BURHAN

Statistique : exercices, entraînement

2ème Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/statistique/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Statistique	Entraînement	7

Exercice 1

Les cartons jaunes d'un tournoi imaginaire

Pendant un tournoi imaginaire de 24 matchs, on compte les cartons jaunes de chaque match (série fictive). Un effectif a été effacé.

Cartons jaunes	0	1	2	3
Effectif	7	?	6	2

1.

Retrouver l'effectif manquant.

INDICE

Outil : la somme de tous les effectifs est l'effectif total $N = 24$.

CORRIGÉ

La somme de tous les effectifs vaut l'effectif total, 24. On additionne d'abord les trois effectifs connus :

$$7 + 6 + 2 = 15$$

L'effectif effacé est ce qu'il manque à 15 pour atteindre 24 :

$$24 - 15 = 9$$

Conclusion. L'effectif manquant est 9 : 9 matchs ont eu exactement 1 carton jaune.

2.

Calculer la fréquence de la valeur 1 : en fraction simplifiée, en nombre décimal, puis en pour cent.

INDICE

Début : cherche un diviseur commun à 9 et à 24. **Point délicat :** pour le décimal, divise le numérateur de la fraction simplifiée par son dénominateur.

CORRIGÉ

Fraction. On divise l'effectif 9 par $N = 24$. Le nombre 3 divise 9 et 24, on simplifie donc par 3 :

$$\frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

Décimal. On divise le numérateur par le dénominateur :

$$3 \div 8 = 0{,}375$$

Pour cent. On multiplie le nombre décimal par 100 :

$$0{,}375 \times 100 = 37{,}5$$

Conclusion. La fréquence de la valeur 1 est $\frac{3}{8}$, soit $0{,}375$, soit $37{,}5$ pour cent des matchs.

3.

Combien de matchs ont eu au plus 1 carton jaune ? Combien en ont eu au moins 2 ?

INDICE

Outil : l'effectif cumulé de la valeur 1 ; pour « au moins », une différence avec N.

CORRIGÉ

Au plus un carton. Ce sont les matchs avec 0 ou 1 carton. Leur nombre est l'effectif cumulé de la valeur 1 :

$$7 + 9 = 16$$

Au moins deux cartons. Ce sont tous les autres matchs. On retire 16 de l'effectif total :

$$24 - 16 = 8$$

Vérification. Les colonnes 2 et 3 donnent bien $6 + 2 = 8$ matchs.

Conclusion. 16 matchs ont eu au plus 1 carton jaune, et 8 matchs en ont eu au moins 2.

Exercice 2

Retrouver une masse grâce à la moyenne

Un moulin imaginaire livre des sacs de farine de trois masses (série fictive). On a perdu la masse x des sacs les plus lourds, en kilogrammes.

Masse (kg)	8	10	x
Effectif	6	5	3

La masse moyenne d'un sac est 10 kilogrammes.

1.

Calculer l'effectif total N, puis écrire la somme des produits à l'aide de x.

INDICE

Outil : multiplie chaque effectif par sa masse ; dans la dernière colonne, écris le produit avec x.

CORRIGÉ

Effectif total. On additionne les trois effectifs :

$$N = 6 + 5 + 3 = 14$$

Produits. On multiplie chaque effectif par sa masse. La dernière masse est inconnue : son produit s'écrit avec x.

- $6 \times 8 = 48$;
- $5 \times 10 = 50$;
- $3 \times x = 3x$.

Somme des produits. On additionne les deux nombres connus :

$$48 + 50 + 3x = 98 + 3x$$

Conclusion. L'effectif total est $N = 14$ et la somme des produits s'écrit $98 + 3x$.

2.

Utiliser la moyenne pour écrire une équation, puis trouver x.

INDICE

Outil : la somme des produits est égale à la moyenne multipliée par l'effectif total.

