BURHAN

# Les puissances

2ème Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/puissances/cours

| Chapitre | Semestre |
| --- | --- |
| Les puissances | Semestre 1 |

## Entrée

Prends une feuille de papier et plie-la en deux : tu obtiens $2$ épaisseurs. Plie-la encore en deux : tu en obtiens $4$.

À chaque pliage, le nombre d'épaisseurs **double**.

**Devine : Six pliages**

Tu plies la même feuille en deux, six fois de suite. Combien d'épaisseurs obtiens-tu ?

**A.** $12$

**Faux.**
Tu as ajouté $2$ épaisseurs à chaque pliage : $2 \times 6 = 12$. Or chaque pliage **double** le nombre d'épaisseurs.

**B.** $36$

**Faux.**
Tu as calculé $6 \times 6 = 36$. Ici, c'est le nombre $2$ qui se répète, six fois.

**C.** $64$

**Juste.**
On multiplie par $2$ six fois de suite : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$.

**D.** $32$

**Faux.**
$32$ correspond à cinq pliages seulement. Compte bien les six facteurs $2$.

**Correction**
Les épaisseurs doublent à chaque pliage : $2$, $4$, $8$, $16$, $32$, puis $64$. Après six pliages, la feuille a $64$ épaisseurs.

Ce produit de six facteurs égaux à $2$ s'écrit $2^6$. C'est une **puissance**, le sujet de ce chapitre.

Dans ce chapitre, tu vas calculer ces produits répétés, avec des fractions, des nombres négatifs et même des exposants négatifs. Ensuite, tu écriras en une ligne un nombre géant, comme la distance de la Terre à la Lune. Tu écriras aussi un nombre minuscule, comme l'épaisseur d'un cheveu.

## Puissances d'exposant naturel

### Un produit de facteurs égaux

**À toi : Une écriture courte**

Quelle écriture est égale à $5 \times 5 \times 5 \times 5$ ?

**A.** $5 \times 4$

**Faux.**

$5 \times 4 = 20$, alors que $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$. Le nombre de facteurs ne se multiplie pas par la base.

**B.** $5^4$

**Juste.**

Le facteur $5$ est écrit quatre fois : on écrit $5^4$, qui vaut $625$.

**C.** $4^5$

**Faux.**

Tu as inversé les rôles : $4^5 = 1\,024$. Le nombre répété est $5$, et il est répété quatre fois.

**D.** $5 + 5 + 5 + 5$

**Faux.**

Cette somme vaut $20$. Ici, les $5$ sont multipliés, pas additionnés.

**Correction**

Le produit $5 \times 5 \times 5 \times 5$ a quatre facteurs égaux à $5$. Il s'écrit $5^4$ et vaut $625$.

Rappel de 1re année : tu sais déjà calculer $3^2 = 9$ ou $(-1{,}5)^2 = 2{,}25$.

Cette année, le nombre qui se répète peut aussi être une **fraction**. On multiplie alors la fraction par elle-même :

$$\begin{aligned}\left(\frac{3}{4}\right)^2 &= \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \\ &= \frac{9}{16}\end{aligned}$$

**Définition : Puissance d'exposant entier naturel**

Soit $a$ un nombre rationnel et $n$ un entier naturel supérieur ou égal à $2$. La **puissance** $n$-ième de $a$ est le produit de $n$ facteurs tous égaux à $a$ :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}}.$$

Le nombre $a$ est la **base** et l'entier $n$ est l'**exposant**. On lit $a^n$ « $a$ puissance $n$ » ; $a^2$ se lit aussi « $a$ au carré » et $a^3$ « $a$ au cube ».

Par convention, $a^1 = a$ et, si $a \neq 0$, $a^0 = 1$.

**Exemple : Lire et calculer une puissance**

Dans $\left(\frac{1}{2}\right)^3$, la base est $\frac{1}{2}$ et l'exposant est $3$. On écrit donc trois facteurs égaux à $\frac{1}{2}$ :

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{2}\right)^3 &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{8}\end{aligned}$$

Pour les exposants $1$ et $0$, on applique les conventions : $7^1 = 7$ et $(-4)^0 = 1$.

**Attention : Une puissance n'est pas un produit par l'exposant**

✗ $3^4 = 3 \times 4 = 12$

✓ $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

L'exposant compte les facteurs. Il ne se multiplie pas par la base.

## Le signe d'une puissance

**Exemple : Compter les facteurs négatifs**

Écrivons tous les facteurs de trois puissances de $-3$.

$$(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$$

$$\begin{aligned}(-3)^3 &= (-3) \times (-3) \times (-3) \\ &= -27\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&(-3)^4 \\ &= (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \\ &= 81\end{aligned}$$

Deux facteurs négatifs donnent un produit positif : c'est la règle des signes de 1re année.

Dans $(-3)^2$ et $(-3)^4$, les signes moins se regroupent par paires. Dans $(-3)^3$, il en reste un seul, et le résultat est négatif.

**Propriété : Signe d'une puissance**

Soit $a$ un nombre rationnel non nul et $n$ un entier naturel.

- Si $a > 0$, alors $a^n > 0$.

- Si $a < 0$, alors $a^n$ est **positif** lorsque l'exposant $n$ est **pair**, et **négatif** lorsque l'exposant $n$ est **impair**.

Par exemple, $(-2)^4 = 16$ et $(-2)^3 = -8$.

**Remarque : Admis**

Ce résultat est admis. Tu peux le vérifier sur chaque exemple en comptant les facteurs négatifs.

**Vérifie : Le signe sans calcul**

Sans calculer la valeur, trouve le seul nombre négatif.

**A.** $(-5)^4$
**Faux.**
La base est négative, mais l'exposant $4$ est pair : $(-5)^4 = 625$ est positif.

**B.** $3^5$
**Faux.**
La base $3$ est positive : toutes ses puissances sont positives. $3^5 = 243$.

**C.** $(-7)^0$
**Faux.**
Par convention, $(-7)^0 = 1$, qui est positif.

**D.** $(-1)^9$
**Juste.**
La base est négative et l'exposant $9$ est impair : $(-1)^9 = -1$.

**Correction**
Seul $(-1)^9$ est négatif : sa base est négative et son exposant $9$ est impair. On a $(-5)^4 = 625$, $3^5 = 243$ et $(-7)^0 = 1$.

