BURHAN

La proportionnalité : exercices, entraînement

2ème Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/proportionnalite/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
La proportionnalité	Entraînement	7

Exercice 1

La semoule d'une recette de baghrir

Une recette de baghrir demande une masse de semoule proportionnelle au nombre de personnes. Le tableau est incomplet.

Nombre de personnes	2	4	$\ldots$	10
Semoule (grammes)	150	$\ldots$	450	$\ldots$

1.

Calcule le coefficient de proportionnalité, puis complète le tableau.

INDICE

Début : la première colonne est complète ; divise la masse par le nombre de personnes.

CORRIGÉ

Coefficient. La première colonne est complète. On divise la masse par le nombre de personnes :

$$150 \div 2 = 75$$

Il faut 75 grammes de semoule par personne.

Tableau. On multiplie par 75 pour obtenir une masse ; on divise par 75 pour obtenir un nombre de personnes :

- pour 4 personnes, $75 \times 4 = 300$ grammes ;
- pour 450 grammes, $450 \div 75 = 6$ personnes ;
- pour 10 personnes, $75 \times 10 = 750$ grammes.

Conclusion. Le coefficient vaut 75 ; les cases manquantes sont 300, 6 et 750.

2.

Représente le tableau complet dans un repère, avec 1 cm pour une personne et 1 cm pour 100 grammes. Trace la droite qui convient.

INDICE

Outil : la propriété « proportionnalité et points alignés avec l'origine ».

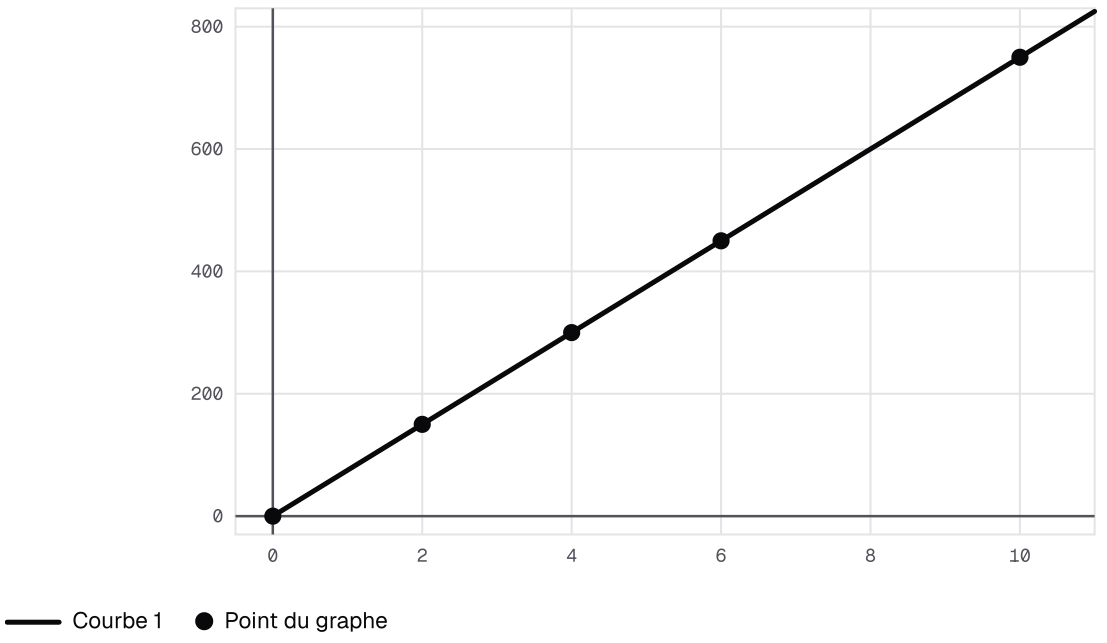
Point délicat : le dernier point est assez haut, à $7{,}5$ cm.

CORRIGÉ

Points. Chaque colonne donne un point : $(2;150)$, $(4;300)$, $(6;450)$ et $(10;750)$. Le dernier se place à 10 cm à droite de O et à $7{,}5$ cm au-dessus.

Droite. La masse de semoule est proportionnelle au nombre de personnes. D'après la propriété « proportionnalité et points alignés avec l'origine », les quatre points sont sur une droite qui passe par O.

Conclusion. On trace la droite qui joint O au point $(10;750)$; elle porte les quatre points.



Le tableau complet de la semoule : quatre points sur une droite qui part de O.