CORRIGÉ

Équation. La moyenne est la somme des produits divisée par N. Donc la somme des produits est égale à la moyenne multipliée par N. Avec une moyenne de 10 et $N = 14$, on obtient :

$$98 + 3x = 10 \times 14$$
$$98 + 3x = 140$$

Résolution. On retire 98 aux deux membres, puis on divise les deux membres par 3 :

$$3x = 42$$
$$x = 14$$

Conclusion. On trouve $x = 14$: les sacs les plus lourds pèsent 14 kilogrammes.

3.

Vérifier le résultat en recalculant la moyenne.

INDICE

Début : remplace x par la valeur trouvée dans le tableau.

CORRIGÉ

On remplace x par 14. Avec $x = 14$, le dernier produit vaut $3 \times 14 = 42$, et la somme des produits devient :

$$48 + 50 + 42 = 140$$

On divise par l'effectif total 14 :

$$m = \frac{140}{14} = 10$$

Conclusion. On retrouve une masse moyenne de 10 kilogrammes : la valeur trouvée pour x convient.

Exercice 3

Les verres d'eau de la journée

Un club de randonnée imaginaire a demandé à ses 30 membres combien de verres d'eau ils boivent par jour (série fictive).

Verres d'eau	3	4	5	6	7	8
Effectif	2	5	8	9	4	2

1.

Calculer les effectifs cumulés.

INDICE

Début : sous la première valeur, recopie son effectif ; ajoute ensuite l'effectif de chaque valeur suivante.

CORRIGÉ

L'effectif cumulé de la valeur 3 est son effectif, 2. On ajoute ensuite, un par un, les effectifs des valeurs suivantes.

- 4 verres : $2 + 5 = 7$.
- 5 verres : $7 + 8 = 15$.
- 6 verres : $15 + 9 = 24$.
- 7 verres : $24 + 4 = 28$.
- 8 verres : $28 + 2 = 30$.

Contrôle. Le dernier effectif cumulé, 30, est l'effectif total.

Conclusion. Les effectifs cumulés sont 2 ; 7 ; 15 ; 24 ; 28 et 30.

2.

Combien de membres boivent au plus 5 verres par jour ?

INDICE

Outil : l'effectif cumulé de la valeur 5.

CORRIGÉ

L'effectif cumulé de 5 est 15. Il compte les membres qui boivent 3, 4 ou 5 verres par jour.

Conclusion. 15 membres du club boivent au plus 5 verres d'eau par jour.

3.

Combien de membres boivent au moins 7 verres par jour ? Donner aussi la réponse en pour cent.

INDICE

Point délicat : « au moins 7 » est le contraire de « au plus 6 ». Utilise l'effectif total.

CORRIGÉ

Effectif. Boire au moins 7 verres, c'est le contraire de boire au plus 6 verres. D'après l'effectif cumulé de 6, il y a 24 membres qui boivent au plus 6 verres. Les autres membres sont au nombre de :

$$30 - 24 = 6$$

Vérification avec le tableau : $4 + 2 = 6$.

Pour cent. On divise par l'effectif total :

$$\frac{6}{30} = 0{,}2$$

puis $0{,}2 \times 100 = 20$.

Conclusion. 6 membres boivent au moins 7 verres par jour, soit 20 pour cent du club.

Exercice 4

Deux équipes de fléchettes

Deux équipes imaginaires jouent aux fléchettes. Chaque joueur marque un nombre de points (séries fictives).

Équipe A, 10 joueurs :

Points	5	6	8	10
Effectif	2	3	4	1

Équipe B, 8 joueurs :

Points	6	8	9
Effectif	3	3	2

1.

Calculer la moyenne de chaque équipe.

INDICE

Outil : la ligne des produits, sa somme, puis la division par l'effectif total de l'équipe.

