pour aire 12 cm² et pour périmètre 14 cm.

La symétrie axiale conserve les longueurs des côtés, donc le périmètre. Elle conserve aussi les aires.

Un tel rectangle existe : il mesure 4 cm sur 3 cm.

À toi : Un logo en triangle

Sur un quadrillage de carreaux de 1 cm, l'axe (d) suit une ligne verticale. A et B sont sur (d), B à 4 carreaux au-dessus de A. C est à 3 carreaux à gauche de (d), sur la ligne horizontale de A.

Le logo est formé du triangle ABC et de son symétrique ABC'. Quelle est l'aire du logo ?

Indice 1
Calcule d'abord l'aire du triangle ABC : il est rectangle en A.
Indice 2
L'aire de ABC est $\frac{4 \times 3}{2} = 6$ cm². Que vaut l'aire de son symétrique ?
Indice 3
Point délicat : les deux triangles n'ont en commun que le côté $[AB]$. Ils ne se chevauchent pas : tu peux additionner leurs aires.

Réponse
Aire de ABC. Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AB = 4$ cm et $AC = 3$ cm. Son aire est $\frac{4 \times 3}{2} = 6$ cm².

Aire de ABC'. La symétrie axiale conserve les aires, donc l'aire de ABC' est aussi 6 cm².

Aire du logo. Les deux triangles ne se chevauchent pas : l'aire du logo est $6 + 6 = 12$ cm².

Contrôle : le logo est le triangle BCC', de base $CC' = 6$ cm et de hauteur $AB = 4$ cm. Et $\frac{6 \times 4}{2} = 12$.

Conclusion. Le logo a pour aire 12 cm².

Remarque **: En devoir : périmètre et aire d'un symétrique**

Coin devoir. Une question de devoir surveillé : « Le rectangle $ABCD$ a pour longueur 5 cm et pour largeur 3 cm. $A'B'C'D'$ est son symétrique par rapport à (d). Calcule le périmètre et l'aire de $A'B'C'D'$. »

Rédaction attendue : « On sait que $A'B'C'D'$ est le symétrique du rectangle $ABCD$ par rapport à (d). Or la symétrie axiale conserve les périmètres et les aires. Donc le périmètre de $A'B'C'D'$ est $2 \times (5 + 3) = 16$ cm, et son aire est $5 \times 3 = 15$ cm². »

Retiens la règle du cercle : nouveau centre, même rayon. Pour construire le symétrique d'un cercle de centre O, construis le symétrique O' de O. Puis trace le cercle de centre O', avec le même écartement du compas.

Et pour toute figure : même périmètre, même aire.

Axes de symétrie d'une figure

Un axe de symétrie

Plie le dessin d'un papillon le long de son corps : les deux ailes se superposent. Certaines lettres font de même, comme A, M ou T. Beaucoup de logos et de panneaux aussi.

Devine : La lettre H

Écris la lettre H en majuscule d'imprimerie : deux barres verticales de même longueur, reliées en leur milieu par une barre horizontale. Combien de droites permettent de la plier en deux parties qui se superposent ?

A. Deux.
Juste.
Oui : la droite verticale du milieu, et la droite horizontale qui porte la barre.

B. Une seule.
Faux.
La droite verticale du milieu convient. Mais la droite horizontale qui porte la barre convient aussi.

C. Quatre.
Faux.
Les diagonales ne conviennent pas : un pli en diagonale envoie une barre verticale sur une barre horizontale.

D. Aucune.

Faux.

Plie la lettre en deux, verticalement : les deux moitiés se superposent.

Correction

Deux droites conviennent : la droite verticale qui passe par le milieu de la barre horizontale, et la droite horizontale qui porte cette barre. Les diagonales ne conviennent pas.

Définition : Axe de symétrie d'une figure

Une droite (d) est un **axe de symétrie** d'une figure lorsque le symétrique de cette figure par rapport à (d) est la figure elle-même.