3.

Le point $(8; 600)$ est-il sur cette droite ? Que signifie la réponse pour la recette ?

INDICE

Outil : compare l'ordonnée du point avec ce que donne le coefficient.

CORRIGÉ

Sur cette droite, l'ordonnée d'un point vaut 75 fois son abscisse. Pour l'abscisse 8 :

$$75 \times 8 = 600$$

C'est exactement l'ordonnée du point $(8; 600)$.

Conclusion. Oui, le point $(8; 600)$ est sur la droite : pour 8 personnes, la recette demande 600 grammes de semoule.

Exercice 2

Des bouteilles et un bambou

Tableau 1 : volume d'eau versé selon le nombre de bouteilles remplies.

Nombre de bouteilles	3	5	8
Volume (litres)	4,5	7,5	12

Tableau 2 : hauteur d'une pousse de bambou selon le nombre de jours de mesure.

Nombre de jours	2	4	6
Hauteur (cm)	9	13	17

1.

Représente chaque tableau dans un repère différent. Pour chacun, les points sont-ils alignés avec l'origine ?

INDICE

Outil : pose ta règle sur les points, puis regarde si la droite passe par O.

Point délicat : prolonge la droite jusqu'à l'axe des ordonnées.

CORRIGÉ

Tableau 1. On place $(3;4{,}5)$, $(5;7{,}5)$ et $(8;12)$. Ces points sont sur une même droite qui passe par O : ils sont alignés avec l'origine.

Tableau 2. On place $(2;9)$, $(4;13)$ et $(6;17)$. Ils sont alignés : la hauteur gagne 4 cm tous les 2 jours. Prolongée vers la gauche, leur droite coupe l'axe des ordonnées en $(0;5)$, et non en O.

Conclusion. Les points du tableau 1 sont alignés avec l'origine ; ceux du tableau 2 ne le sont pas.

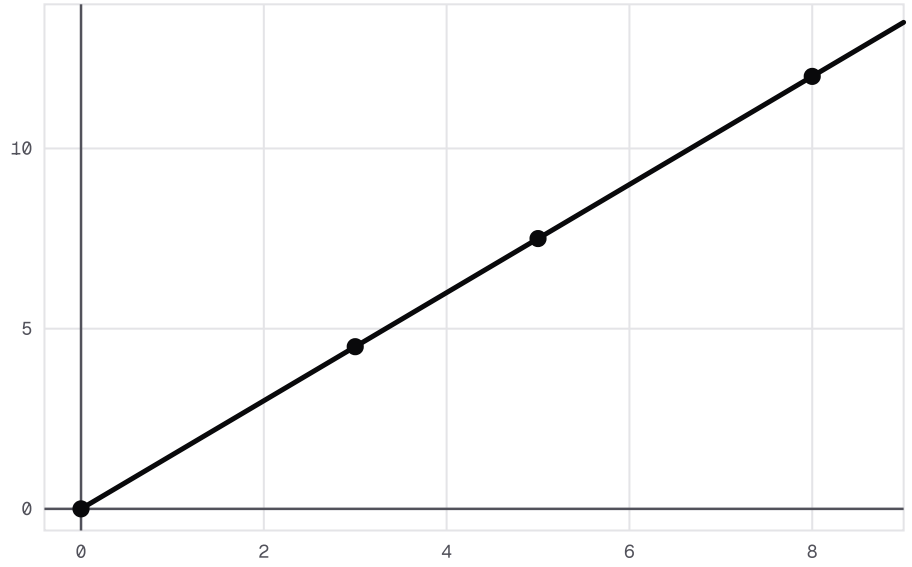


Tableau 1 : les points des bouteilles sont alignés avec l'origine.

