BURHAN

La proportionnalité : exercices, application

2ème Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/proportionnalite/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
La proportionnalité	Application	8

Exercice 1

Le prix du gazole à la pompe

Une station-service vend le gazole à 11 dirhams le litre. Le tableau donne le prix payé selon le nombre de litres.

Nombre de litres	5	10	20	30
Prix (dirhams)	55	110	220	330

1.

Écris les coordonnées des quatre points qui représentent ce tableau.

INDICE

Outil : la définition de la représentation graphique.

Début : quelle ligne du tableau donne la première coordonnée ?

CORRIGÉ

Chaque colonne du tableau donne un point du repère. Son abscisse est le nombre de litres ; son ordonnée est le prix payé.

Conclusion. Les quatre points sont $(5;55)$, $(10;110)$, $(20;220)$ et $(30;330)$.

2.

Sur ton cahier, place ces points. Prends 1 cm pour 5 litres en abscisse et 1 cm pour 50 dirhams en ordonnée. Que remarques-tu ?

INDICE

Outil : la propriété « proportionnalité et points alignés avec l'origine ».

Point délicat : vérifie d'abord que le prix est proportionnel au nombre de litres.

CORRIGÉ

Placement. Avec ces unités, 10 litres font 2 cm et 110 dirhams font $2{,}2$ cm. Le point $(10;110)$ se place donc à 2 cm à droite de O et à $2{,}2$ cm au-dessus. Les autres points se placent de la même façon.

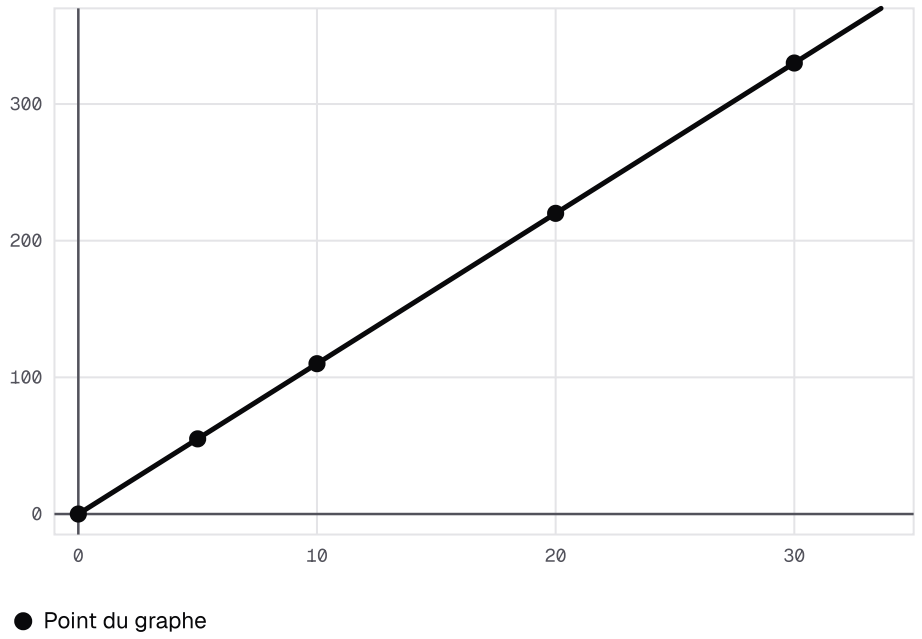
Proportionnalité. Dans chaque colonne, le prix est le nombre de litres multiplié par 11 :

- $11 \times 5 = 55$ et $11 \times 10 = 110$;
- $11 \times 20 = 220$ et $11 \times 30 = 330$.

Le prix est donc proportionnel au nombre de litres, de coefficient 11.

Remarque. D'après la propriété « proportionnalité et points alignés avec l'origine », les quatre points sont sur une même droite qui passe par O.

Conclusion. Les points placés sont alignés avec l'origine du repère.



