BURHAN

Statistique : exercices, niveau examen

2ème Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/statistique/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Statistique	Niveau examen	5

Exercice 1 — 6 pts

Une course d'endurance en éducation physique

Durée indicative : environ 15 minutes.

En éducation physique, une classe fictive de 25 élèves court pendant 12 minutes. On note le nombre de tours de piste de chaque élève (série fictive).

Tours de piste	6	7	8	9	10
Effectif	3	5	9	6	2

1. — 1,5 pts

Calculer la fréquence de chaque valeur, en pour cent.

INDICE

Outil : cherche un dénominateur égal à 100 : $25 \times 4 = 100$.

CORRIGÉ

Comme $25 \times 4 = 100$, on multiplie le numérateur et le dénominateur de chaque fréquence par 4 pour obtenir le dénominateur 100.

- 6 tours : $\dfrac{3}{25} = \dfrac{12}{100}$.
- 7 tours : $\dfrac{5}{25} = \dfrac{20}{100}$.
- 8 tours : $\dfrac{9}{25} = \dfrac{36}{100}$.
- 9 tours : $\dfrac{6}{25} = \dfrac{24}{100}$.
- 10 tours : $\dfrac{2}{25} = \dfrac{8}{100}$.

Contrôle. La somme de ces fréquences fait bien 100 pour cent.

Conclusion. Les fréquences des valeurs 6 à 10 sont 12, 20, 36, 24 et 8 pour cent.

2. — 1,5 pts

Calculer les effectifs cumulés. En déduire le nombre d'élèves qui ont couru au plus 8 tours.

INDICE

Outil : cumule les effectifs de gauche à droite, puis lis la colonne de la valeur 8.

CORRIGÉ

Effectifs cumulés. On part de 3, puis on ajoute chaque effectif : $3 + 5 = 8$, $8 + 9 = 17$, $17 + 6 = 23$ et $23 + 2 = 25$. On obtient 3 ; 8 ; 17 ; 23 ; 25.

Lecture. L'effectif cumulé de 8 est 17. Il compte les élèves qui ont couru 6, 7 ou 8 tours.

Conclusion. 17 élèves ont couru au plus 8 tours.

3. 2 pts

Calculer le nombre moyen de tours de piste.

INDICE

Outil : ligne des produits, somme, puis division par 25. **Point délicat :** une moyenne n'est pas forcément un nombre entier.

CORRIGÉ

Produits. On multiplie chaque effectif par son nombre de tours : $3 \times 6 = 18$, $5 \times 7 = 35$, $9 \times 8 = 72$, $6 \times 9 = 54$ et $2 \times 10 = 20$.

Somme. Notons S la somme de ces produits :

$$\begin{aligned} S &= 18 + 35 + 72 \\ &\quad + 54 + 20 \\ &= 199 \end{aligned}$$

Division. La classe compte 25 élèves :

$$m = \frac{199}{25} = 7{,}96$$

Ce nombre n'est pas entier, et c'est normal : une moyenne n'est pas forcément l'une des valeurs de la série.

Conclusion. Le nombre moyen de tours de piste est $7{,}96$.

4. 1 pts

Le professeur félicite les élèves qui ont couru au moins 9 tours. Combien sont-ils ? Quelle part de la classe représentent-ils, en pour cent ?

INDICE

Début : utilise la réponse de la question 2 et l'effectif total.

CORRIGÉ

Effectif. Courir au moins 9 tours, c'est le contraire de courir au plus 8 tours. D'après la question 2, 17 élèves sont dans ce second cas. On retire ce nombre de l'effectif total :

$$25 - 17 = 8$$

Pour cent. On écrit la fréquence avec le dénominateur 100 :

$$\frac{8}{25} = \frac{32}{100}$$

Conclusion. 8 élèves sont félicités : ils représentent 32 pour cent de la classe.

Exercice 2 — 7 pts

Les jours de pluie d'une ville imaginaire

Durée indicative : environ 20 minutes.

En géographie, on étudie le climat d'une ville imaginaire. Pour chacun des 12 mois d'une année, on a compté les jours de pluie (série fictive). Un effectif manque.

Jours de pluie	0	2	4	6	8
Nombre de mois	2	3	?	2	1

1. — 1,5 pts

Retrouver l'effectif manquant.

INDICE

Outil : une année compte 12 mois : c'est l'effectif total.

CORRIGÉ

L'effectif total est 12, le nombre de mois d'une année. On additionne les quatre effectifs connus :

$$2 + 3 + 2 + 1 = 8$$

Il manque donc :

$$12 - 8 = 4$$

Conclusion. L'effectif manquant est 4 : 4 mois ont eu 4 jours de pluie.