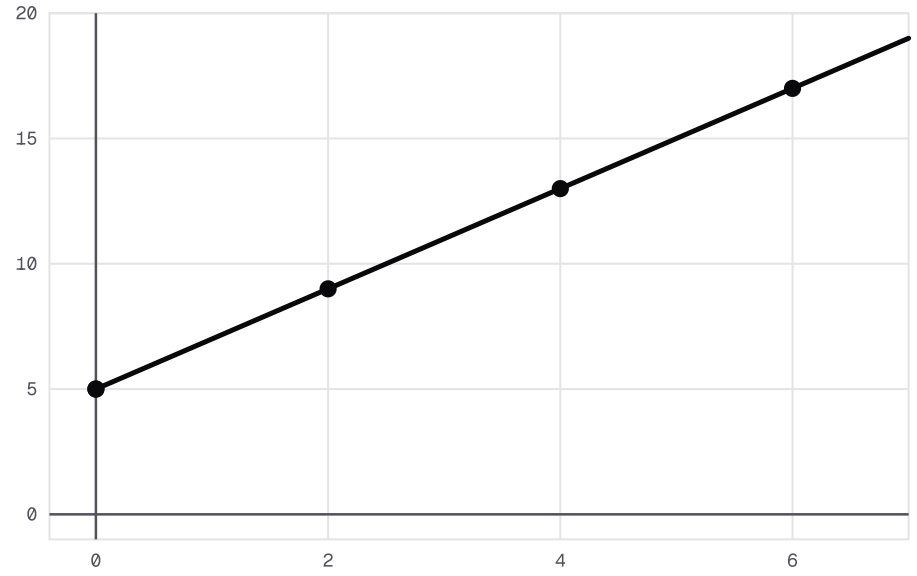


Tableau 2 : les points du bambou sont alignés, mais leur droite atteint l'axe vertical en (0 ; 5).

2.

Confirme par le calcul des quotients. Conclus pour chaque tableau.

INDICE

Outil : dans un tableau de proportionnalité, les quotients $\frac{y}{x}$ sont tous égaux.

CORRIGÉ

Tableau 1. On divise chaque volume par le nombre de bouteilles :

$$\frac{4{,}5}{3} = \frac{7{,}5}{5} = \frac{12}{8} = 1{,}5$$

Les quotients sont égaux, et les points sont alignés avec l'origine : c'est un tableau de proportionnalité. Chaque bouteille contient $1{,}5$ litre.

Tableau 2. $\frac{9}{2} = 4{,}5$ et $\frac{13}{4} = 3{,}25$: les quotients sont différents, et la droite ne passe pas par O.

Conclusion. Le volume est proportionnel au nombre de bouteilles ; la hauteur du bambou n'est pas proportionnelle au nombre de jours.

3.

Que représente le point $(0;5)$ pour le bambou ?

INDICE

Début : l'abscisse 0 correspond au jour où les mesures commencent.

CORRIGÉ

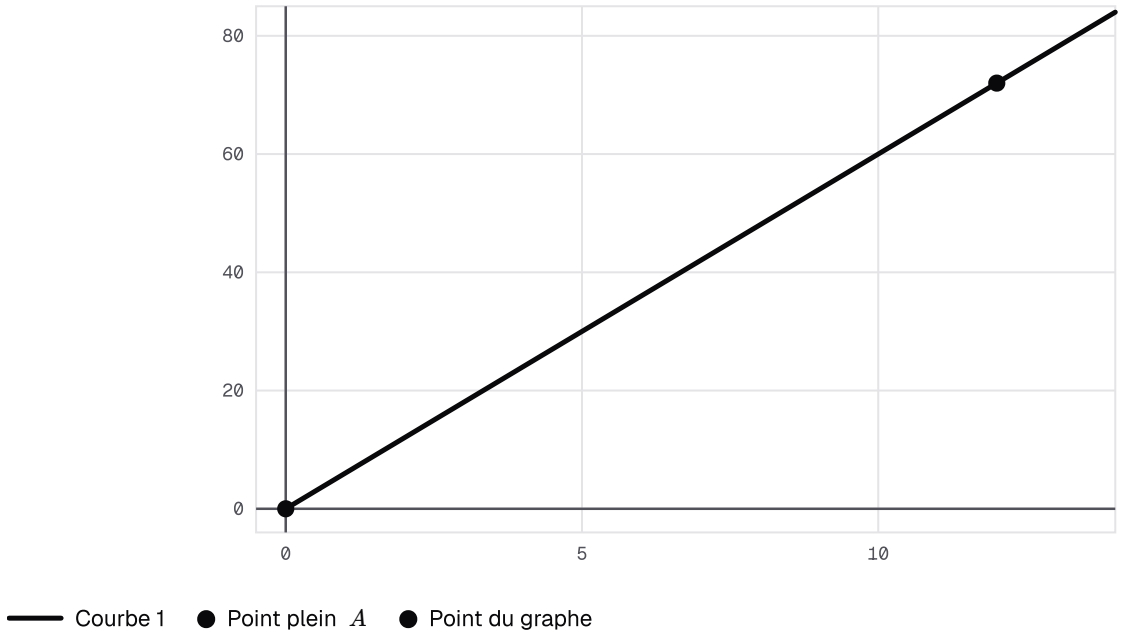
L'abscisse 0 correspond au début des mesures ; l'ordonnée 5 correspond à une hauteur de 5 cm.