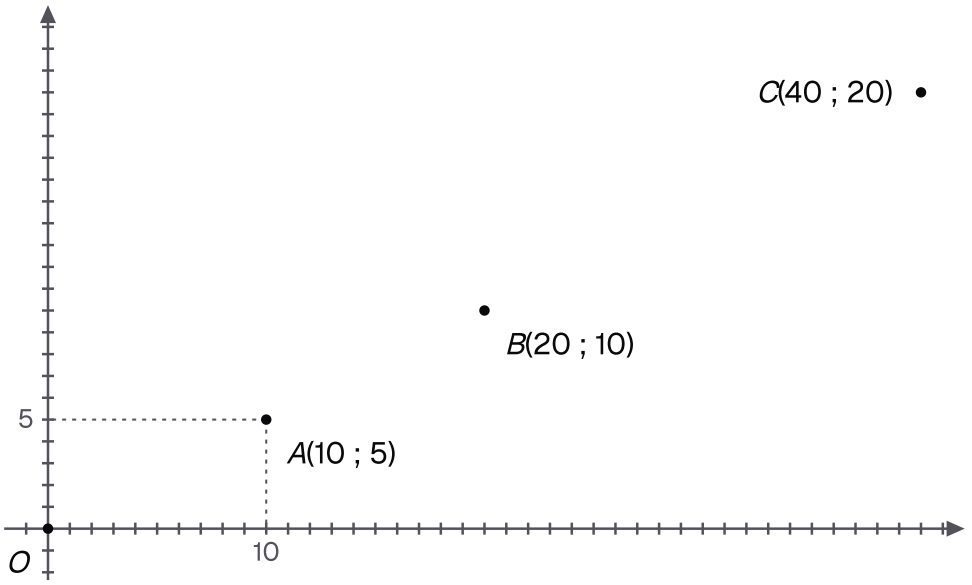
Les quatre points du gazole sont sur une même droite qui part de l'origine.

Exercice 2

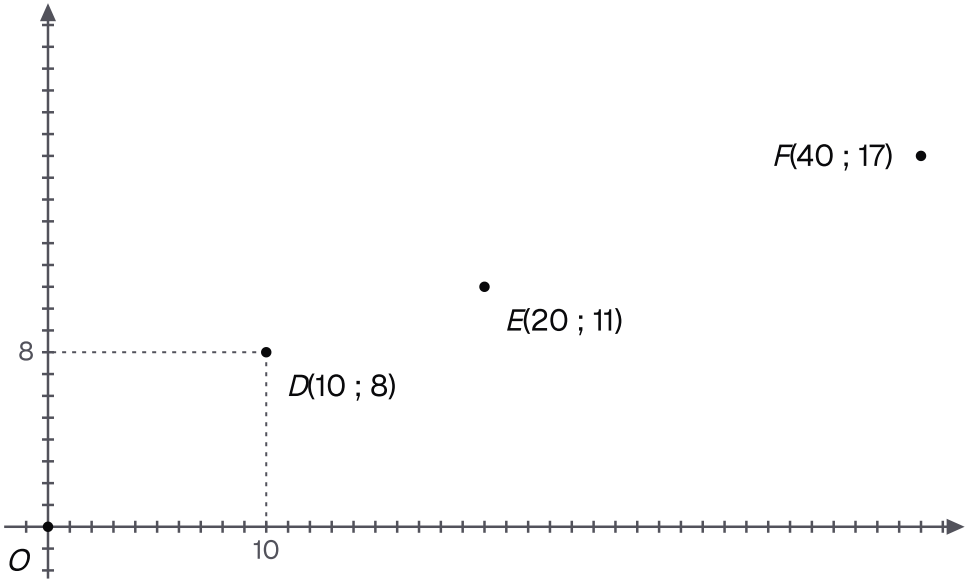
Les photocopies de deux librairies

Deux librairies affichent le prix de leurs photocopies sous forme de graphique. Le nombre de photocopies est en abscisse, le prix en dirhams en ordonnée.

- Librairie A : le graphique est formé des points $(10;5)$, $(20;10)$ et $(40;20)$.
- Librairie B : le graphique est formé des points $(10;8)$, $(20;11)$ et $(40;17)$.



Le graphique de la librairie A : trois points, sans tracé.



Le graphique de la librairie B : trois points, sans tracé.

1.

Place les points de la librairie A sur ton cahier. Le prix est-il proportionnel au nombre de photocopies ? Justifie.

INDICE

Outil : la propriété « points alignés avec l'origine et proportionnalité ».

Début : pose ta règle sur O et sur les trois points.

CORRIGÉ

Graphique. On place $(10;5)$, $(20;10)$ et $(40;20)$. La règle posée sur O passe aussi par les trois points : ils sont alignés avec l'origine.

Propriété. Les abscisses de ces points ne sont pas nulles. La propriété « points alignés avec l'origine et proportionnalité » s'applique donc.

Contrôle. Le quotient du prix par le nombre de photocopies est le même pour les trois points :

$$\frac{5}{10} = \frac{10}{20} = \frac{20}{40} = 0{,}5$$

Une photocopie coûte $0{,}5$ dirham.