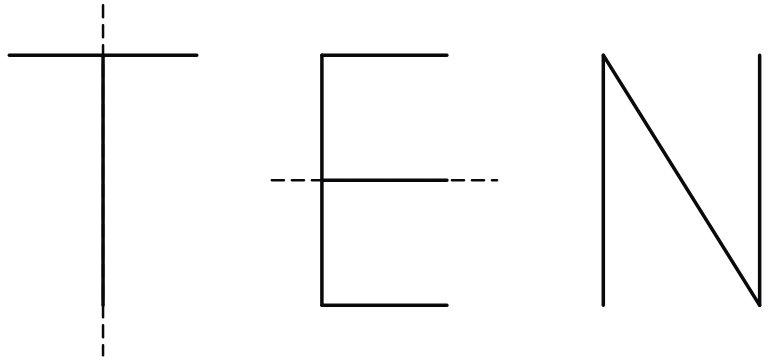
Autrement dit, le symétrique par rapport à (d) de chaque point de la figure est encore un point de la figure. Si l'on plie la feuille le long de (d), les deux parties de la figure se superposent exactement.

Exemple : Des lettres

En majuscules d'imprimerie :

- la lettre T a un axe de symétrie : la droite qui porte sa barre verticale ;
- la lettre E a un axe de symétrie : la droite horizontale qui porte sa barre du milieu ;
- la lettre N n'a aucun axe de symétrie.

Pour la lettre N, aucun pliage ne superpose les deux parties.



Les lettres T, E et N tracées avec des segments : un axe vertical pour T, un axe horizontal pour E, aucun pour N.

Méthode : Trouver les axes de symétrie d'une figure

1. **Chercher un pli.** Cherche une droite qui partage la figure en deux parties superposables, par pliage ou avec un papier calque.
2. **Contrôler sommet par sommet.** Le symétrique de chaque sommet doit être encore un sommet de la figure.
3. **Tracer.** Trace chaque axe trouvé en pointillés.
4. **Compter.** Compte les axes et vérifie que tu n'en as oublié aucun : pense aux droites horizontales, verticales et aux diagonales.

Les axes des figures usuelles

Devine : Le triangle équilatéral

Découpe un triangle équilatéral dans du papier. Combien de plis différents le partagent en deux parties qui se superposent ?

A. Un seul.

Faux.
Tu peux plier en passant par n'importe lequel des trois sommets.

B. Six.

Faux.
Chaque pli passe par un sommet et par le milieu du côté opposé : il n'y en a que trois.

C. Trois.

Juste.
Oui : un pli par sommet, qui passe par le milieu du côté opposé.

D. Aucun.

Faux.
Plie le triangle en amenant un sommet sur un autre : les deux parties se superposent.

Correction
Trois plis conviennent. Chacun passe par un sommet et par le milieu du côté opposé : c'est la médiatrice de ce côté.

Propriété : Axes de symétrie de figures usuelles

- Un **segment** $[AB]$ a deux axes de symétrie : sa médiatrice et la droite (AB).
- Un **angle** a un axe de symétrie : la droite qui porte sa bissectrice.

- Un **triangle isocèle** en A a pour axe de symétrie la médiatrice de sa base $[BC]$; cette droite passe par le sommet A.
- Un **triangle équilatéral** a trois axes de symétrie : les médiatrices de ses trois côtés.
- Un **cercle** a une infinité d'axes de symétrie : toutes les droites qui passent par son centre.

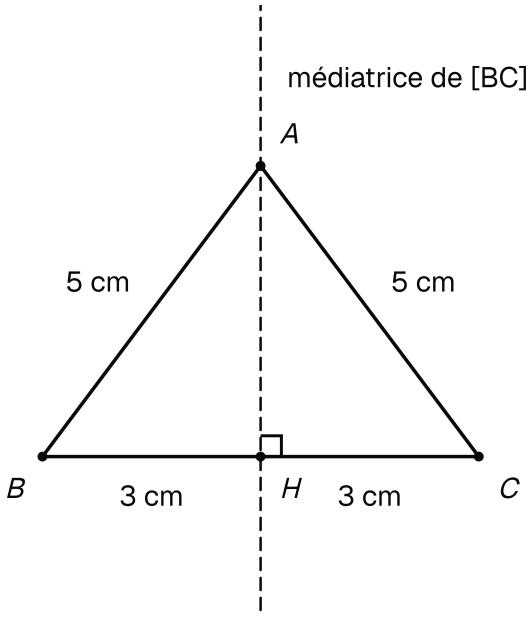
Remarque : Un résultat admis

Ce résultat est admis : tu l'as observé par pliage et avec un papier calque. Tu l'emploies pour tracer les axes d'une figure sans tâtonner.