Conclusion. Le point $(0;5)$ indique que la pousse mesurait déjà 5 cm au début des mesures. C'est pour cela que la hauteur n'est pas proportionnelle au nombre de jours : au jour 0, elle ne vaut pas 0.

Exercice 3

La facture d'eau d'un foyer

On suppose que l'eau est facturée au même prix pour chaque mètre cube. Le prix payé, en dirhams, est représenté selon le volume consommé, en mètres cubes. Cette représentation est la droite qui passe par O et par $A(12;72)$. Trace-la sur ton cahier, avec 1 cm pour 1 mètre cube et 1 cm pour 10 dirhams.



La droite de la facture d'eau, issue de l'origine et passant par A(12 ; 72).

1.

Lis le prix d'un mètre cube. Contrôle ta lecture.

INDICE

Outil : c'est l'ordonnée du point d'abscisse 1.

Ensuite : contrôle avec les coordonnées de A.

CORRIGÉ

Lecture. À l'abscisse 1, on lit sur la droite une ordonnée d'environ 6.

Contrôle. Le prix d'un mètre cube est le quotient de l'ordonnée de A par son abscisse :

$$72 \div 12 = 6$$

Conclusion. Le mètre cube d'eau coûte 6 dirhams.

2.

Le foyer consomme 7 mètres cubes ce mois-ci. Lis le prix à payer, puis contrôle-le.

INDICE

Début : pars de l'abscisse 7 et monte jusqu'à la droite.

CORRIGÉ

Lecture. Depuis l'abscisse 7, on monte jusqu'à la droite. On lit une ordonnée d'environ 42.

Contrôle. Le prix est le volume multiplié par 6 :

$$6 \times 7 = 42$$

Conclusion. Ce mois-ci, le foyer paie 42 dirhams.

3.

Le mois suivant, la facture est de 51 dirhams. Lis le volume consommé, puis contrôle-le.

INDICE

Point délicat : pars de l'ordonnée 51 ; la lecture se place entre deux graduations.

CORRIGÉ

Lecture. Depuis l'ordonnée 51, on avance horizontalement jusqu'à la droite. On lit une abscisse comprise entre 8 et 9, environ $8{,}5$.

Contrôle. Le volume s'obtient en divisant le prix par 6 :

$$51 \div 6 = 8{,}5$$

Conclusion. Le mois suivant, le foyer a consommé $8{,}5$ mètres cubes d'eau.

4.

Sans rien tracer, regarde ces deux lectures faites par un voisin sur un graphique de ce même tarif. Son graphique a les mêmes unités que le tien. Il annonce les points $(5;30)$ et $(9;55)$ sur la droite. Contrôle chaque lecture par le calcul. Est-elle exacte, ou seulement approchée ?

INDICE

Outil : un point de la droite a pour ordonnée le coefficient multiplié par son abscisse.

CORRIGÉ

Première lecture. Le point de la droite d'abscisse 5 a pour ordonnée $6 \times 5 = 30$. Le point $(5;30)$ est donc exactement sur la droite.

Seconde lecture. Le point de la droite d'abscisse 9 a pour ordonnée $6 \times 9 = 54$. Le point exact est $(9;54)$: l'ordonnée 55 annoncée est approchée, à 1 dirham près. Avec 1 cm pour 10 dirhams, cet écart mesure 1 mm sur le papier, ce qui reste acceptable.

Conclusion. La lecture $(5;30)$ est exacte ; la lecture $(9;55)$ est seulement approchée.

Exercice 4

Deux cybercafés du quartier

Le cybercafé Atlas fait payer 8 dirhams par heure de connexion. Le tarif du cybercafé Nour est représenté par la droite qui passe par O et par $N(3;21)$. Dans les deux cas, le prix est proportionnel à la durée.

1.

Calcule le prix d'une heure au cybercafé Nour.

INDICE

Outil : le coefficient est le quotient de l'ordonnée par l'abscisse d'un point de la droite.

CORRIGÉ

Le coefficient est le quotient de l'ordonnée du point N par son abscisse :

$$21 \div 3 = 7$$

Conclusion. Au cybercafé Nour, une heure de connexion coûte 7 dirhams.