## Un piège et une méthode

**Attention : Avec ou sans parenthèses**

✗ $-4^2 = 16$

✓ $-4^2 = -(4 \times 4) = -16$

✓ $(-4)^2 = (-4) \times (-4) = 16$

Sans parenthèses, l'exposant porte seulement sur $4$, et le signe moins reste devant. Avec les parenthèses, la base est $-4$.

**Méthode : Calculer une puissance**

1. **Repérer la base et l'exposant.** La base est le nombre, ou la parenthèse, écrit juste à gauche de l'exposant.
2. **Regarder l'exposant.** Pour un exposant égal à $1$ ou à $0$, une convention suffit : $a^1 = a$, et $a^0 = 1$ si $a$ n'est pas nul.
3. **Trouver le signe.** Avec une base positive, le résultat est positif. Avec une base négative, il est positif pour un exposant pair et négatif pour un exposant impair.
4. **Calculer la valeur.** L'exposant dit combien de facteurs écrire, chacun égal à la base sans son signe. Calcule ce produit, puis place le signe devant.

**À toi : deux puissances**

Calcule $\left(-\frac{2}{5}\right)^3$, puis $-\left(\frac{1}{3}\right)^2$.

**Indice 1**

Applique la méthode : base, exposant, signe, puis valeur.

**Indice 2**

Sans les signes : $\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{125}$ et $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$.

**Indice 3**

Dans le premier calcul, la base est négative et l'exposant est impair. Dans le second, le signe moins est hors de la parenthèse.

**Réponse**

Réponse : $\left(-\frac{2}{5}\right)^3 = -\frac{8}{125}$, car la base est négative et l'exposant $3$ est impair.

Et $-\left(\frac{1}{3}\right)^2 = -\frac{1}{9}$, car l'exposant porte seulement sur $\frac{1}{3}$ : le signe moins reste devant.

## Puissances d'exposant négatif

## Prolonger la suite

**Devine : Descendre sous zéro**

Observe : $2^3 = 8$, $2^2 = 4$, $2^1 = 2$ et $2^0 = 1$. Quand l'exposant baisse de $1$, on divise par $2$.

Si l'on continue, que vaut $2^{-1}$ ?

**A.** $\frac{1}{2}$

**Juste.**

On divise $2^0 = 1$ par $2$ : on trouve $\frac{1}{2}$.

**B.** $-2$

**Faux.**

Un exposant négatif ne rend pas le nombre négatif. Divise $1$ par $2$ : le résultat reste positif.

**C.** $0$

**Faux.**

Tu as retiré $1$ au lieu de diviser par $2$. Or on passe d'une ligne à la suivante en divisant par $2$.

**D.** $-\dfrac{1}{2}$

**Faux.**

La valeur $\dfrac{1}{2}$ est la bonne, mais pas le signe : diviser $1$ par $2$ donne un nombre positif.

**Correction**

On divise $2^0 = 1$ par $2$ : $2^{-1} = \dfrac{1}{2}$. Le signe moins de l'exposant ne change pas le signe du nombre.

On continue de diviser par $2$ : $2^{-2} = \dfrac{1}{4}$, puis $2^{-3} = \dfrac{1}{8}$.

Or $4 = 2^2$ et $8 = 2^3$. Cela conduit à poser $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3}$. C'est la définition qui suit.

L'**inverse** d'un nombre non nul $a$ est le nombre qui, multiplié par $a$, donne $1$. Par exemple, $\dfrac{1}{8}$ est l'inverse de $8$, car $8 \times \dfrac{1}{8} = 1$.

**Définition : Puissance d'exposant entier négatif**

Soit $a$ un nombre rationnel non nul et $n$ un entier naturel non nul. On pose

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

En particulier, $a^{-1} = \dfrac{1}{a}$ : la puissance d'exposant $-1$ d'un nombre non nul est son **inverse**.

Le nombre $0$ n'a pas de puissance d'exposant négatif.

**Exemple : Calculer avec un exposant négatif**

Pour un exposant négatif, on prend l'inverse de la puissance d'exposant positif, puis on calcule.

$$5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$$

La base $-3$ est négative et l'exposant $3$ est impair : le dénominateur est négatif.

$$\begin{aligned}(-3)^{-3} &= \frac{1}{(-3)^3} \\ &= \frac{1}{-27} = -\frac{1}{27}\end{aligned}$$

Avec l'exposant $-1$, il suffit de retourner la fraction : $\left(\frac{2}{7}\right)^{-1} = \frac{7}{2}$, car l'inverse de $\frac{2}{7}$ est $\frac{7}{2}$.

## Inverse et nombre zéro

Avec l'exposant $-1$, on obtient l'inverse. Ainsi $4^{-1} = \frac{1}{4} = 0{,}25$ est l'inverse de $4$, car $4 \times 0{,}25 = 1$.

Le nombre $0$ n'a pas d'inverse : aucun nombre multiplié par $0$ ne donne $1$. C'est pour cela que $0^{-1}$ n'existe pas.

**Vérifie : Inverse d'un nombre négatif**

Quel nombre est égal à $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-1}$ ?

**A.** $\frac{3}{4}$

**Faux.**

Tu as pris l'opposé. L'exposant $-1$ demande l'inverse, pas l'opposé.

**B.** $\frac{4}{3}$

**Faux.**

Tu as bien retourné la fraction, mais le signe a disparu. L'inverse d'un nombre négatif est négatif.

**C.** $-\frac{4}{3}$

**Juste.**

On retourne la fraction et on garde le signe : $\left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right) = 1$.

**Correction**

L'exposant $-1$ donne l'inverse. L'inverse de $-\frac{3}{4}$ est $-\frac{4}{3}$. On le vérifie en multipliant les deux nombres :

$$\left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right) = 1$$

**Exemple : Une fraction à un exposant négatif**

On remplace l'exposant $-2$ par l'inverse du carré :

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^{2}} = \frac{1}{\frac{9}{4}}$$

L'inverse de $\frac{9}{4}$ est $\frac{4}{9}$, car $\frac{9}{4} \times \frac{4}{9} = 1$. Donc $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \frac{4}{9}$.