Conclusion. Oui : à la librairie A, le prix est proportionnel au nombre de photocopies.

2.

Même question pour la librairie B.

INDICE

Outil : la propriété « proportionnalité et points alignés avec l'origine » : si la situation était de proportionnalité, la droite passerait par O.

Point délicat : des points alignés ne suffisent pas ; prolonge leur droite jusqu'à l'axe des ordonnées.

CORRIGÉ

Graphique. Les points $(10;8)$, $(20;11)$ et $(40;17)$ sont alignés : quand l'abscisse augmente de 10, l'ordonnée augmente de 3.

Droite prolongée. De l'abscisse 10 à l'abscisse 0, l'ordonnée perd encore 3. La droite coupe donc l'axe des ordonnées au point $(0;5)$, et non en O.

Propriété. Si le prix était proportionnel, ces points seraient sur une droite passant par O, d'après la propriété « proportionnalité et points alignés avec l'origine ». Ce n'est pas le cas.

Contrôle. $\frac{8}{10} = 0{,}8$ et $\frac{11}{20} = 0{,}55$: ces quotients sont différents.

Conclusion. Non : à la librairie B, le prix n'est pas proportionnel au nombre de photocopies.

Exercice 3

Un tissu vendu au mètre

Un marchand de tissus vend un tissu brodé à 35 dirhams le mètre. Le prix payé est proportionnel à la longueur achetée, de coefficient 35.

1.

Calcule le prix de 2 mètres de tissu. Écris les coordonnées du point correspondant.

INDICE

Outil : la relation $y = a \times x$ avec $a = 35$.

CORRIGÉ

Le prix est le coefficient 35 multiplié par la longueur, en mètres :

$$35 \times 2 = 70$$

Le point qui représente 2 mètres de tissu a pour abscisse 2 et pour ordonnée 70.

Conclusion. Deux mètres de tissu coûtent 70 dirhams ; le point correspondant est $(2 ; 70)$.

2.

Trace la droite qui représente cette situation. Prends 1 cm pour 1 mètre et 1 cm pour 10 dirhams. Contrôle ton tracé avec 4 mètres de tissu.

INDICE

Outil : la situation est de proportionnalité, sa droite passe donc par l'origine.

Début : un point autre que O suffit, celui de la question 1.

CORRIGÉ

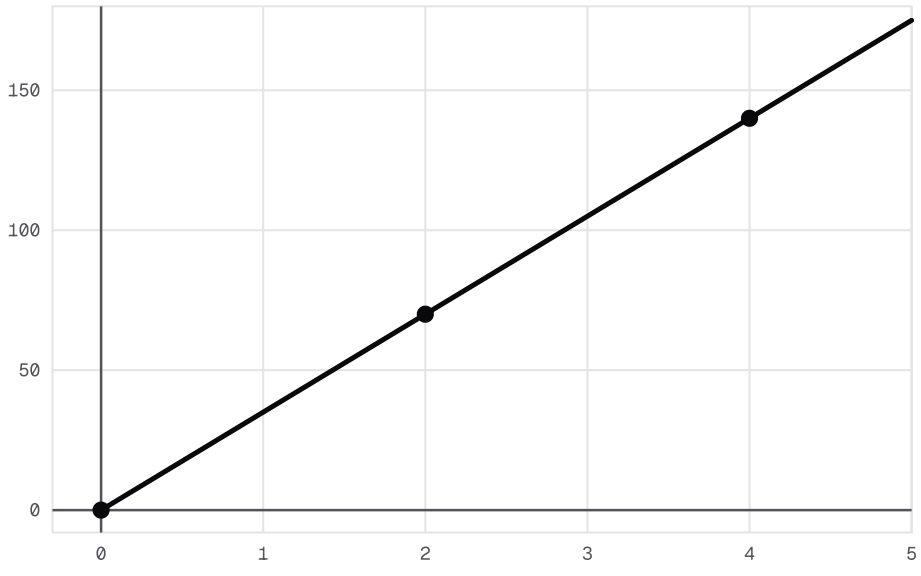
Tracé. Le prix est proportionnel à la longueur. D'après la propriété « proportionnalité et points alignés avec l'origine », sa représentation est une droite qui passe par O. Le point $(2; 70)$ est à 2 cm à droite de O et à 7 cm au-dessus. On trace la droite qui joint O à ce point.