2.

Trace les deux droites dans un même repère. Laquelle est au-dessus de l'autre pour les durées positives ? Quel cybercafé est le moins cher ?

INDICE

Début : la droite d'Atlas passe par O et par $(3;24)$.

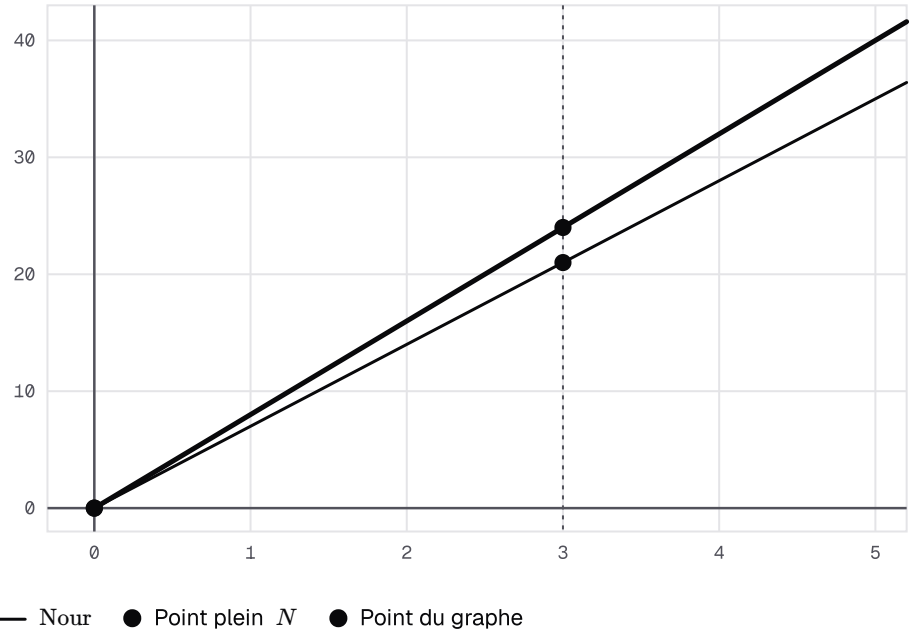
Ensuite : compare les ordonnées à une même abscisse.

CORRIGÉ

Tracé. Les deux prix sont proportionnels à la durée : les deux droites passent par O. Celle de Nour passe aussi par $N(3;21)$, celle d'Atlas par $(3;24)$.

Comparaison. À l'abscisse 3, la droite d'Atlas a pour ordonnée $8 \times 3 = 24$, celle de Nour a pour ordonnée 21. Comme $24 > 21$, la droite d'Atlas est au-dessus. Il en va de même pour toute durée positive : le prix d'Atlas vaut 8 fois la durée, celui de Nour 7 fois la durée, et 8 est plus grand que 7.

Conclusion. La droite d'Atlas est au-dessus de celle de Nour : pour une même durée, le cybercafé Nour est le moins cher.



Les tarifs des deux cybercafés : à l'abscisse 3, la droite d'Atlas, à 24 dirhams, passe au-dessus de celle de Nour, à 21 dirhams.

3.

Quelle somme économise-t-on en passant 5 heures chez Nour plutôt que chez Atlas ?

INDICE

Début : calcule le prix de 5 heures dans chaque cybercafé.

CORRIGÉ

Prix des deux cybercafés. Pour 5 heures, Atlas fait payer $8 \times 5 = 40$ dirhams et Nour $7 \times 5 = 35$ dirhams.

Économie. On calcule la différence des deux prix :

$$40 - 35 = 5$$

Conclusion. En passant 5 heures chez Nour plutôt que chez Atlas, on économise 5 dirhams.

4.

Karim va à pied de chez lui au cybercafé Nour, à allure régulière. Il parcourt $1{,}5$ km en 18 minutes. Quelle est sa vitesse moyenne, en kilomètres par heure ?

INDICE

Début : écris 18 minutes en heures décimales.

Point délicat : une heure compte 60 minutes.

CORRIGÉ

Durée. Une heure compte 60 minutes, donc 18 minutes valent $18 \div 60 = 0{,}3$ h.

Vitesse moyenne. Elle est le quotient des $1{,}5$ km par cette durée :

$$1{,}5 \div 0{,}3 = 5$$

Conclusion. Karim marche en moyenne à 5 kilomètres par heure.