C'est aussi la valeur de $\left(\frac{2}{3}\right)^{2} = \frac{4}{9}$ : la fraction a été retournée.

## Deux pièges

**Attention : Exposant négatif ne veut pas dire nombre négatif**

✗ $3^{-2} = -9$

✓ $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

Le signe moins de l'exposant veut dire « inverse », pas « opposé ». Ici, $3^{-2}$ est positif, comme $3$.

**Attention : L'exposant zéro donne 1**

✗ $8^0 = 0$ et $(-6)^0 = -6$

✓ $8^0 = 1$ et $(-6)^0 = 1$

Repense à la suite du début : après $2^1 = 2$, on divise par $2$ et on trouve $2^0 = 1$. Tout nombre non nul à l'exposant $0$ vaut $1$.

**À toi : deux inverses**

Calcule $(-2)^{-4}$, puis $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$.

**Indice 1**

Remplace l'exposant négatif par l'inverse : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

**Indice 2**

Calcule d'abord $(-2)^4$ et $\left(\frac{1}{3}\right)^2$, puis prends leurs inverses.

**Indice 3**

L'exposant $4$ est pair : $(-2)^4$ est positif. Et l'inverse d'une fraction s'obtient en la retournant.

**Réponse**

Réponse : $(-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{16}$, car $(-2)^4 = 16$ (exposant pair).

Et $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$, car $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ et l'inverse de $\frac{1}{9}$ est $9$.

Si le signe t'a fait hésiter, c'est normal : beaucoup d'élèves s'y trompent au début, et tu viens de le régler.

## Produit et quotient de puissances d'un même nombre

## Compter les facteurs d'un produit

**Devine : Une seule puissance**

À quelle puissance de $3$ le produit $3^2 \times 3^5$ est-il égal ?

**A.** $3^{10}$

**Faux.**

Tu as multiplié les exposants : $2 \times 5 = 10$. Écris les facteurs à la suite et compte-les.

**B.** $3^7$

**Juste.**

Il y a $2$ facteurs $3$, puis $5$ autres : $2 + 5 = 7$ facteurs en tout.

**C.** $9^7$

**Faux.**

Tu as multiplié les bases : $3 \times 3 = 9$. Or la base reste $3$ : seuls les facteurs se comptent.

**D.** $9^{10}$

**Faux.**

Tu as multiplié les bases et les exposants. La base reste $3$, et les facteurs s'additionnent.

**Correction**

$3^2 \times 3^5 = (3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3)$. Il y a $7$ facteurs égaux à $3$ : $3^2 \times 3^5 = 3^7$.

**Exemple : On compte les facteurs**

Écrivons les facteurs de chaque puissance, l'une après l'autre :

$$\begin{aligned} & 2^3 \times 2^4 \\ &= (2 \times 2 \times 2) \\ &\quad \times (2 \times 2 \times 2 \times 2) \end{aligned}$$

Il y a $3 + 4 = 7$ facteurs égaux à $2$. Donc :

$$2^3 \times 2^4 = 2^7 = 128$$

Vérifie : $8 \times 16 = 128$.

**Exemple : Avec un exposant négatif**

L'exposant $-2$ place deux facteurs $5$ au dénominateur :

$$\begin{aligned} & 5^4 \times 5^{-2} \\ &= (5 \times 5 \times 5 \times 5) \times \frac{1}{5 \times 5} \end{aligned}$$

Deux facteurs $5$ du haut se simplifient avec ceux du bas. Il en reste deux : le résultat est $5^2 = 25$.

Et l'on retrouve cet exposant par une addition : $4 + (-2) = 2$.

**Propriété : Produit de deux puissances d'un même nombre**

Soit $a$ un nombre rationnel non nul, et $m$ et $n$ deux entiers relatifs. Alors

$$a^m \times a^n = a^{m+n}.$$

Pour multiplier deux puissances d'un même nombre, on garde la base et on **additionne** les exposants.

**Remarque : Admis**

Ce résultat est admis. Les exemples précédents le rendent naturel : on compte les facteurs.

## Appliquer, puis diviser

**Exemple : Additionner les exposants**

Les deux facteurs sont des puissances de $7$ : on additionne les exposants.

$$7^{-3} \times 7^5 = 7^{-3+5} = 7^2 = 49$$

La règle marche aussi quand la base est une fraction :

$$\begin{aligned} &\left(\frac{2}{3}\right)^{2} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} \\ &= \left(\frac{2}{3}\right)^{2+(-1)} \\ &= \left(\frac{2}{3}\right)^{1} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

**Exemple : On simplifie les facteurs**

On écrit les facteurs du numérateur et du dénominateur :

$$\frac{5^6}{5^2} = \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}{5 \times 5}$$

Deux facteurs $5$ se simplifient en haut et en bas. Il en reste $6 - 2 = 4$, donc $\dfrac{5^6}{5^2} = 5^4 = 625$.

**Propriété : Quotient de deux puissances d'un même nombre**

Soit $a$ un nombre rationnel non nul, et $m$ et $n$ deux entiers relatifs. Alors

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}.$$

Pour diviser deux puissances d'un même nombre, on garde la base et on **soustrait** les exposants, dans l'ordre : exposant du numérateur moins exposant du dénominateur.

**Remarque : Admis**

Ce résultat est admis. Respecte l'ordre : exposant du haut moins exposant du bas.

**Exemple : Soustraire les exposants**

Pour un quotient, on soustrait : exposant du haut moins exposant du bas.

$$\frac{3^2}{3^5} = 3^{2-5} = 3^{-3} = \frac{1}{27}$$

Quand l'exposant du bas est négatif, garde les parenthèses dans la soustraction :

$$\frac{2^3}{2^{-1}} = 2^{3-(-1)} = 2^4 = 16$$

## Le piège de la somme

**Attention : Pas de règle pour une somme**

✗ $2^3 + 2^2 = 2^5$

✓ $2^3 + 2^2 = 8 + 4 = 12$, alors que $2^5 = 32$.

Les règles valent pour un produit ou un quotient, jamais pour une somme. Pour une somme, calcule chaque puissance, puis additionne.

**À toi : une seule puissance**

Écris sous la forme d'une seule puissance $A = 6^{-2} \times 6^5$ et $B = \frac{9^4}{9^6}$. Donne ensuite leurs valeurs.