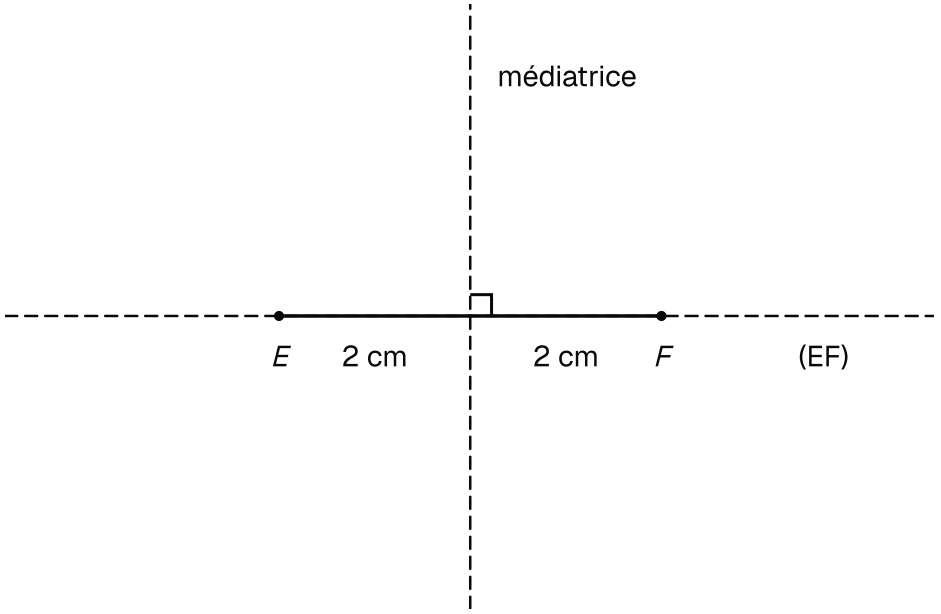
Exemple : Un triangle isocèle et un segment

Le triangle ABC est isocèle en A, avec $AB = AC = 5$ cm et $BC = 6$ cm. Son axe de symétrie est la médiatrice de $[BC]$. Elle passe par le milieu H de $[BC]$, avec $BH = HC = 3$ cm, et par le sommet A.

Un segment $[EF]$ de 4 cm a deux axes de symétrie : sa médiatrice, qui passe à 2 cm de E et de F, et la droite (EF).



Le triangle ABC isocèle en A et son axe : la médiatrice de [BC], qui passe par H et par A.



Le segment [EF] de 4 cm et ses deux axes : sa médiatrice, à 2 cm de chaque extrémité, et la droite (EF).

À toi : Le cerf-volant

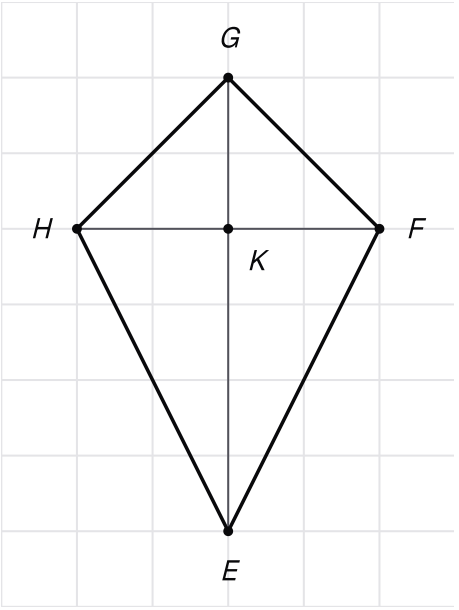
Sur un quadrillage, E et G sont sur une même ligne verticale, G à 6 carreaux au-dessus de E. Le point K est sur $[EG]$, à 4 carreaux au-dessus de E. F est à 2 carreaux à droite de K, et H à 2 carreaux à gauche de K.

Combien d'axes de symétrie a le quadrilatère $EFGH$?

Indice 1
Essaie d'abord les droites (EG) et (FH).
Indice 2
Pour (EG) : cherche le symétrique de F. Est-ce un sommet de la figure ?
Indice 3
Point délicat : pour (FH), compare KE et KG. Le symétrique de E doit être un sommet de la figure.

Réponse
Le quadrilatère $EFGH$ a un seul axe de symétrie : la droite (EG). En effet, H est le symétrique de F par rapport à (EG), et E et G sont sur l'axe.

