BURHAN

Les puissances : exercices, niveau examen

2ème Année Collège · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/puissances/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Les puissances	Niveau examen	5

Exercice 1 — 6 pts

Calculs avec des puissances

On donne $A = \dfrac{2^5 \times 2^{-3}}{2^4}$ et $B = \dfrac{\left(2^2\right)^3}{(-2)^2}$.

Le nombre A — 2 pts

Écris A sous la forme d'une puissance de 2, puis sous la forme d'une fraction.

INDICE

Outil : les propriétés des puissances d'une même base : produit, puis quotient.

Début : commence par le haut de la fraction, $2^5 \times 2^{-3}$.

Point délicat : l'exposant obtenu est négatif : passe à l'inverse pour la fraction.

Le nombre B — 3 pts

Écris B sous la forme d'une puissance de 2, puis donne sa valeur.

INDICE

Outil : trois propriétés à la suite : puissance d'une puissance, signe d'une puissance, quotient de deux puissances de 2.

Début : traite d'abord le numérateur $\left(2^2\right)^3$.

Point délicat : au dénominateur, la base -2 est négative : regarde si l'exposant est pair ou impair.

Le produit — 1 pts

En déduire $A \times B$ sous la forme d'une puissance de 2, puis sa valeur.

INDICE

Outil : les écritures de A et de B obtenues aux questions 1 et 2.

Début : écris $A \times B$ comme un produit de deux puissances de 2.

Point délicat : garde le signe moins de l'exposant de A en additionnant.

Exercice 2 — 7 pts

Masses d'atomes

La masse d'un atome de carbone est d'environ 2×10^{-23} g. La masse d'un atome d'hydrogène est d'environ $1{,}7 \times 10^{-24}$ g.

Beaucoup d'atomes de carbone — 2 pts

Calcule la masse de 6×10^{23} atomes de carbone. Donne le résultat en écriture décimale.

INDICE

Outil : un produit en écriture scientifique.

Début : multiplie 6 par 2, puis 10^{23} par 10^{-23}.

Point délicat : deux exposants opposés donnent l'exposant 0.

L'atome le plus léger — 2,5 pts

Quel atome est le plus léger ? Justifie.

INDICE

Outil : la méthode pour ranger des nombres écrits en écriture scientifique.

Début : regarde en premier les exposants -24 et -23.

Point délicat : le plus petit exposant donne le plus petit nombre.

Une estimation — 2,5 pts

À l'aide d'un ordre de grandeur de la masse de l'atome d'hydrogène, estime combien de fois l'atome de carbone est plus lourd.

INDICE

Outil : l'ordre de grandeur, puis un quotient de puissances de 10.

Début : remplace $1{,}7$ par l'entier le plus proche.

Point délicat : dans le quotient, soustrais un exposant négatif avec des parenthèses.

Exercice 3 — 7 pts

Le budget d'une commune

Une commune compte $120\,000$ habitants. Son budget annuel est de $48\,000\,000$ dirhams.

Les données — 2 pts

Écris ces deux nombres en écriture scientifique.

INDICE

Outil : l'écriture scientifique $a \times 10^{p}$ avec $1 \leq a < 10$.

Début : place la virgule après le premier chiffre de chaque nombre.

Point délicat : compte tous les rangs, zéros compris.

Le budget par habitant — 2,5 pts

Calcule le budget par habitant, en écriture scientifique, puis en écriture décimale.

INDICE

Outil : un quotient en écriture scientifique.

Début : divise $4{,}8$ par $1{,}2$, puis 10^{7} par 10^{5}.

Point délicat : l'ordre de la division compte : le budget est au numérateur.

Un contrôle — 2,5 pts

Un élève trouve $4\,000$ dirhams par habitant. À l'aide d'ordres de grandeur, dis si ce résultat est plausible.

INDICE

Outil : les ordres de grandeur des deux données.

Début : remplace $4{,}8$ et $1{,}2$ par les entiers les plus proches.

Point délicat : compare l'estimation obtenue au résultat de l'élève.

Exercice 4 — 7 pts

Deux nombres inverses l'un de l'autre

On donne $E = \left(\frac{3}{5}\right)^2 - 2^3 \times \frac{1}{25}$ et $F = \frac{10^3 \times 2^{-3}}{5}$.

Le nombre E — 2 pts

Calcule E en respectant les priorités des opérations. Donne le résultat sous la forme d'une fraction.

INDICE

Outil : les priorités : d'abord les puissances, ensuite le produit, enfin la différence.

Début : calcule les deux puissances $\left(\frac{3}{5}\right)^2$ et 2^3.

Point délicat : pour la fraction, élève au carré le numérateur et le dénominateur.

Le nombre F — 2,5 pts

Écris F sous la forme d'une puissance de 5, puis donne sa valeur.

INDICE

Outil : la puissance d'un produit, puis les propriétés des puissances d'un même nombre.

Début : écris $10 = 2 \times 5$, puis transforme 10^3 en un produit de deux puissances.

Point délicat : au dénominateur, 5 est la puissance 5^1.

Un lien entre E et F — 2,5 pts

Écris E sous la forme d'une puissance de 5. En déduire $E \times F$. Que peut-on dire des nombres E et F ?

INDICE

Outil : l'exposant négatif $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, puis l'addition des exposants dans un produit de deux puissances de 5.

Début : remarque que $25 = 5^2$.

Point délicat : deux nombres dont le produit vaut 1 sont inverses l'un de l'autre.

Exercice 5 — 7 pts

La récolte des abeilles

Pendant une saison, une colonie d'abeilles récolte environ $1{,}5 \times 10^{5}$ g de nectar. À chaque voyage, une abeille butineuse rapporte environ $2{,}5 \times 10^{-2}$ g de nectar.

Les deux masses — 2 pts

Écris ces deux masses en écriture décimale.

INDICE

Outil : multiplier par une puissance de 10 revient à déplacer la virgule.

Début : avec l'exposant 5, positif, la virgule part vers la droite.

Point délicat : avec l'exposant -2, la virgule part vers la gauche : ajoute les zéros qui manquent.

Le nombre de voyages — 2,5 pts

Calcule le nombre de voyages nécessaires pour récolter tout ce nectar. Donne-le en écriture scientifique, puis en écriture décimale.

INDICE

Outil : un quotient en écriture scientifique, puis la correction du nombre décimal.

Début : divise $1{,}5$ par $2{,}5$, puis 10^{5} par 10^{-2}.

Point délicat : le nombre décimal obtenu est plus petit que 1 : écris-le à son tour en écriture scientifique.

Le travail d'une butineuse — 2,5 pts

La colonie compte environ 3×10^{4} butineuses, qui se partagent les voyages à parts égales. En déduire le nombre de voyages faits par une butineuse pendant la saison. Une butineuse fait au plus 10 voyages par jour : combien de jours de récolte lui faut-il au moins ?

INDICE

Outil : le résultat de la question 2, puis un second quotient en écriture scientifique.

Début : divise 6×10^{6} par 3×10^{4}.

Point délicat : pour les jours, divise le nombre de voyages d'une butineuse par le nombre de voyages faits en un jour.