Contrôle. Pour 4 mètres de tissu, le prix vaut :

$$35 \times 4 = 140$$

Le point $(4; 140)$, à 4 cm à droite de O et à 14 cm au-dessus, doit se trouver sur la droite tracée.

Conclusion. La droite cherchée passe par O, par $(2; 70)$ et par $(4; 140)$.

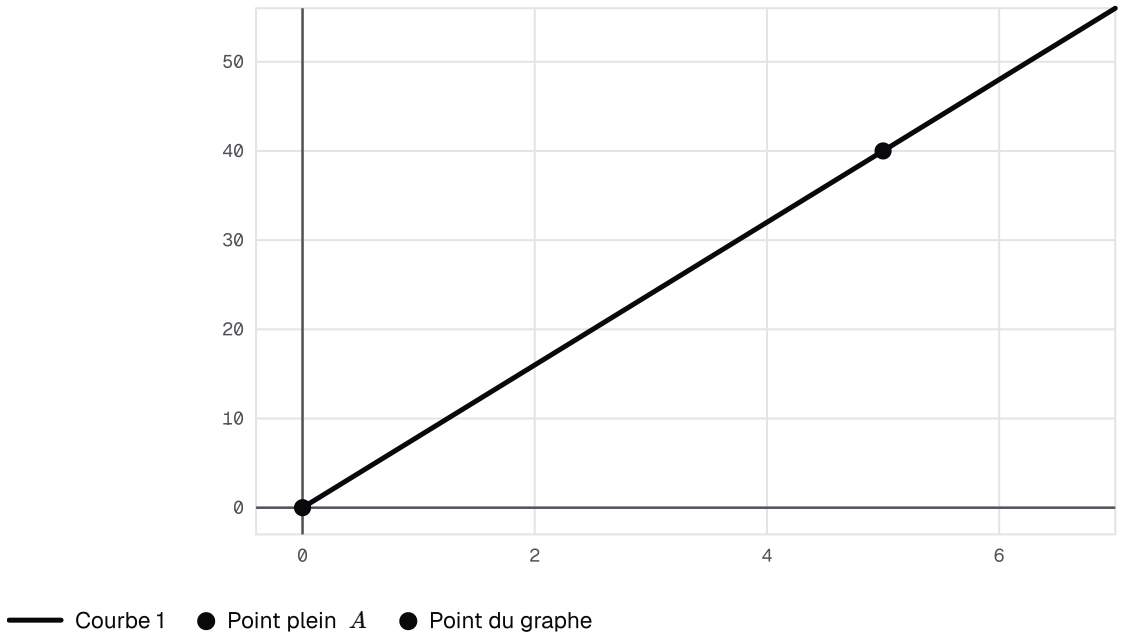


Le tracé du tissu, de O jusqu'au point (2 ; 70), passe aussi par le point de contrôle (4 ; 140).

Exercice 4

Le débit d'un robinet

On remplit une bassine avec un robinet. Le volume d'eau, en litres, est proportionnel à la durée, en minutes. Sa représentation est la droite qui passe par O et par le point $A(5;40)$. Trace cette droite sur ton cahier, avec 1 cm pour 1 minute et 1 cm pour 5 litres.



La droite du robinet, issue de l'origine et passant par A(5 ; 40).

1.

Lis sur ta droite le coefficient de proportionnalité. Contrôle ta lecture par un calcul.

INDICE

Outil : le coefficient est l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 1.

Ensuite : divise l'ordonnée de A par son abscisse.

CORRIGÉ

Lecture. On part de l'abscisse 1 et on monte jusqu'à la droite. On lit une ordonnée d'environ 8 : cette lecture est approchée.

Contrôle. Le coefficient est le quotient de l'ordonnée de A par son abscisse :

$$40 \div 5 = 8$$

Conclusion. Le coefficient de proportionnalité vaut exactement 8.

2.

Que représente ce coefficient pour le robinet ? Quel volume d'eau coule en 12 minutes ?

INDICE

Début : le coefficient est un nombre de litres pour une minute.

CORRIGÉ

Sens du coefficient. Le coefficient 8 est le volume d'eau qui coule en une minute. C'est le débit du robinet : 8 litres par minute.