**Indice 1**

Produit : on additionne les exposants. Quotient : on les soustrait.

**Indice 2**

Pour $A$, calcule $-2 + 5$. Pour $B$, calcule $4 - 6$.

**Indice 3**

Un exposant négatif donne un inverse : $9^{-2} = \frac{1}{9^2}$.

**Réponse**

Réponse : $A = 6^{-2+5} = 6^3 = 216$, car on additionne les exposants d'un produit.

Et $B = 9^{4-6} = 9^{-2} = \frac{1}{81}$, car on soustrait les exposants d'un quotient.

## Puissance d'une puissance, d'un produit, d'un quotient

## Une puissance de puissance

**Devine : Une puissance élevée au cube**

Écris $\left(5^2\right)^3$ sous la forme d'une seule puissance de $5$.

**A.** $5^6$

**Juste.**
$\left(5^2\right)^3 = 5^2 \times 5^2 \times 5^2$ : cela fait $2+2+2=6$ facteurs $5$.

**B.** $5^5$

**Faux.**
Tu as additionné $2$ et $3$, comme pour un produit. Or ici, $5^2$ est répété trois fois.

**C.** $5^8$

**Faux.**
Tu as calculé $2^3 = 8$. L'exposant $3$ compte les répétitions de $5^2$, il ne s'applique pas à $2$.

**Correction**
$\left(5^2\right)^3 = 5^2 \times 5^2 \times 5^2 = 5^{2+2+2} = 5^6$.

**Exemple : On compte les facteurs**

$$\left(3^2\right)^3 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2$$

Cela fait $2+2+2=6$ facteurs $3$ : $\left(3^2\right)^3 = 3^6 = 729$. Tu retrouves $2 \times 3 = 6$. Vérifie : $9^3 = 729$.

**Propriété : Puissance d'une puissance**

Soit $a$ un nombre rationnel non nul, et $m$ et $n$ deux entiers relatifs. Alors

$$(a^m)^n = a^{m \times n}.$$

Pour élever une puissance à une nouvelle puissance, on garde la base et on **multiplie** les exposants.

**Remarque : Admis**

Ce résultat est admis. Compter les facteurs, comme ci-dessus, permet de le retrouver sur un exemple.

**Exemple : Multiplier les exposants**

On multiplie les deux exposants, même si l'un d'eux est négatif ou nul.

$$\left(2^{-1}\right)^4 = 2^{(-1)\times 4} = 2^{-4} = \frac{1}{16}$$

$$\left(7^3\right)^0 = 7^{3\times 0} = 7^0 = 1$$

## Puissance d'un produit

**Exemple : Ranger les facteurs**

Calculons $(2 \times 5)^3$ de deux façons.

D'un côté, $(2 \times 5)^3 = 10^3 = 1\,000$.

De l'autre, $2^3 \times 5^3 = 8 \times 125 = 1\,000$.

Les deux résultats sont égaux. Pour voir pourquoi, on écrit les trois facteurs, puis on range les $2$ ensemble et les $5$ ensemble :

$$\begin{aligned}&(2 \times 5)^3\\ &= (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5)\\ &= (2 \times 2 \times 2) \times (5 \times 5 \times 5)\end{aligned}$$

**Propriété : Puissance d'un produit**

Soit $a$ et $b$ deux nombres rationnels non nuls, et $n$ un entier relatif. Alors

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n.$$

La puissance d'un produit est le produit des puissances de ses facteurs, avec le **même exposant**.

**Remarque : Admis**

Ce résultat est admis. L'exemple précédent le montre en rangeant les facteurs.

**Exemple : Dans les deux sens**

Dans un sens, on développe la puissance d'un produit :

$$\begin{aligned}(-2 \times 3)^2 &= (-2)^2 \times 3^2\\ &= 4 \times 9 = 36\end{aligned}$$

Vérifie : $(-6)^2 = 36$.

Dans l'autre sens, deux puissances de même exposant se regroupent :

$$\begin{aligned}4^3 \times 25^3 &= (4 \times 25)^3\\ &= 100^3 = 1\,000\,000\end{aligned}$$

## Puissance d'un quotient

**Exemple : Le haut et le bas**

On écrit les quatre facteurs égaux à $\frac{2}{3}$ :

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$$

Pour multiplier des fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux :

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{16}{81}$$

Le numérateur et le dénominateur ont le même exposant : $2^4 = 16$ et $3^4 = 81$.

**Propriété : Puissance d'un quotient**

Soit $a$ et $b$ deux nombres rationnels non nuls, et $n$ un entier relatif. Alors

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

La puissance d'un quotient est le quotient des puissances du numérateur et du dénominateur, avec le **même exposant**.

**Remarque : Admis**

Ce résultat est admis. On le retrouve en multipliant les fractions, comme ci-dessus.

## Une méthode pour simplifier

**Méthode : Simplifier un produit ou un quotient de puissances**

1. **Repérer la forme.** Produit, quotient, puissance d'une puissance, d'un produit ou d'un quotient ?
2. **Choisir une seule règle.** Elle correspond à la forme repérée.
3. **Écrire une ligne par règle.** On ne fait jamais deux règles dans la même ligne.
4. **Finir par la valeur**, si la consigne la demande.

**À toi : une règle par ligne**

Simplifie $C = \frac{\left(2^3\right)^2}{2^4}$, puis calcule $D = \left(\frac{3}{5}\right)^2 \times 5^2$.

**Indice 1**

Pour $C$, commence par la puissance d'une puissance. Pour $D$, utilise la puissance d'un quotient.

**Indice 2**

$\left(2^3\right)^2 = 2^6$. Et $\left(\dfrac{3}{5}\right)^2 = \dfrac{3^2}{5^2}$.

**Indice 3**

Dans le quotient, fais $6 - 4$ : exposant du haut moins exposant du bas. Dans $D$, le facteur $5^2$ se simplifie.

**Réponse**

Réponse : pour $C$, on applique d'abord la puissance d'une puissance, puis la règle du quotient.

$$C = \frac{2^6}{2^4} = 2^{6-4} = 2^2 = 4$$

Pour $D$, la puissance d'un quotient fait apparaître $5^2$ au dénominateur, qui se simplifie avec le facteur $5^2$.

$$D = \frac{3^2}{5^2} \times 5^2 = 3^2 = 9$$

Le mot du prof : tu as maintenant toutes les règles du chapitre. Avant chaque ligne, nomme la règle que tu emploies : c'est le meilleur moyen de ne pas te tromper.