Exercice 5

L'allongement d'un ressort

En sciences physiques, on suspend des masses à un ressort et on mesure son allongement. On reste dans le domaine où le ressort reprend sa forme quand on enlève la masse.

Masse (grammes)	50	100	200
Allongement (cm)	2	4	8

1.

L'allongement est-il proportionnel à la masse ? Justifie par un calcul.

INDICE

Outil : compare les quotients de l'allongement par la masse.

CORRIGÉ

On divise chaque allongement par la masse suspendue :

$$\frac{2}{50} = \frac{4}{100}$$
$$= \frac{8}{200} = 0{,}04$$

Les trois quotients sont égaux.

Conclusion. Oui, l'allongement est proportionnel à la masse, de coefficient $0{,}04$ centimètre par gramme.

2.

Représente la situation avec 1 cm de papier pour 25 grammes en abscisse et 1 cm de papier pour 1 cm d'allongement en ordonnée. Lis l'allongement pour 150 grammes, puis contrôle.

INDICE

Début : la droite passe par O et par $(200; 8)$.

Ensuite : pars de l'abscisse 150.

CORRIGÉ

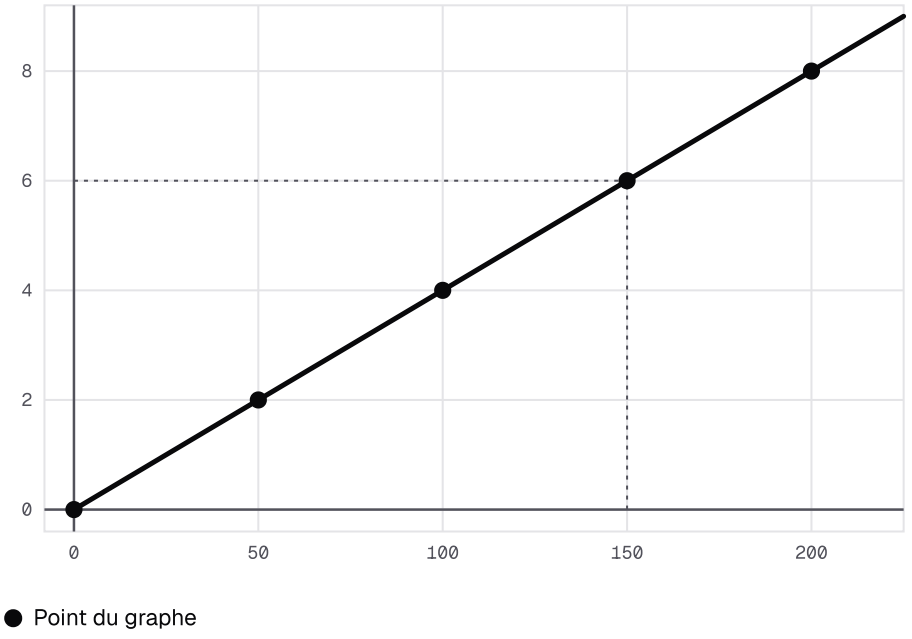
Tracé. La situation est de proportionnalité : sa droite passe par O et par $(200; 8)$. Ce point se place à 8 cm à droite de O et à 8 cm au-dessus.

Lecture. Depuis l'abscisse 150, on monte jusqu'à la droite. On lit une ordonnée d'environ 6.

Contrôle. L'allongement est la masse multipliée par $0{,}04$:

$$0{,}04 \times 150 = 6$$

Conclusion. Avec 150 grammes, le ressort s'allonge de 6 cm.



L'allongement du ressort : la lecture à 150 grammes donne environ 6 cm.

3.

Quelle masse faut-il suspendre pour un allongement de 5 cm ?

INDICE

Point délicat : l'allongement de 5 cm est le résultat d'une multiplication de la masse par le coefficient. Quelle opération permet de remonter à la masse ?

CORRIGÉ

Calcul. L'allongement est la masse multipliée par $0{,}04$. Pour remonter à la masse, on divise l'allongement par $0{,}04$:

$$5 \div 0{,}04 = 125$$

Contrôle. $0{,}04 \times 125 = 5$: on retrouve un allongement de 5 cm.

Conclusion. Il faut suspendre une masse de 125 grammes.