CORRIGÉ

Équipe A. On multiplie chaque effectif par son nombre de points : $2 \times 5 = 10$, $3 \times 6 = 18$, $4 \times 8 = 32$ et $1 \times 10 = 10$. L'équipe a marqué au total :

$$10 + 18 + 32 + 10 = 70$$

Elle compte 10 joueurs, donc :

$$m = \frac{70}{10} = 7$$

Équipe B. De la même manière : $3 \times 6 = 18$, $3 \times 8 = 24$ et $2 \times 9 = 18$. Le total de l'équipe vaut :

$$18 + 24 + 18 = 60$$

Elle compte 8 joueurs, donc :

$$m = \frac{60}{8} = 7{,}5$$

Conclusion. La moyenne de l'équipe A est de 7 points par joueur, celle de l'équipe B de $7{,}5$ points par joueur.

2.

Quelle équipe a marqué le plus de points au total ? Laquelle a la meilleure moyenne ? Expliquer la différence.

INDICE

Point délicat : les deux équipes n'ont pas le même nombre de joueurs.

CORRIGÉ

Total. L'équipe A a marqué 70 points et l'équipe B 60 points : l'équipe A a le plus grand total.

Moyenne. On compare les deux moyennes de la question 1 :

$$7{,}5 > 7$$

L'équipe B a donc la meilleure moyenne.

Explication. L'équipe A a plus de joueurs, 10 contre 8 : son total additionne davantage de scores. La moyenne partage le total entre les joueurs, elle compare donc les équipes joueur par joueur. En moyenne, un joueur de l'équipe B marque plus de points qu'un joueur de l'équipe A.

Conclusion. L'équipe A a marqué le plus de points au total, mais l'équipe B a la meilleure moyenne, parce que les deux équipes n'ont pas le même nombre de joueurs.

Exercice 5

Une moyenne calculée avec les fréquences

Une boulangerie imaginaire note combien de pains achète chaque client. Le tableau ne donne que les fréquences (série fictive).

Pains achetés	1	2	3	4	5
Fréquence	$0{,}1$	$0{,}15$	$0{,}3$	$0{,}25$	$0{,}2$

1.

Vérifier que la somme des fréquences vaut 1.

INDICE

Outil : additionne les cinq fréquences du tableau.

CORRIGÉ

Notons S la somme des cinq fréquences du tableau :

$$\begin{aligned} S &= 0{,}1 + 0{,}15 + 0{,}3 \\ &\quad + 0{,}25 + 0{,}2 \\ &= 1 \end{aligned}$$

Conclusion. La somme des fréquences vaut bien 1 : le tableau est cohérent.

2.

Calculer le nombre moyen de pains achetés par client, à l'aide des fréquences.

INDICE

Outil : la moyenne est la somme des produits de chaque fréquence par sa valeur.

CORRIGÉ

Avec les fréquences, on multiplie chaque valeur par sa fréquence, puis on additionne les résultats.
Les produits sont :

- $0{,}1 \times 1 = 0{,}1$;
- $0{,}15 \times 2 = 0{,}3$;
- $0{,}3 \times 3 = 0{,}9$;
- $0{,}25 \times 4 = 1$;
- $0{,}2 \times 5 = 1$.

Leur somme donne la moyenne :

$$\begin{aligned} m &= 0{,}1 + 0{,}3 + 0{,}9 \\ &\quad + 1 + 1 \\ &= 3{,}3 \end{aligned}$$

Conclusion. Un client achète en moyenne $3{,}3$ pains.

3.

Ce jour-là, la boulangerie a eu 40 clients. Calculer l'effectif de chaque valeur, puis retrouver la moyenne avec les effectifs.

INDICE

Début : un effectif est la fréquence multipliée par l'effectif total $N = 40$.

CORRIGÉ

Effectifs. Chaque effectif est la fréquence multipliée par l'effectif total $N = 40$.