Volume en douze minutes. Le volume est proportionnel à la durée, de coefficient 8 :

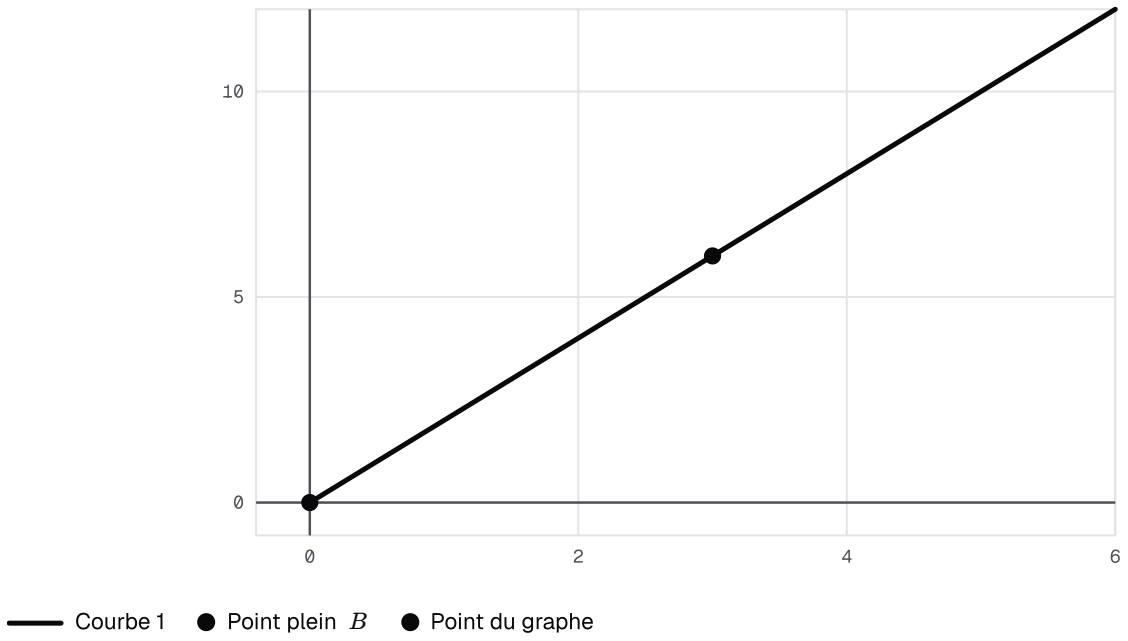
$$8 \times 12 = 96$$

Conclusion. Le robinet débite 8 litres par minute ; en 12 minutes, il coule 96 litres d'eau.

Exercice 5

L'énergie consommée par un radiateur

Le kilowattheure (kWh) est l'unité qui mesure l'énergie électrique consommée. L'énergie consommée par un radiateur, en kilowattheures, est proportionnelle à sa durée de marche, en heures. Sa représentation est la droite qui passe par O et par $B(3;6)$. Trace-la sur ton cahier, avec 1 cm pour 1 heure et 1 cm pour 1 kilowattheure.



La droite du radiateur, issue de l'origine et passant par B(3 ; 6).

1.

Lis l'énergie consommée en $4{,}5$ heures. Contrôle ta lecture par un calcul.

INDICE

Outil : pars de l'abscisse $4{,}5$, monte jusqu'à la droite, puis lis l'ordonnée.

Ensuite : calcule le coefficient avec le point B.

CORRIGÉ

Lecture. Depuis l'abscisse $4{,}5$, on monte jusqu'à la droite. On lit une ordonnée d'environ 9.

Contrôle. Le coefficient vaut $6 \div 3 = 2$ kilowattheures par heure. Pour $4{,}5$ heures :

$$2 \times 4{,}5 = 9$$

Conclusion. En $4{,}5$ heures, le radiateur consomme 9 kilowattheures.

2.

Lis la durée de marche pour une énergie de 5 kilowattheures. Contrôle ta lecture.

INDICE

Outil : cette fois, pars de l'ordonnée 5 et va horizontalement jusqu'à la droite.

Point délicat : pour le contrôle, on divise par le coefficient.

CORRIGÉ

Lecture. Depuis l'ordonnée 5, on avance horizontalement jusqu'à la droite, puis on descend sur l'axe des abscisses. On lit une abscisse d'environ $2{,}5$.

Contrôle. L'énergie est la durée multipliée par 2. La durée s'obtient donc en divisant l'énergie par 2 :

$$5 \div 2 = 2{,}5$$

Conclusion. Le radiateur consomme 5 kilowattheures en $2{,}5$ heures, soit 2 h 30 min.

Exercice 6

Salma marche à allure régulière

Salma marche à allure régulière. Elle parcourt 6 km en 1 h 30 min.

1.

Calcule sa vitesse moyenne, en kilomètres par heure.