Exercice 6

Le plan d'un appartement

Le plan d'un appartement est à l'échelle $\frac{1}{80}$. On divise une longueur du plan par la longueur réelle, dans la même unité, et on trouve $\frac{1}{80}$. Une longueur réelle est donc 80 fois plus grande que sur le plan.

1.

Sur le plan, le salon est un rectangle de $6{,}5$ cm sur 4 cm. Quelles sont ses dimensions réelles, en mètres ?

INDICE

Outil : multiplie chaque longueur par 80.

Point délicat : 1 m $=$ 100 cm.

CORRIGÉ

Une longueur réelle vaut 80 fois la longueur sur le plan. On convertit ensuite les centimètres en mètres.

Longueur. $6{,}5 \times 80 = 520$, soit 520 cm, c'est-à-dire $5{,}2$ m.

Largeur. $4 \times 80 = 320$, soit 320 cm, c'est-à-dire $3{,}2$ m.

Conclusion. Le salon mesure en réalité $5{,}2$ m sur $3{,}2$ m.

2.

Le couloir mesure $2{,}4$ m de long en réalité. Quelle est sa longueur sur le plan ?

INDICE

Début : convertis $2{,}4$ m en centimètres, puis divise par 80.

CORRIGÉ

Conversion. $2{,}4$ m $=$ 240 cm.

Longueur sur le plan. Sur le plan, chaque longueur est 80 fois plus petite qu'en réalité :

$$240 \div 80 = 3$$

Conclusion. Sur le plan, le couloir mesure 3 cm.

3.

Dans un repère, mets la longueur sur le plan (en cm) en abscisse et la longueur réelle (en m) en ordonnée. Prends 1 cm de papier pour 1 cm du plan et 1 cm de papier pour 1 m réel. Place les points qui correspondent à 1, 5 et 10 cm sur le plan, puis trace la droite. Une chambre mesure 7 cm sur le plan : lis environ sa longueur réelle, puis contrôle par le calcul.

INDICE

Début : calcule d'abord les trois longueurs réelles, en mètres.

Outil : la longueur réelle est proportionnelle à la longueur sur le plan.

CORRIGÉ

Points. On calcule chaque longueur réelle, puis on l'écrit en mètres :

- $1 \times 80 = 80$ cm $= 0{,}8$ m ;
- $5 \times 80 = 400$ cm $= 4$ m ;
- $10 \times 80 = 800$ cm $= 8$ m.

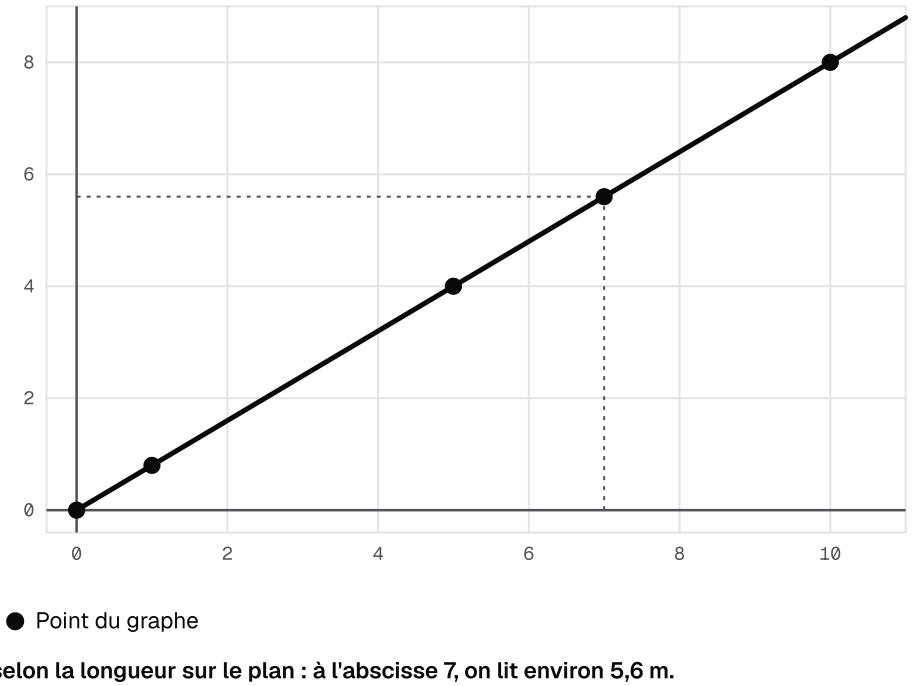
On place $(1 ; 0{,}8)$, $(5 ; 4)$ et $(10 ; 8)$.