2. — 2 pts

Calculer le nombre moyen de jours de pluie par mois.

INDICE

Outil : la ligne des produits, puis la division par 12.

CORRIGÉ

Produits. On multiplie chaque nombre de mois par son nombre de jours de pluie : $2 \times 0 = 0$, $3 \times 2 = 6$, $4 \times 4 = 16$, $2 \times 6 = 12$ et $1 \times 8 = 8$.

Somme. Notons S la somme de ces produits :

$$\begin{aligned} S &= 0 + 6 + 16 \\ &\quad + 12 + 8 \\ &= 42 \end{aligned}$$

Division. L'année compte 12 mois :

$$m = \frac{42}{12} = 3{,}5$$

Conclusion. Dans cette ville, il pleut en moyenne $3{,}5$ jours par mois.

3. 2 pts

Calculer les effectifs cumulés, puis tracer sur ton cahier le polygone des effectifs cumulés. On prendra 1 carreau pour 1 jour de pluie sur l'axe horizontal et 1 carreau pour 1 mois sur l'axe vertical.

INDICE

Outil : cumule les effectifs de gauche à droite, avec l'effectif trouvé à la question 1. **Ensuite :** place un point par valeur, à la hauteur de son effectif cumulé.

CORRIGÉ

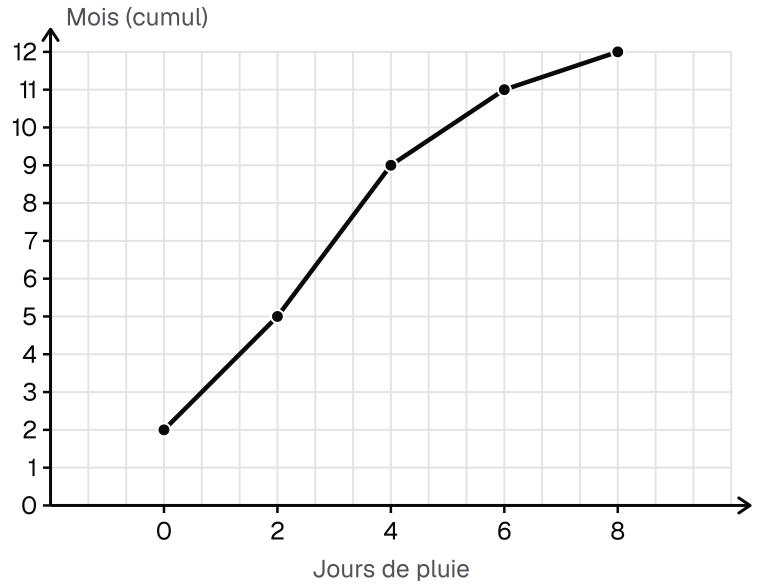
Effectifs cumulés. Avec l'effectif 4 trouvé à la question 1, on part de 2, puis :

- 2 jours : $2 + 3 = 5$;
- 4 jours : $5 + 4 = 9$;
- 6 jours : $9 + 2 = 11$;
- 8 jours : $11 + 1 = 12$.

Polygone. On place les points $(0; 2)$, $(2; 5)$, $(4; 9)$, $(6; 11)$ et $(8; 12)$, puis on relie chacun au suivant par un segment. Avec l'échelle choisie, ils sont à 2, 5, 9, 11 et 12 carreaux de hauteur.

Contrôle. Le dernier point est à la hauteur 12, l'effectif total.

Conclusion. Les effectifs cumulés sont 2 ; 5 ; 9 ; 11 ; 12, et le polygone est dessiné ci-dessous.



Les jours de pluie en effectifs cumulés : cinq points reliés, du point de hauteur 2 jusqu'au point de hauteur 12.

4. 1,5 pts

Calculer la fréquence cumulée de la valeur 4, en pour cent. Faire une phrase.

INDICE

Outil : divise l'effectif cumulé de la valeur 4 par 12.

CORRIGÉ

L'effectif cumulé de la valeur 4 est 9. On le divise par 12, on simplifie par 3, puis on écrit le nombre décimal :

$$\frac{9}{12} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

Comme $0{,}75 \times 100 = 75$, la fréquence cumulée de 4 est 75 pour cent.

Conclusion. Pendant 75 pour cent des mois de l'année, il a plu au plus 4 jours.

Exercice 3 — 7 pts

L'attente à un guichet imaginaire

Durée indicative : environ 20 minutes.