## Calculer et simplifier une expression

### Les priorités

**À toi : Par où commencer ?**

Que vaut $3 \times 2^3$ ?

**A.** $216$

**Faux.**

Tu as d'abord calculé $3 \times 2 = 6$, puis $6^3 = 216$. Or l'exposant porte seulement sur $2$.

**B.** $24$

**Juste.**

On calcule d'abord la puissance : $2^3 = 8$. Puis $3 \times 8 = 24$.

**C.** $18$

**Faux.**

Tu as calculé $3 \times 2 \times 3$. Or $2^3$ veut dire $2 \times 2 \times 2$.

**Correction**

La puissance passe avant le produit : $3 \times 2^3 = 3 \times 8 = 24$.

Rappel de 1re année : sans parenthèses, on fait les multiplications et les divisions avant les additions et les soustractions.

Les puissances passent encore avant. Une puissance porte seulement sur le nombre, ou la parenthèse, écrit juste à gauche de l'exposant.

**Méthode : Calculer une expression avec des puissances**

1. **Calculer dans les parenthèses.**
2. **Calculer les puissances.**
3. **Faire les multiplications et les divisions**, de gauche à droite.
4. **Faire les additions et les soustractions**, de gauche à droite.

## Un exemple guidé

**Exemple : Avec des fractions**

Calculons $E = \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2 + 2 \times 3^{-1}$ dans l'ordre des priorités. Chaque ligne n'applique qu'une seule règle.

**La parenthèse, puis la puissance.** Dans la parenthèse, $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$. On élève ensuite ce nombre au carré.

$$\begin{aligned} E &= \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 2 \times 3^{-1} \\ &= \frac{4}{9} + 2 \times 3^{-1} \end{aligned}$$

**L'exposant négatif, puis le produit.** On remplace $3^{-1}$ par $\frac{1}{3}$, l'inverse de $3$, puis on multiplie par $2$.

$$\begin{aligned} E &= \frac{4}{9} + 2 \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{4}{9} + \frac{2}{3} \end{aligned}$$

**La somme.** On écrit $\frac{2}{3}$ avec le dénominateur $9$, puis on additionne les numérateurs.

$$\begin{aligned} E &= \frac{4}{9} + \frac{6}{9} \\ &= \frac{10}{9} \end{aligned}$$

**Conclusion.** L'expression vaut $E = \frac{10}{9}$.

**Attention : La puissance avant le produit**

✗ $2 \times 5^2 = 10^2 = 100$

✓ $2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$

L'exposant $2$ porte seulement sur $5$. Pour élever le produit au carré, il faudrait écrire $(2 \times 5)^2$.

**À toi : complète le calcul**

Complète le calcul de $F = 4 - 3 \times (-1)^5 + 2^{-2}$.

$$\begin{aligned} F &= 4 - 3 \times (\dots) + (\dots) \\ &= 4 - (\dots) + (\dots) \\ &= \dots \end{aligned}$$

**Indice 1**

Commence par les deux puissances : $(-1)^5$ et $2^{-2}$.

**Indice 2**

$(-1)^5 = -1$, car l'exposant est impair, et $2^{-2} = \dfrac{1}{4}$. Ensuite, $3 \times (-1) = -3$.

**Indice 3**

Soustraire $-3$ revient à ajouter $3$ : $4 - (-3) = 7$.

**Réponse**

Réponse :

**Les puissances, puis le produit.** $(-1)^5 = -1$, car l'exposant $5$ est impair, et $2^{-2} = \dfrac{1}{4}$. Ensuite, le produit $3 \times (-1)$ vaut $-3$.

$$\begin{aligned} F &= 4 - 3 \times (-1) + \frac{1}{4} \\ &= 4 - (-3) + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

**Les sommes, de gauche à droite.** Soustraire $-3$ revient à ajouter $3$.

$$\begin{aligned} F &= 7 + \frac{1}{4} \\ &= \frac{29}{4} \end{aligned}$$

**Conclusion.** $F = \dfrac{29}{4}$.

## Avec une lettre

Les mêmes règles marchent avec une lettre qui remplace un nombre non nul. Ici, tu ne multiplies que des puissances d'une **même** lettre.

Par exemple, pour $x$ non nul : $x^2 \times x^5 = x^7$ et $\dfrac{x^6}{x^4} = x^2$.

**Vérifie : Trois puissances d'une même lettre**

Pour $y$ non nul, à quoi est égal $y^3 \times y^{-5} \times y^4$ ?

**A.** $y^{-60}$

**Faux.**
Tu as multiplié les exposants. Pour un produit, on les additionne.

**B.** $y^{12}$
**Faux.**
Tu as oublié le signe de $-5$ : $3+5+4=12$. Or $3+(-5)+4=2$.

**C.** $y^{2}$
**Juste.**
On additionne les exposants : $3+(-5)+4=2$.

**Correction**
C'est un produit de puissances de la même lettre : on additionne les exposants. $y^{3}\times y^{-5}\times y^{4}=y^{3+(-5)+4}=y^{2}$.

## Coin devoir

**À retenir : Coin devoir : rédiger une simplification**

Consigne : « Calcule $G=1+\dfrac{3^{4}\times 3^{-2}}{3^{3}}$ et donne le résultat sous la forme d'une fraction. »

En devoir, on écrit une seule règle par ligne et on la nomme.

**Produit au numérateur.** On additionne les exposants : $4+(-2)=2$.

$$G=1+\frac{3^{2}}{3^{3}}$$

**Quotient, puis inverse.** On soustrait les exposants : $2-3=-1$. Puis $3^{-1}$ est l'inverse de $3$.

$$\begin{aligned}G&=1+3^{-1}\\&=1+\frac{1}{3}\end{aligned}$$

**Somme.** Comme $1=\dfrac{3}{3}$, on obtient :

$$G=\frac{4}{3}$$

Un devoir se gagne aussi sur la rédaction, et tu viens de voir celle qui rapporte les points.