- 1 pain : $0{,}1 \times 40 = 4$.
- 2 pains : $0{,}15 \times 40 = 6$.
- 3 pains : $0{,}3 \times 40 = 12$.
- 4 pains : $0{,}25 \times 40 = 10$.
- 5 pains : $0{,}2 \times 40 = 8$.

Produits. On multiplie chaque effectif par sa valeur : $4 \times 1 = 4$, $6 \times 2 = 12$, $12 \times 3 = 36$, $10 \times 4 = 40$ et $8 \times 5 = 40$.

Moyenne. Notons S la somme des produits :

$$\begin{aligned} S &= 4 + 12 + 36 \\ &\quad + 40 + 40 \\ &= 132 \end{aligned}$$

On divise par 40 :

$$m = \frac{132}{40} = 3{,}3$$

Conclusion. Les effectifs sont 4, 6, 12, 10 et 8 ; la moyenne calculée avec eux vaut encore $3{,}3$ pains, comme à la question 2.

Exercice 6

Les âges d'un centre de vacances imaginaire

Un centre de vacances imaginaire accueille 24 enfants. Voici leurs âges, en années (série fictive).

Âge (ans)	8	9	10	11	12
Effectif	3	6	8	5	2

1.

Calculer les effectifs cumulés.

INDICE

Début : ajoute les effectifs de gauche à droite, en partant de l'effectif de la première valeur.

CORRIGÉ

On commence par l'effectif de la valeur 8, soit 3. Puis on ajoute à chaque fois l'effectif de l'âge suivant.

- 9 ans : $3 + 6 = 9$.
- 10 ans : $9 + 8 = 17$.
- 11 ans : $17 + 5 = 22$.
- 12 ans : $22 + 2 = 24$.

Contrôle. On termine sur 24, l'effectif total.

Conclusion. Les effectifs cumulés sont 3 ; 9 ; 17 ; 22 et 24.

2.

Sur ton cahier, tracer le polygone des effectifs cumulés. On prendra 1 carreau pour 1 an et 1 carreau pour 1 enfant.

INDICE

Outil : un point par valeur, à la hauteur de son effectif cumulé, puis des segments entre les points voisins.

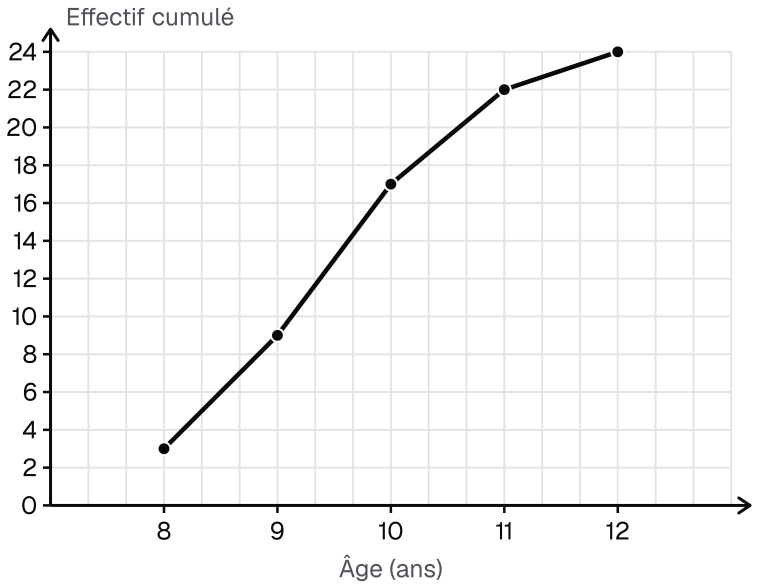
CORRIGÉ

Points. Chaque âge donne un point : l'âge se lit sur l'axe horizontal, l'effectif cumulé sur l'axe vertical. On place les points $(8;3)$, $(9;9)$, $(10;17)$, $(11;22)$ et $(12;24)$.

Hauteurs. Avec 1 carreau pour 1 enfant, ces points sont situés à 3 ; 9 ; 17 ; 22 et 24 carreaux au-dessus de l'axe horizontal.