INDICE

Point délicat : 30 minutes valent une demi-heure ; écris la durée en heures décimales.

CORRIGÉ

Durée. Une demi-heure vaut $0{,}5$ h. La marche dure donc $1 + 0{,}5 = 1{,}5$ h.

Vitesse moyenne. Pour l'obtenir en kilomètres par heure, on calcule le quotient de 6 par $1{,}5$:

$$6 \div 1{,}5 = 4$$

Conclusion. Salma marche à 4 kilomètres par heure en moyenne.

2.

À la même allure, quelle distance parcourt-elle en 2 h 15 min ?

INDICE

Début : 15 minutes valent un quart d'heure.

Ensuite : la distance est proportionnelle à la durée, de coefficient la vitesse.

CORRIGÉ

Durée. Un quart d'heure vaut $0{,}25$ h. La durée vaut donc $2 + 0{,}25 = 2{,}25$ h.

Distance. À allure régulière, la distance est la vitesse multipliée par la durée :

$$4 \times 2{,}25 = 9$$

Conclusion. En 2 h 15 min, Salma parcourt 9 km.

Exercice 7

La carte de la région

Une carte de la région est à l'échelle $\frac{1}{250\,000}$. Cela veut dire qu'une longueur sur la carte, divisée par la longueur réelle exprimée dans la même unité, donne $\frac{1}{250\,000}$. Ainsi, une distance réelle vaut $250\,000$ fois la distance mesurée sur la carte.

1.

Sur la carte, deux villages sont à 4 cm l'un de l'autre. Quelle est leur distance réelle, en kilomètres ?

INDICE

Outil : la distance réelle est proportionnelle à la distance sur la carte.

Point délicat : 1 km $= 100\,000$ cm.

CORRIGÉ

Distance réelle en centimètres. La distance réelle vaut $250\,000$ fois la distance sur la carte :

$$\begin{aligned} &4 \times 250\,000 \\ &= 1\,000\,000 \end{aligned}$$

Conversion. Un kilomètre vaut $100\,000$ cm, donc on divise par $100\,000$:

$$\begin{aligned} &1\,000\,000 \div 100\,000 \\ &= 10 \end{aligned}$$

Conclusion. Les deux villages sont à 10 km l'un de l'autre.

2.

Un barrage est à $17{,}5$ km d'un village. Quelle longueur sépare ces deux lieux sur la carte ?

INDICE

Début : convertis d'abord $17{,}5$ km en centimètres.

Ensuite : divise par $250\,000$.

CORRIGÉ

Conversion. Un kilomètre vaut $100\,000$ cm :

$$\begin{aligned} &17{,}5 \times 100\,000 \\ &= 1\,750\,000 \end{aligned}$$

La distance réelle mesure donc $1\,750\,000$ cm.

Distance sur la carte. Sur la carte, chaque longueur est $250\,000$ fois plus petite qu'en réalité :

$$\begin{aligned} &1\,750\,000 \div 250\,000 \\ &= 7 \end{aligned}$$

Conclusion. Sur la carte, ces deux lieux sont à 7 cm l'un de l'autre.

Exercice 8

L'azote contenu dans un engrais

Un engrais pour les cultures contient 12 pour cent d'azote : la masse d'azote est proportionnelle à la masse d'engrais, de coefficient $\frac{12}{100}$.

1.

Quelle masse d'azote contient un sac de 25 kg d'engrais ?

INDICE

Outil : « t pour cent de » correspond au coefficient $\frac{t}{100}$.

CORRIGÉ

La masse d'azote est la masse d'engrais multipliée par le coefficient $\frac{12}{100}$:

$$\frac{12}{100} \times 25 = 3$$

Conclusion. Un sac de 25 kg d'engrais contient 3 kg d'azote.

2.

Un agriculteur veut apporter 6 kg d'azote à son champ. Quelle masse d'engrais lui faut-il ?

INDICE

Point délicat : on connaît cette fois la masse d'azote, c'est-à-dire le résultat de la multiplication par le coefficient. Quelle opération retrouve la masse d'engrais ?

CORRIGÉ

Calcul. La masse d'azote est la masse d'engrais multipliée par $\frac{12}{100}$, c'est-à-dire par $0{,}12$. On retrouve la masse d'engrais en divisant la masse d'azote par $0{,}12$:

$$6 \div 0{,}12 = 50$$

Contrôle. $\frac{12}{100} \times 50 = 6$: on retrouve les 6 kg d'azote.

Conclusion. Il faut 50 kg d'engrais à l'agriculteur.