À un guichet imaginaire, on a noté le temps d'attente de 20 clients, en minutes entières (série fictive) :

$2\ ;\ 4\ ;\ 1\ ;\ 3\ ;\ 2\ ;\ 5\ ;\ 3\ ;\ 2\ ;\ 4\ ;\ 1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ 4\ ;\ 2\ ;\ 5\ ;\ 3\ ;\ 1\ ;\ 2\ ;\ 4\ ;\ 3.$

1. — 2,5 pts

Dresser le tableau des effectifs de cette série, avec les valeurs rangées dans l'ordre croissant.

INDICE

Début : compte combien de fois apparaît chaque temps de 1 à 5 ; barre chaque nombre déjà compté.

CORRIGÉ

On parcourt la liste et on compte combien de fois apparaît chaque temps, de 1 à 5 minutes.

Attente (min)	1	2	3	4	5
Effectif	3	6	5	4	2

Contrôle. On additionne les effectifs :

$$3+6+5+4+2=20$$

Conclusion. Le tableau ci-dessus est celui de la série : les 20 clients y sont tous comptés.

2. — 1,5 pts

Calculer la fréquence de chaque valeur, en nombre décimal.

INDICE

Outil : divise chaque effectif par 20.

CORRIGÉ

On divise chaque effectif par l'effectif total 20.

- 1 minute : $\dfrac{3}{20}=0{,}15$.
- 2 minutes : $\dfrac{6}{20}=0{,}3$.
- 3 minutes : $\dfrac{5}{20}=0{,}25$.
- 4 minutes : $\dfrac{4}{20}=0{,}2$.
- 5 minutes : $\dfrac{2}{20}=0{,}1$.

Contrôle. La somme de ces fréquences vaut bien 1.

Conclusion. Les fréquences sont $0{,}15$; $0{,}3$; $0{,}25$; $0{,}2$ et $0{,}1$.

3. 3 pts

Calculer le temps d'attente moyen à l'aide des fréquences. En déduire combien de clients ont attendu plus longtemps que la moyenne.

INDICE

Outil : additionne les produits de chaque fréquence par sa valeur. **Ensuite :** repère les valeurs plus grandes que la moyenne, puis additionne leurs effectifs.

CORRIGÉ

Produits. On multiplie chaque valeur par sa fréquence :

- $0{,}15 \times 1 = 0{,}15$;
- $0{,}3 \times 2 = 0{,}6$;
- $0{,}25 \times 3 = 0{,}75$;
- $0{,}2 \times 4 = 0{,}8$;
- $0{,}1 \times 5 = 0{,}5$.

Moyenne. La somme de ces produits est la moyenne :

$$\begin{aligned} m &= 0{,}15 + 0{,}6 + 0{,}75 \\ &\quad + 0{,}8 + 0{,}5 \\ &= 2{,}8 \end{aligned}$$

Comparaison. Les temps plus grands que $2{,}8$ minutes sont 3, 4 et 5 minutes. On additionne leurs effectifs :

$$5 + 4 + 2 = 11$$

Conclusion. Le temps d'attente moyen est de $2{,}8$ minutes, et 11 clients ont attendu plus longtemps que la moyenne.

Exercice 4 — 7 pts

Le contrôle des pièces d'un atelier imaginaire

Durée indicative : environ 20 minutes.

Dans un atelier imaginaire de technologie, on contrôle 20 lots de 10 pièces. Pour chaque lot, on compte les pièces défectueuses (série fictive). Le tableau donne seulement les fréquences cumulées, en pour cent.

Pièces défectueuses	0	1	2	3	4
Fréquence cumulée (pour cent)	20	50	75	90	100

1. — 1,5 pts

Calculer l'effectif cumulé de chaque valeur.

INDICE

Outil : écris chaque fréquence cumulée en nombre décimal, puis multiplie-la par l'effectif total.

CORRIGÉ

On écrit chaque fréquence cumulée en nombre décimal, puis on la multiplie par l'effectif total 20.

- 0 pièce : $0{,}2 \times 20 = 4$.
- 1 pièce : $0{,}5 \times 20 = 10$.
- 2 pièces : $0{,}75 \times 20 = 15$.
- 3 pièces : $0{,}9 \times 20 = 18$.
- 4 pièces : $1 \times 20 = 20$.

Pièces défectueuses	0	1	2	3	4
Effectif cumulé	4	10	15	18	20

Contrôle. Le dernier effectif cumulé est 20, l'effectif total.