La droite (FH) n'est pas un axe : $KE = 4$ carreaux et $KG = 2$ carreaux. Le symétrique de E par rapport à (FH) est à 4 carreaux au-dessus de K : ce n'est pas G.



Le quadrilatère EFGH de l'essai : [EG] vertical de 6 carreaux, F et H à 2 carreaux de part et d'autre de K.

Pièges et comparaison

Trouve l'erreur : Le rectangle de Karim

Karim découpe un rectangle de 6 cm sur 3 cm. Il affirme : « Ce rectangle a quatre axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés et ses deux diagonales. » Qu'en penses-tu ?

A. Karim a raison : il y a bien quatre axes.

Faux.

C'est le carré qui a quatre axes. Ce rectangle n'est pas un carré.

B. Un rectangle n'a aucun axe de symétrie.

Faux.

Les médiatrices des côtés sont des axes : plie le rectangle en deux, bord sur bord.

C. Il n'y a qu'un axe : la médiatrice des grands côtés.

Faux.

La médiatrice des petits côtés est aussi un axe.

D. Les diagonales ne sont pas des axes : ce rectangle a deux axes.

Juste.

Oui. Plie le long d'une diagonale : les deux triangles ne se superposent pas.

Correction

Karim se trompe. Le rectangle de 6 cm sur 3 cm a deux axes : les médiatrices de ses côtés.

Plie-le le long d'une diagonale : un sommet passe de l'autre côté, mais ne tombe pas sur un sommet. Une diagonale de rectangle n'est un axe que pour un carré.

Rappel de 1re année : un rectangle qui n'est pas un carré a deux axes de symétrie, les médiatrices de ses côtés. Un losange qui n'est pas un carré a deux axes, ses diagonales. Un carré a quatre axes : les médiatrices de ses côtés et ses deux diagonales.

Rappel de 1re année : dans la **symétrie centrale** de centre O, le symétrique de M est le point M' tel que O soit le milieu de $[MM']$.

Les deux symétries conservent les distances, l'alignement, les angles et les aires. L'une se fait par rapport à un point, l'autre par rapport à une droite.

Attention : Un point ou une droite

La symétrie **centrale** se fait par rapport à un **point** : ce point est le milieu de $[MM']$. La symétrie **axiale** se fait par rapport à une **droite** : cette droite est la médiatrice de $[MM']$.

Avant de construire, lis bien la consigne : « par rapport au point O » ou « par rapport à la droite (d) ».

Attention : Le parallélogramme

Rappel de 1re année : un parallélogramme quelconque n'a **aucun** axe de symétrie. Il a seulement un centre de symétrie : le point de rencontre de ses diagonales.

De même, les diagonales d'un rectangle qui n'est pas un carré ne sont **pas** des axes de symétrie.

Justifier avec la symétrie axiale

Le modèle de rédaction

Justifier, c'est expliquer pourquoi un résultat est vrai, sans le mesurer. En symétrie axiale, une justification tient en trois phrases.

Elle commence par « On sait que », continue par « Or » et finit par « Donc ».

Vérifie : La bonne justification

A' et B' sont les symétriques de A et B par rapport à (d), et $AB = 6$ cm. Quelle phrase justifie que $A'B' = 6$ cm ?

A. « Je mesure $[A'B']$ sur ma figure et je trouve 6 cm. »
Faux.
Une mesure contrôle un dessin, mais elle ne justifie pas : un tracé peut être imprécis.

B. « A' et B' sont sur la droite (d), donc $A'B' = 6$ cm. »
Faux.
A' et B' ne sont pas sur (d) en général. Et cela ne justifierait rien.

C. « La symétrie axiale conserve les distances, donc $A'B' = 6$ cm. »

Juste.

Oui : la propriété est nommée, puis la conclusion suit.

D. « (d) est la médiatrice de $[AB]$, donc $A'B' = 6$ cm. »

Faux.

(d) est la médiatrice de $[AA']$ et de $[BB']$, pas de $[AB]$.

Correction

La bonne phrase nomme la propriété.