Segments. On relie chaque point au suivant par un segment, de gauche à droite.

Conclusion. Le polygone des effectifs cumulés monte de gauche à droite et s'arrête à la hauteur 24, l'effectif total.



Polygone des effectifs cumulés des âges : il part de 3 au-dessus de 8 ans et s'arrête à 24 au-dessus de 12 ans.

3.

Combien d'enfants ont au plus 10 ans ? Combien ont au moins 11 ans ?

INDICE

Point délicat : « au moins 11 » se calcule par une différence avec l'effectif total.

CORRIGÉ

Au plus dix ans. Sur le polygone, le point placé au-dessus de 10 est à la hauteur 17. Ainsi, 17 enfants ont au plus 10 ans.

Au moins onze ans. Ce sont tous les autres enfants :

$$24 - 17 = 7$$

Vérification avec le tableau : $5 + 2 = 7$.

Conclusion. 17 enfants ont au plus 10 ans et 7 enfants ont au moins 11 ans.

Exercice 7

Des plants de haricot en SVT

En SVT, une classe fictive fait pousser 20 plants de haricot. Après dix jours, elle mesure leur hauteur, en centimètres entiers (série fictive).

Hauteur (cm)	4	5	6	7	8
Effectif	2	3	7	5	3

1.

Calculer les fréquences cumulées, en nombres décimaux.

INDICE

Début : calcule d'abord les effectifs cumulés, puis divise-les par 20.

CORRIGÉ

Effectifs cumulés. En additionnant les effectifs de gauche à droite, on obtient 2 ; 5 ; 12 ; 17 ; 20.

Fréquences cumulées. On divise chacun de ces nombres par l'effectif total 20.

- 4 cm : $\dfrac{2}{20} = 0{,}1$.
- 5 cm : $\dfrac{5}{20} = 0{,}25$.
- 6 cm : $\dfrac{12}{20} = 0{,}6$.
- 7 cm : $\dfrac{17}{20} = 0{,}85$.
- 8 cm : $\dfrac{20}{20} = 1$.

Conclusion. Les fréquences cumulées sont $0{,}1$; $0{,}25$; $0{,}6$; $0{,}85$ et 1.

2.

Quelle part des plants, en pour cent, mesure au plus 6 centimètres ? Quelle part mesure au moins 7 centimètres ?

INDICE

Outil : la fréquence cumulée de la valeur 6 ; pour « au moins », retire-la de 100 pour cent.

CORRIGÉ

Au plus six centimètres. La fréquence cumulée de 6 est $0{,}6$, et $0{,}6 \times 100 = 60$. Elle correspond donc à 60 pour cent des plants.

Au moins sept centimètres. Les hauteurs sont des nombres entiers de centimètres. Un plant qui ne mesure pas au plus 6 centimètres mesure donc au moins 7 centimètres. On retire la part précédente de 100 :

$$100 - 60 = 40$$

Conclusion. 60 pour cent des plants mesurent au plus 6 centimètres, et 40 pour cent mesurent au moins 7 centimètres.

3.

Calculer la hauteur moyenne des plants.

INDICE

Outil : la ligne des produits de chaque effectif par sa hauteur, puis la division par 20.

CORRIGÉ

Produits. On multiplie chaque effectif par sa hauteur : $2 \times 4 = 8$, $3 \times 5 = 15$, $7 \times 6 = 42$, $5 \times 7 = 35$ et $3 \times 8 = 24$.

Somme. Notons S la somme de ces produits :

$$\begin{aligned} S &= 8 + 15 + 42 \\ &\quad + 35 + 24 \\ &= 124 \end{aligned}$$

Division. Il y a 20 plants :

$$m = \frac{124}{20} = 6{,}2$$

Conclusion. La hauteur moyenne des plants est de $6{,}2$ centimètres.