Conclusion. Les effectifs cumulés des valeurs 0 à 4 sont 4, 10, 15, 18 et 20.

2. 1,5 pts

En déduire l'effectif de chaque valeur.

INDICE

Début : l'effectif d'une valeur est la différence entre son effectif cumulé et celui de la valeur précédente.

CORRIGÉ

Pour la valeur 0, l'effectif est égal à l'effectif cumulé : 4. Pour chaque valeur suivante, l'effectif est l'écart entre son effectif cumulé et celui de la valeur précédente.

- 1 pièce : $10 - 4 = 6$.
- 2 pièces : $15 - 10 = 5$.
- 3 pièces : $18 - 15 = 3$.
- 4 pièces : $20 - 18 = 2$.

Pièces défectueuses	0	1	2	3	4
Effectif	4	6	5	3	2

Contrôle. On retrouve l'effectif total :

$$4 + 6 + 5 + 3 + 2 = 20$$

Conclusion. Les effectifs des valeurs 0 à 4 sont 4, 6, 5, 3 et 2.

3. 2 pts

Sur ton cahier, tracer le diagramme en bâtons des effectifs. On prendra 1 carreau pour 1 pièce défectueuse sur l'axe horizontal et 1 carreau pour 1 lot sur l'axe vertical.

INDICE

Outil : au-dessus de chaque valeur, dessine un trait vertical dont la hauteur est l'effectif trouvé à la question 2.

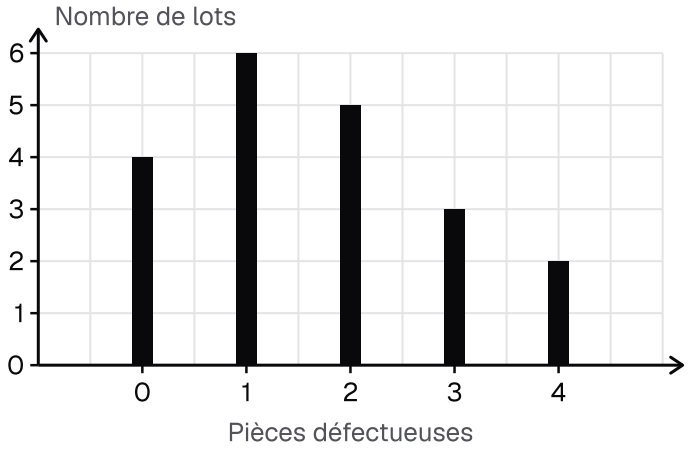
CORRIGÉ

Axes. On trace un axe horizontal pour les pièces défectueuses et un axe vertical pour le nombre de lots, avec l'échelle de l'énoncé.

Bâtons. Au-dessus de 0, 1, 2, 3 et 4, on trace des bâtons de 4, 6, 5, 3 et 2 carreaux.

Titre. On écrit un titre : « Pièces défectueuses par lot ».

Conclusion. Le diagramme en bâtons des effectifs est dessiné ci-dessous.



Pièces défectueuses par lot : un bâton par valeur, un carreau pour un lot.

4. 2 pts

Un lot est refusé s'il compte au moins 3 pièces défectueuses. Quelle part des lots est refusée, en pour cent ? Calculer ensuite le nombre moyen de pièces défectueuses par lot.

INDICE

Début : pour les lots refusés, utilise la fréquence cumulée de la valeur 2 dans le tableau de l'énoncé.

Ensuite : pour la moyenne, fais la ligne des produits avec les effectifs de la question 2.

CORRIGÉ

Lots refusés. La fréquence cumulée de 2 est 75 pour cent : 75 pour cent des lots ont au plus 2 pièces défectueuses. Les autres lots, ceux qui ont au moins 3 pièces défectueuses, sont refusés. Leur part, en pour cent, vaut :

$$100 - 75 = 25$$

Contrôle. Avec les effectifs, $3 + 2 = 5$ lots sont refusés, et :

$$\frac{5}{20} = \frac{25}{100}$$

Moyenne. Les produits de chaque effectif par sa valeur sont $4 \times 0 = 0$, $6 \times 1 = 6$, $5 \times 2 = 10$, $3 \times 3 = 9$ et $2 \times 4 = 8$. Notons S leur somme :

$$\begin{aligned} S &= 0 + 6 + 10 \\ &\quad + 9 + 8 \\ &= 33 \end{aligned}$$

On divise par les 20 lots :

$$m = \frac{33}{20} = 1{,}65$$

Conclusion. 25 pour cent des lots sont refusés, et un lot compte en moyenne $1{,}65$ pièce défectueuse.