Avant de rendre ta copie, relis chaque ligne. Une seule règle a-t-elle changé d'une ligne à la suivante ? Si oui, ta rédaction est claire pour le correcteur.

## Puissances de 10

## Le tableau des puissances de 10

**Devine : Une puissance de 10 négative**

Quelle est l'écriture décimale de $10^{-4}$ ?

**A.** $0{,}0001$

**Juste.**

$10^{-4} = \dfrac{1}{10\,000} = 0{,}0001$ : quatre chiffres après la virgule, le dernier est $1$.

**B.** $-10\,000$

**Faux.**

Un exposant négatif ne donne pas un nombre négatif. Il donne l'inverse de $10^{4}$.

**C.** $0{,}00001$

**Faux.**

Tu as écrit quatre zéros après la virgule, puis le $1$ : cela fait cinq chiffres, donc $10^{-5}$.

**Correction**

$10^{-4} = \dfrac{1}{10^{4}} = \dfrac{1}{10\,000} = 0{,}0001$. Il y a quatre chiffres après la virgule, et le dernier est $1$.

Voici les puissances de $10$, de $10^{6}$ à $10^{-3}$. D'une ligne à la suivante, on divise par $10$.

| Puissance | Écriture décimale |
|---|---|
| $10^{6}$ | $1\,000\,000$ |
| $10^{5}$ | $100\,000$ |
| $10^{4}$ | $10\,000$ |
| $10^{3}$ | $1\,000$ |
| $10^{2}$ | $100$ |
| $10^{1}$ | $10$ |
| $10^{0}$ | $1$ |
| $10^{-1}$ | $0{,}1$ |
| $10^{-2}$ | $0{,}01$ |
| $10^{-3}$ | $0{,}001$ |

**Propriété : Puissances de 10**

Soit $n$ un entier naturel non nul.

- $10^{n}$ s'écrit avec le chiffre $1$ suivi de $n$ zéros : $10^{3} = 1\,000$.
- $10^{-n} = \dfrac{1}{10^{n}}$ s'écrit $0{,}0\ldots01$, avec $n$ chiffres après la virgule, le dernier étant $1$ : $10^{-3} = 0{,}001$.

- Multiplier un nombre décimal par $10^n$ revient à déplacer sa virgule de $n$ rangs vers la **droite** ; le multiplier par $10^{-n}$ revient à la déplacer de $n$ rangs vers la **gauche**, en ajoutant des zéros si nécessaire.

**Remarque : Admis**

Ce résultat est admis. Le tableau le montre ligne par ligne.

## Déplacer la virgule

**Exemple : La virgule avance ou recule**

$3{,}52 \times 10^2 = 352$ : la virgule avance de $2$ rangs vers la droite. Un **rang**, c'est une place dans l'écriture du nombre : la virgule saute un chiffre à chaque rang.

$47{,}1 \times 10^{-3} = 0{,}0471$ : la virgule recule de $3$ rangs vers la gauche. On ajoute un zéro devant pour pouvoir reculer.

**Vérifie : Combien de rangs ?**

Que vaut $0{,}65 \times 10^4$ ?

**A.** $650$

**Faux.**
Tu as déplacé la virgule de $3$ rangs seulement. L'exposant $4$ demande $4$ rangs.

**B.** $0{,}000065$

**Faux.**
Tu as déplacé la virgule vers la gauche. Avec un exposant positif, elle va vers la droite.

**C.** $65\,000$

**Faux.**
Tu as déplacé la virgule de $5$ rangs. Recompte : il en faut $4$.

**D.** $6\,500$

**Juste.**
La virgule avance de $4$ rangs vers la droite : $0{,}65 \to 6{,}5 \to 65 \to 650 \to 6\,500$.

**Correction**
Multiplier par $10^4$ déplace la virgule de $4$ rangs vers la droite : $0{,}65 \times 10^4 = 6\,500$.

**Exemple : Les règles marchent aussi**

$10^5 \times 10^{-8} = 10^{5+(-8)} = 10^{-3}$

$\frac{10^2}{10^7} = 10^{2-7} = 10^{-5}$

$\left(10^3\right)^2 = 10^{3\times 2} = 10^6$

### Les préfixes des sciences

En sciences, des **préfixes** remplacent des puissances de $10$.

- **kilo** veut dire $10^3$ : $1$ km $= 10^3$ m.
- **milli** veut dire $10^{-3}$ : $1$ mm $= 10^{-3}$ m.
- **micro** veut dire $10^{-6}$ : $1$ micromètre $= 10^{-6}$ m.

**Exemple : Un cheveu et une course**

Un cheveu a une épaisseur d'environ $70$ micromètres. En mètres : $70 \times 10^{-6} = 0{,}00007$ m.

Une course de $5$ km mesure $5 \times 10^3 = 5\,000$ m.

**À toi : tout en mètres**

Écris en mètres, en écriture décimale : $8$ mm, puis $12$ micromètres, puis $0{,}3$ km.

**Indice 1**
Remplace chaque préfixe par sa puissance de $10$.
**Indice 2**
Il faut calculer $8 \times 10^{-3}$, $12 \times 10^{-6}$ et $0{,}3 \times 10^3$.
**Indice 3**
Avec un exposant négatif, la virgule va vers la gauche : ajoute des zéros devant.

**Réponse**
Réponse : $8$ mm $= 8 \times 10^{-3}$ m $= 0{,}008$ m.

$12$ micromètres $= 12 \times 10^{-6}$ m $= 0{,}000012$ m.

$0{,}3$ km $= 0{,}3 \times 10^3$ m $= 300$ m.

## Écriture scientifique

### Très grand, très petit

La Lune est à environ $384\,000$ km de la Terre. Une cellule de ta peau mesure environ $0{,}00003$ m.

Ces nombres sont longs à écrire et faciles à mal recopier. Les scientifiques les écrivent avec une puissance de $10$.

**Vérifie : Le bon format**

Les scientifiques veulent, devant la puissance de $10$, un nombre au moins égal à $1$ et plus petit que $10$.

Laquelle de ces écritures respecte cette règle ?