Droite. La longueur réelle est proportionnelle à la longueur sur le plan. D'après la propriété « proportionnalité et points alignés avec l'origine », ces trois points sont sur une droite qui passe par O.

Lecture. À l'abscisse 7, on lit une ordonnée d'environ $5{,}6$.

Contrôle. $7 \times 80 = 560$ cm, soit $5{,}6$ m.

Conclusion. La chambre mesure $5{,}6$ m de long.



Longueur réelle selon la longueur sur le plan : à l'abscisse 7, on lit environ 5,6 m.

Exercice 7

La taxe sur des articles de sport

La taxe est une somme que l'on ajoute au prix de départ, appelé prix hors taxe. Dans un magasin de sport, la taxe ajoutée à chaque article vaut 20 pour cent de son prix hors taxe.

Prix hors taxe (dirhams)	50	100	150
Taxe (dirhams)	...	...	...

1.

Complète le tableau.

INDICE

Outil : « 20 pour cent de » correspond au coefficient $\frac{20}{100}$.

CORRIGÉ

Le coefficient vaut $\frac{20}{100} = 0{,}2$. Chaque taxe est le prix hors taxe multiplié par $0{,}2$:

- $0{,}2 \times 50 = 10$;
- $0{,}2 \times 100 = 20$;
- $0{,}2 \times 150 = 30$.

Conclusion. Les taxes valent 10, 20 et 30 dirhams.

2.

Place les trois points dans un repère. Quelle propriété justifie leur position ?

INDICE

Début : prends 1 cm pour 25 dirhams sur chaque axe.

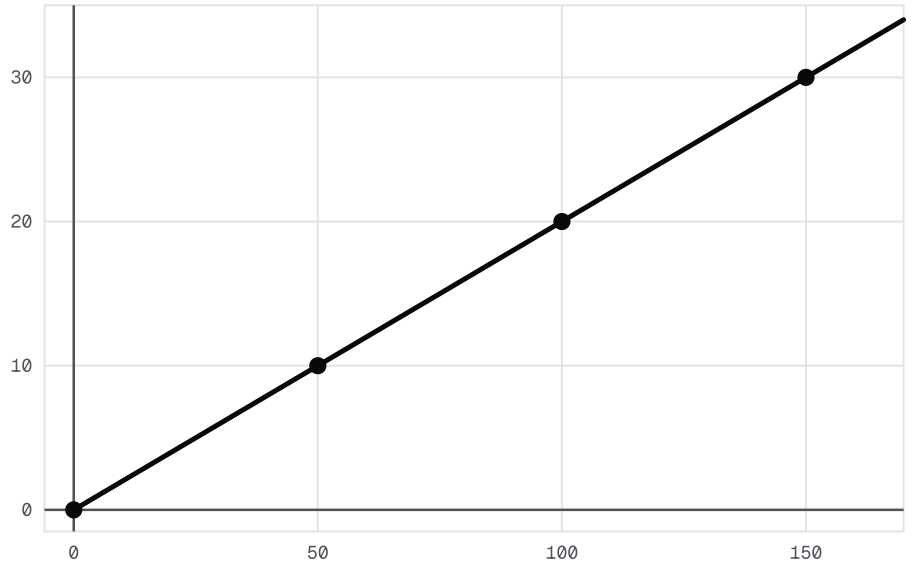
Outil : la taxe est proportionnelle au prix hors taxe.

CORRIGÉ

Points. On place $(50;10)$, $(100;20)$ et $(150;30)$.

Propriété. La taxe est proportionnelle au prix hors taxe, de coefficient $0{,}2$. La propriété « proportionnalité et points alignés avec l'origine » s'applique donc.

Conclusion. Les trois points sont sur une même droite qui passe par O.



Les trois points de la taxe sont alignés avec l'origine du repère.

3.

Un ballon coûte 85 dirhams hors taxe. Calcule la taxe, puis le prix que l'on paie, taxe comprise.

INDICE

Point délicat : le prix payé est le prix hors taxe augmenté de la taxe.

CORRIGÉ

Taxe. $0{,}2 \times 85 = 17$: la taxe vaut 17 dirhams.

Prix payé. On ajoute la taxe au prix hors taxe :

$$85 + 17 = 102$$

Conclusion. Taxe comprise, on paie le ballon 102 dirhams.