Exercice 5 — 7 pts

La pêche de deux groupes d'un club imaginaire

Durée indicative : environ 20 minutes.

Un club de pêche imaginaire part en sortie avec deux groupes. On note le nombre de poissons pêchés par chaque membre (séries fictives).

Groupe A (10 membres)

Poissons pêchés	1	2	3	4
Effectif	3	4	2	1

Groupe B (15 membres)

Poissons pêchés	1	2	3	4
Effectif	1	3	6	5

1. — 2 pts

Calculer le nombre moyen de poissons pêchés par un membre du groupe A, puis par un membre du groupe B.

INDICE

Outil : pour chaque groupe, la ligne des produits, sa somme, puis la division par l'effectif du groupe.

CORRIGÉ

Groupe A. Les produits de chaque effectif par le nombre de poissons sont $3 \times 1 = 3$, $4 \times 2 = 8$, $2 \times 3 = 6$ et $1 \times 4 = 4$. Le groupe a pêché :

$$3 + 8 + 6 + 4 = 21$$

poissons, pour 10 membres :

$$m = \frac{21}{10} = 2{,}1$$

Groupe B. De même, $1 \times 1 = 1$, $3 \times 2 = 6$, $6 \times 3 = 18$ et $5 \times 4 = 20$. Le groupe a pêché :

$$1 + 6 + 18 + 20 = 45$$

poissons, pour 15 membres :

$$m = \frac{45}{15} = 3$$

Conclusion. Un membre du groupe A a pêché en moyenne $2{,}1$ poissons, et un membre du groupe B 3 poissons.

2. 1,5 pts

On réunit les deux groupes en une seule série : celle de tous les membres du club. Dresser le tableau des effectifs de cette série, puis calculer son effectif total.

INDICE

Outil : pour chaque nombre de poissons, additionne l'effectif du groupe A et celui du groupe B.

CORRIGÉ

Pour chaque nombre de poissons, on additionne l'effectif du groupe A et celui du groupe B.

- 1 poisson : $3 + 1 = 4$.
- 2 poissons : $4 + 3 = 7$.
- 3 poissons : $2 + 6 = 8$.
- 4 poissons : $1 + 5 = 6$.

Poissons pêchés	1	2	3	4
Effectif	4	7	8	6

Effectif total.

$$N = 4 + 7 + 8 + 6 = 25$$

On retrouve bien $10 + 15$ membres.

Conclusion. Le tableau ci-dessus est celui du club entier, d'effectif total $N = 25$.

3. 1,5 pts

En déduire le nombre moyen de poissons pêchés par un membre du club.

INDICE

Début : le nombre total de poissons du club est la somme des deux sommes trouvées à la question 1.

CORRIGÉ

Total des poissons. On ajoute les sommes trouvées pour chaque groupe à la question 1 :

$$21 + 45 = 66$$

Contrôle. Avec le tableau de la question 2, les produits sont $4 \times 1 = 4$, $7 \times 2 = 14$, $8 \times 3 = 24$ et $6 \times 4 = 24$, et :

$$4 + 14 + 24 + 24 = 66$$

Moyenne. Le club compte 25 membres :

$$m = \frac{66}{25} = 2{,}64$$

Conclusion. Un membre du club a pêché en moyenne $2{,}64$ poissons.

4. 2 pts

Yanis affirme : « Pour avoir la moyenne du club, il suffit de calculer la moyenne des deux moyennes trouvées à la question 1. » A-t-il raison ? Expliquer.

INDICE

Point délicat : calcule la moyenne des deux moyennes, compare-la au résultat de la question 3, puis regarde l'effectif de chaque groupe.

CORRIGÉ

Moyenne des deux moyennes.

$$\frac{2{,}1+3}{2}=\frac{5{,}1}{2}=2{,}55$$

Comparaison. D'après la question 3, la moyenne du club est $2{,}64$. Or :

$$2{,}55<2{,}64$$

Les deux nombres sont différents, donc la méthode de Yanis ne donne pas la moyenne du club.

Explication. Les groupes n'ont pas le même effectif : 15 membres dans le groupe B, 10 seulement dans le groupe A. La moyenne du club se calcule avec le nombre total de poissons et l'effectif total. Le groupe B, plus nombreux, compte donc davantage : la moyenne du club, $2{,}64$, est plus proche de 3, la moyenne du groupe B, que de $2{,}1$.

Conclusion. Yanis a tort : la moyenne du club n'est pas la moyenne des deux moyennes, car les deux groupes n'ont pas le même nombre de membres.