Rédaction complète : « On sait que A' et B' sont les symétriques de A et B par rapport à (d). Or la symétrie axiale conserve les distances. Donc $A'B' = AB = 6$ cm. »

Méthode : Justifier avec la symétrie axiale

1. **Écrire ce que tu sais.** Quels points sont symétriques, et par rapport à quelle droite.
2. **Nommer la propriété.** La symétrie axiale conserve les distances, l'alignement, le milieu, les angles, les périmètres et les aires : choisis celle qui sert.
3. **Conclure.** Écris le résultat : « Donc $A'B' = AB$ », ou « Donc A', B' et C' sont alignés ».
4. **Relire.** Ta rédaction suit le modèle « On sait que… ; or la symétrie axiale conserve… ; donc… ».

Exemple : Justifier un alignement

Les points E, F et G sont alignés. E', F' et G' sont leurs symétriques par rapport à (d).

On sait que E, F et G sont alignés, et que E', F' et G' sont leurs symétriques par rapport à (d). Or la symétrie axiale conserve l'alignement. Donc E', F' et G' sont alignés.

Exemple : Justifier un angle

Dans le triangle RST, $\widehat{RST} = 72°$. R', S' et T' sont les symétriques de R, S et T par rapport à (d).

On sait que R', S' et T' sont les symétriques de R, S et T par rapport à (d). Or la symétrie axiale conserve les mesures des angles. Donc $\widehat{R'S'T'} = \widehat{RST} = 72°$.

Vers le devoir

Trouve l'erreur : La rédaction de Nadia

Nadia doit justifier que $A'B' = AB$. Elle écrit : « On sait que A' et B' sont les symétriques de A et B par rapport à (d). Or la symétrie axiale conserve les aires. Donc $A'B' = AB$. » Où est l'erreur ?

A. Dans la première phrase : il ne fallait pas citer (d).

Faux.

La première phrase est juste : elle dit quels points sont symétriques, et par rapport à quelle droite.

B. Dans la deuxième phrase : la propriété citée ne convient pas.

Juste.

Oui. Pour une longueur, la propriété utile est la conservation des distances.

C. Dans la dernière phrase : il fallait écrire $A'B' = 2AB$.

Faux.

La conclusion $A'B' = AB$ est juste ; c'est la raison donnée qui ne va pas.

D. Nulle part : sa rédaction est complète et juste.

Faux.

Une aire n'est pas une longueur : la propriété citée ne donne pas l'égalité.

Correction

L'erreur est dans la deuxième phrase. Une longueur se justifie par la conservation des distances, pas des aires.

Nadia doit écrire : « Or la symétrie axiale conserve les distances. »

À toi : Une longueur et un angle

Le triangle ABC vérifie $AB = 4$ cm et $\widehat{ABC} = 65°$. Le triangle $A'B'C'$ est son symétrique par rapport à (d). Rédige la justification de $A'B' = 4$ cm, puis celle de $\widehat{A'B'C'} = 65°$.

Indice 1

Utilise deux fois le modèle « On sait que… ; or… ; donc… ».

Indice 2

Pour la longueur : la conservation des distances. Pour l'angle : la conservation des mesures des angles.

Indice 3

Point délicat : nomme une seule propriété par justification, celle qui correspond à la grandeur demandée.

Réponse

« On sait que $A'B'C'$ est le symétrique de ABC par rapport à (d). Or la symétrie axiale conserve les distances. Donc $A'B' = AB = 4$ cm. »

« On sait que A', B' et C' sont les symétriques de A, B et C par rapport à (d). Or la symétrie axiale conserve les mesures des angles. Donc $\widehat{A'B'C'} = \widehat{ABC} = 65°$. »

Remarque : En devoir : un point de l'axe

Coin devoir. Une question de devoir surveillé : « M est un point de la droite (d), avec $MA = 3{,}5$ cm. A' est le symétrique de A par rapport à (d). Calcule MA' en justifiant. »

Rédaction attendue : « On sait que M est sur (d), donc M est son propre symétrique. On sait aussi que A' est le symétrique de A. Or la symétrie axiale conserve les distances. Donc $MA' = MA = 3{,}5$ cm. »

Remarque : on a $MA = MA'$. Si A n'est pas sur (d) et si M n'est pas sur (AA'), le triangle AMA' est donc isocèle en M.

Tu as maintenant tous les outils du chapitre : construire un symétrique, utiliser ce qui est conservé, trouver des axes et justifier. En devoir, nomme toujours la propriété que tu emploies.

SOURCES

Référentiel BURHAN du chapitre « La symétrie axiale » (2ac · general · mathematiques)