**A.** $38{,}4 \times 10^{4}$
**Faux.**
Ce produit vaut bien $384\,000$, mais $38{,}4$ dépasse $10$.

**B.** $0{,}3 \times 10^{-4}$
**Faux.**
Ce produit vaut bien $0{,}00003$, mais $0{,}3$ est plus petit que $1$.

**C.** $3{,}84 \times 10^{5}$
**Juste.**
$3{,}84$ est entre $1$ et $10$, et $3{,}84 \times 10^{5} = 384\,000$.

**D.** $384 \times 10^{3}$
**Faux.**
Ce produit vaut bien $384\,000$, mais $384$ dépasse $10$.

**Correction**
Les quatre écritures sont justes, mais une seule respecte la règle : $3{,}84 \times 10^{5}$, car $1 \leq 3{,}84 < 10$.

**Définition : Écriture scientifique**

Tout nombre décimal strictement positif peut s'écrire d'une seule façon sous la forme

$$a \times 10^{p},$$

où $a$ est un nombre décimal tel que $1 \leq a < 10$ et $p$ est un entier relatif. Cette écriture est l'**écriture scientifique** du nombre. Le nombre $a$ a un seul chiffre non nul avant la virgule.

Pour un nombre décimal strictement négatif, on écrit l'écriture scientifique de son opposé, précédée du signe $-$ : $-4\,500 = -4{,}5 \times 10^{3}$.

**Exemple : Trois écritures scientifiques**

La cellule : $0{,}00003$ m $= 3 \times 10^{-5}$ m.

$1\,250 = 1{,}25 \times 10^{3}$ et $7 = 7 \times 10^{0}$.

## Une méthode et un piège

**Méthode : Écrire un nombre en écriture scientifique**

1. **Placer la virgule** juste après le premier chiffre non nul : on obtient $a$, avec $1 \leq a < 10$. Dans un entier, la virgule est cachée à droite du dernier chiffre.
2. **Compter les rangs** dont la virgule a bougé : c'est l'exposant, sans son signe.
3. **Choisir le signe de l'exposant.** Nombre de départ au moins égal à $10$ : exposant positif. Nombre de départ plus petit que $1$ : exposant négatif. Nombre de départ au moins égal à $1$ et plus petit que $10$ : exposant $0$.

**Exemple : La méthode pas à pas**

Écrivons $0{,}000452$ en écriture scientifique.

1. La virgule se place après le $4$ : $a = 4{,}52$.
2. Elle a bougé de $4$ rangs.
3. Le nombre de départ est plus petit que $1$ : l'exposant est négatif.

Donc $0{,}000452 = 4{,}52 \times 10^{-4}$.

**Exemple : Un entier et sa virgule cachée**

Écrivons $384\,000$ en écriture scientifique.

1. La virgule est cachée à la fin : $384\,000 = 384\,000{,}0$. On la place après le $3$ : $a = 3{,}84$.
2. Elle a bougé de $5$ rangs vers la gauche.
3. Le nombre de départ est au moins égal à $10$ : l'exposant est positif.

Donc $384\,000 = 3{,}84 \times 10^{5}$. On compte les rangs, pas les zéros : il y a $3$ zéros, mais $5$ rangs.

**Attention : Le nombre devant doit rester entre 1 et 10**

✗ $52 \times 10^{3}$ est une écriture scientifique.

✓ $52 \times 10^{3} = 5{,}2 \times 10^{4}$

Comme $52 = 5{,}2 \times 10^{1}$, on additionne les exposants : $1 + 3 = 4$.

## Calculer en écriture scientifique

**Méthode : Calculer un produit ou un quotient**

1. **Regrouper** les nombres décimaux d'un côté, les puissances de $10$ de l'autre.
2. **Calculer** le produit, ou le quotient, des nombres décimaux.
3. **Calculer** la puissance de $10$ avec les règles des puissances.
4. **Corriger** le résultat si le nombre décimal obtenu n'est pas entre $1$ et $10$.

**Exemple : Des cheveux côte à côte**

On pose $4 \times 10^{3}$ cheveux côte à côte. Chacun a une épaisseur de $7 \times 10^{-5}$ m. La largeur totale est le produit de ces deux nombres.

**Regrouper.** On rassemble les nombres décimaux d'un côté, les puissances de $10$ de l'autre.

$$\begin{aligned}&(7 \times 10^{-5}) \times (4 \times 10^{3}) \\ &= (7 \times 4) \times (10^{-5} \times 10^{3}) \\ &= 28 \times 10^{-2}\end{aligned}$$

**Corriger.** Le nombre $28$ dépasse $10$. On l'écrit $2{,}8 \times 10^{1}$, puis on additionne les exposants $1$ et $-2$.

$$\begin{aligned}&28 \times 10^{-2} \\ &= 2{,}8 \times 10^{1} \times 10^{-2} \\ &= 2{,}8 \times 10^{-1}\end{aligned}$$

La largeur totale est $2{,}8 \times 10^{-1}$ m, soit $0{,}28$ m.

## Comparer

**Méthode : Comparer deux nombres positifs**

1. **Mettre chacun des deux nombres** sous sa forme scientifique.
2. **Regarder d'abord les exposants.** Le nombre qui a l'exposant le plus grand est le plus grand.
3. **À exposants égaux, départager** avec les nombres placés devant la puissance de $10$ : le plus grand l'emporte.

Exemple : $3 \times 10^{-4}$ et $3 \times 10^{-2}$. Comme $-4 < -2$, on a $3 \times 10^{-4} < 3 \times 10^{-2}$, soit $0{,}0003 < 0{,}03$.

**Vérifie : Le plus grand**

Quel est le plus grand de ces quatre nombres ?

**A.** $9{,}8 \times 10^{-3}$

**Faux.**
Tu as comparé les nombres devant la puissance de $10$ d'abord. Or $-3 < -2$ : ce nombre vaut $0{,}0098$.

**B.** $1{,}2 \times 10^{-2}$

**Juste.**

Son exposant $-2$ est le plus grand des quatre. Il vaut $0{,}012$.

**C.** $2 \times 10^{-5}$

**Faux.**

Tu as pensé que $-5$ est plus grand que $-2$, car $5 > 2$. Or $-5 < -2$ : ce nombre vaut $0{,}00002$.

**D.** $8{,}7 \times 10^{-3}$

**Faux.**

Son exposant $-3$ est plus petit que $-2$. Ce nombre vaut $0{,}0087$.

**Correction**

On compare d'abord les exposants : $-5 < -3 < -2$. Le plus grand nombre est donc $1{,}2 \times 10^{-2} = 0{,}012$.

Comparer des exposants négatifs déroute presque tout le monde au début. Pense à une droite graduée : $-5$ est plus à gauche que $-2$.

**À toi : un quotient**

Calcule en écriture scientifique $\dfrac{6 \times 10^{4}}{1{,}5 \times 10^{-2}}$.

**Indice 1**

Sépare les nombres décimaux et les puissances de $10$ : $\dfrac{6}{1{,}5}$ d'un côté, $\dfrac{10^{4}}{10^{-2}}$ de l'autre.

**Indice 2**

$\dfrac{6}{1{,}5} = 4$ et $\dfrac{10^{4}}{10^{-2}} = 10^{4-(-2)}$.

**Indice 3**

Attention au signe : $4 - (-2) = 6$, car soustraire un nombre négatif revient à ajouter son opposé.

**Réponse**

Réponse : on sépare les nombres décimaux et les puissances de $10$, puis on calcule chaque quotient.

$$\begin{aligned} &\frac{6 \times 10^{4}}{1{,}5 \times 10^{-2}} \\ &= \frac{6}{1{,}5} \times 10^{4-(-2)} \\ &= 4 \times 10^{6} \end{aligned}$$

Le nombre $4$ est bien entre $1$ et $10$ : aucune correction n'est nécessaire.

Le mot du prof : bravo, tu manies maintenant les nombres des scientifiques. Avec un peu d'entraînement, ces calculs deviendront des réflexes.

## Ordre de grandeur

### Estimer avant de calculer

**Devine : Un voyage vers la Lune**

La Lune est à environ $384\,000$ km. Une voiture qui roulerait à $100$ km par heure mettrait combien d'heures, à peu près ?

Réponds sans poser la division.

**A.** Environ $400$ heures

**Faux.**
Diviser par $100$ enlève deux zéros, pas trois : $384\,000 \div 100 = 3\,840$.

**B.** Environ $40\,000$ heures

**Faux.**
Tu as divisé par $10$ seulement. Diviser par $100$ enlève deux zéros.

**C.** Environ $40$ heures

**Faux.**
Tu as enlevé quatre zéros. Diviser par $100$ n'en enlève que deux.

**D.** Environ $4\,000$ heures

**Juste.**
$384\,000 \div 100 = 3\,840$, qui est proche de $4\,000$.

**Correction**
$384\,000 \div 100 = 3\,840$ heures, soit environ $4\,000$ heures. Plus de cinq mois sans s'arrêter !

**Définition : Ordre de grandeur**

Un **ordre de grandeur** d'un nombre est une valeur approchée simple de ce nombre, choisie pour estimer un résultat ou contrôler un calcul.

Pour un nombre écrit en écriture scientifique $a \times 10^p$, on obtient un ordre de grandeur en remplaçant $a$ par l'entier le plus proche : $3{,}8 \times 10^5$ a pour ordre de grandeur $4 \times 10^5$. Si l'on obtient $10$, on écrit $10 \times 10^p = 1 \times 10^{p+1}$.

**Exemple : Deux ordres de grandeur**

$384\,000 = 3{,}84 \times 10^5$. L'entier le plus proche de $3{,}84$ est $4$. Un ordre de grandeur de la distance de la Terre à la Lune est donc $4 \times 10^5$ km.

De même, $0{,}00068 = 6{,}8 \times 10^{-4}$ a pour ordre de grandeur $7 \times 10^{-4}$.

## Contrôler un calcul

**Méthode : Estimer ou contrôler un résultat**

1. **Écrire** chaque nombre du calcul en écriture scientifique.
2. **Remplacer** chaque nombre décimal devant la puissance de $10$ par l'entier le plus proche.
3. **Calculer** avec ces valeurs simples : on obtient une estimation.
4. **Comparer** l'estimation au résultat trouvé. S'ils sont très éloignés, refais le calcul.

**À retenir : Coin devoir : contrôler un résultat**

Consigne : « Ta calculatrice affiche $(3{,}9 \times 10^{4}) \times (2{,}1 \times 10^{-2}) = 819$. Contrôle ce résultat. »

En devoir, on rédige en trois temps.

**Arrondir.** $3{,}9$ est proche de $4$ et $2{,}1$ est proche de $2$.

**Estimer.** On calcule avec ces valeurs simples :

$$\begin{aligned}&(4 \times 10^{4}) \times (2 \times 10^{-2})\\ &= 8 \times 10^{2} = 800\end{aligned}$$

**Conclure.** Le résultat $819$ est proche de l'estimation $800$ : il est plausible.

**À toi : un résultat douteux**

Donne d'abord un ordre de grandeur de $5{,}2 \times 10^{-3}$.

Un camarade annonce ensuite $P = (3{,}1 \times 10^{4}) \times (2{,}9 \times 10^{-6}) = 0{,}899$. Contrôle son résultat avec la méthode.

**Indice 1**
Remplace chaque nombre devant la puissance de $10$ par l'entier le plus proche : $5{,}2$, puis $3{,}1$ et $2{,}9$.
**Indice 2**
L'entier le plus proche de $5{,}2$ est $5$. Pour $P$ : $3 \times 3 = 9$ et $10^{4} \times 10^{-6} = 10^{-2}$.
**Indice 3**
Garde la puissance de $10$ telle quelle. Puis compare $9 \times 10^{-2}$ et $0{,}899$ : regarde le rang du premier chiffre non nul.

**Réponse**
Réponse : $5{,}2 \times 10^{-3}$ a pour ordre de grandeur $5 \times 10^{-3}$.

Pour $P$, l'estimation est $9 \times 10^{-2} = 0{,}09$. Le résultat $0{,}899$ est environ dix fois trop grand : il est faux.

> Le bon résultat est $P = 8{,}99 \times 10^{-2} = 0{,}0899$, bien proche de l'estimation.

Le mot du prof : tu sais maintenant écrire un nombre géant ou minuscule en une ligne. Tu sais aussi vérifier un calcul d'un coup d'œil. C'est exactement ce que font les scientifiques.

SOURCES

Référentiel BURHAN du chapitre « Les puissances » (2ac · general · mathematiques)